

На правах рукописи

Федотова Екатерина Алфеевна

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА  
АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ СОЛНЕЧНЫМ  
И ТЕПЛОВЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ**

Специальность 1.2.2.— Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико–математических наук

Апатиты — 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении Полярном геофизическом институте

**Научный руководитель:**

Мингалев Игорь Викторович  
доктор физико-математических наук,  
Полярный геофизический институт,  
исполняющий обязанности директора

**Официальные оппоненты:**

Фомин Борис Алексеевич  
доктор физико-математических наук,  
Центральная аэрологическая обсерватория,  
ведущий научный сотрудник

Шильков Александр Викторович  
кандидат физико-математических наук,  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша,  
ведущий научный сотрудник

**Ведущая организация:**

Институт космических исследований  
Российской академии наук

Защита диссертации состоится 16 февраля 2023 года в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 24.1.237.01 при Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская площадь, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке  
Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН и на сайте  
<http://keldysh.ru/council/3/>

Автореферат разослан " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук

М.А. Корнилина

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Данная диссертационная работа посвящена численному моделированию нагрева атмосферы Земли солнечным излучением и собственным тепловым излучением.

**Актуальность темы диссертационной работы.** Изучение динамики атмосферы Земли и протекающих в ней физических и химических процессов является важным направлением современной науки. Численное моделирование общей циркуляции атмосферы Земли является важнейшим инструментом для этого направления исследований, поскольку результаты моделирования позволяют существенно увеличить физическое содержание выводов из данных наблюдений. Другим очень важным направлением является совершенствование моделей прогноза погоды.

Для физически корректного моделирования общей циркуляции атмосферы Земли необходимо достаточно точно рассчитывать скорость нагрева-выхолаживания атмосферы за счет поглощения и испускания воздухом излучения в дальней и средней ИК областях спектра и за счет поглощения солнечного излучения в средней и ближней ИК областях спектра, а также в видимой и ближней УФ областях спектра. По этой причине общие возможности модели общей циркуляции атмосферы Земли во многом определяет точность расчета поля излучения в перечисленных выше областях спектра радиационным блоком модели и разработка все более совершенных радиационных блоков моделей общей циркуляции атмосферы Земли является очень важной задачей.

**Степень разработанности темы диссертационной работы.** Расчет в нижней и средней атмосфере Земли (высоты от 0 до 70 км) поля солнечного излучения и поля собственного ИК излучения атмосферы является сложной задачей. Главная причина сложности состоит в том, что коэффициент молекулярного поглощения на высотах более 20 км очень быстро меняется с изменением частоты. Это происходит по причине того, что контуры линий поглощения молекул атмосферных газов становятся узкими при давлениях воздуха, которые имеют место на высотах более 20 км. По этой причине для достижения приемлемой точности расчетов разрешение по частоте должно составлять примерно  $0.001 \text{ см}^{-1}$ . Расчеты с таким высоким разрешением по частоте называются Line-by-Line, сокращенно LbL.

Начиная с некоторой высоты, время жизни молекул углекислого газа и озона в некоторых колебательных возбужденных состояниях становится меньше, чем время свободного пробега между столкновениями. Это приво-

дит к тому, что населенности этих колебательных состояний не описываются распределением Больцмана при температуре атмосферы, то есть нарушается колебательное локальное термодинамическое равновесие (ЛТР), и излучение атмосферного газа не описывается функцией Планка. В атмосфере Земли нарушение ЛТР в колебательных полосах молекул углекислого газа с длиной волны около 15 мкм наступает ночью на высотах выше 75–80 км и днем на высотах выше 70 км, а в колебательных полосах с длиной волны около 4.3 и 2.7 мкм наступает днем и ночью на высотах выше 70 км. В колебательных полосах молекул озона с длиной волны около 9.6 мкм нарушение ЛТР существенно проявляется днем и ночью на высотах выше 75 км.

При моделировании общей циркуляции атмосферы Земли необходимо проводить расчет нагрева атмосферы собственным ИК излучением в диапазоне частот от 10 до 3000 см<sup>-1</sup> (в дальней и средней ИК областях спектра), а также солнечным излучением в диапазоне частот от 2000 до 50000 см<sup>-1</sup> (в ближней ИК, в видимой и в ближней УФ областях спектра). При этом достаточно использовать приближение горизонтально однородной атмосферы. Таким образом, только в ИК диапазоне при расчетах с высоким спектральным разрешением необходимо использовать около 3000000 спектральных каналов. Такие расчеты требуют очень больших вычислительных затрат и по этой причине не могут использоваться в моделях общей циркуляции атмосферы в настоящее время и в обозримом будущем. Для решения указанной проблемы разработаны методы быстрого расчета поля излучения.

Основная идея этих методов состоит в том, что реальная зависимость коэффициента молекулярного поглощения от частоты излучения и аналогичные зависимости других оптических параметров атмосферного газа заменяются на ступенчатые зависимости. Для построения указанных ступенчатых зависимостей узкие спектральные каналы объединяются в группы. Каждая такая группа заменяется на один широкий модельный канал. В результате несколько миллионов узких спектральных каналов заменяются на несколько десятков или несколько сотен модельных каналов.

Существуют различные алгоритмы, с помощью которых осуществляется объединение узких спектральных каналов в широкие модельные каналы. Список модельных каналов можно рассматривать как неравномерную сетку по частоте. Этот список и базу данных оптических параметров атмосферного газа в модельных каналах называют параметризацией молекулярного поглощения.

Для проверки точности построенной параметризации результаты рас-

четов поля излучения в модельных каналах сравниваются с результатами расчетов с высоким спектральным разрешением. Обычно для создания параметризации необходимо провести большой объем расчетов с высоким спектральным разрешением.

Таким образом, для создания параметризации необходимо создать комплекс программ для расчетов с высоким спектральным разрешением. Проведение таких расчетов можно разделить на две вычислительные задачи. Первая задача заключается в расчете коэффициента молекулярного поглощения и других оптических параметров в узлах сетки по высоте и по частоте излучения. Вторая задача заключается в численном решении уравнения переноса излучения в вертикальном столбе атмосферы для каждого узла сетки по частоте.

Согласно общепринятой в настоящее время методике объемный коэффициент молекулярного поглощения при заданной частоте излучения рассчитывается как сумма вкладов всех линий поглощения всех газовых составляющих атмосферы. При этом параметры линий поглощения содержатся в спектроскопической базе данных HITRAN, в которой собраны результаты измерений мирового научного сообщества. Последние версии этой базы данных вышли в 2012 и 2016 годах. Коэффициенты молекулярного поглощения водяного пара и углекислого газа, рассчитанные по стандартной методике, согласно которой суммируются вклады различных линий поглощения при обрезании крыльев линий на расстоянии  $25 \text{ см}^{-1}$  от центра линии, расходятся с экспериментальными данными. Это расхождение принято называть континуальным поглощением. Потоки восходящего и нисходящего излучения в безоблачной атмосфере, рассчитанные в ИК диапазонах без учета этого поглощения, могут отличаться на 5–10 % от потоков, рассчитанных с учетом этого поглощения.

Для учета континуального поглощения к сечению поглощения одной молекулы водяного пара или углекислого газа, рассчитанному по стандартной теории с обрезанием крыльев линий, прибавляется дополнительное слагаемое, называемое сечением континуального поглощения. Зависимость сечения континуального поглощения от частоты излучения, а также давления и температуры воздуха задают с помощью эмпирических моделей, построенных в результате сравнения экспериментальных данных и численных расчетов.

За последние два десятилетия произошел качественный скачок в развитии вычислительной техники. В частности, исследователям стали до-

ступны компьютеры с архитектурой, позволяющей проводить массивно-параллельные вычисления. Безусловным лидером по соотношению цена/быстродействие расчетов являются графические процессоры фирмы Nvidia с использованием технологии CUDA. По этой причине очень актуальной проблемой является создание комплекса программ для расчетов с высоким спектральным разрешением поля излучения, в которых используются параллельные вычисления на графических процессорах как при расчете коэффициента молекулярного поглощения и других оптических параметров, так и при численном решении уравнения переноса излучения.

Отметим, что радиационные блоки существующих моделей общей циркуляции атмосферы Земли далеки от совершенства. Исторически сложилось так, что долгое время модели общей циркуляции были предназначены для моделирования климата и имели верхнюю границу области моделирования на высотах от 20 до 30 км, и только в последнее десятилетие верхняя граница большинства моделей была поднята до высот более 40 км. По этой причине в указанных радиационных блоках используются параметризации, разработанные в период с 1990 по 2010 годы и обеспечивающие хорошую точность расчета только на высотах тропосферы и нижней стратосферы (примерно до 20 км). На высотах более 25 км точность этих параметризаций существенно ухудшается из-за различия газового состава в средней и нижней атмосфере. Ниже высоты 15 км вклад водяного пара в коэффициент молекулярного поглощения является существенным, а вклад озона мал. Выше высоты 20 км снижается роль водяного пара и возрастает вклад озона. Поэтому спектры поглощения на малых и больших высотах не коррелируют.

Другой недостаток радиационных блоков существующих моделей заключается в том, что в этих блоках при численном решении уравнения переноса излучения, как правило, используется двухпотокное приближение, которое заведомо не может обеспечить приемлемую точность расчета при наличии облачных слоев.

В силу изложенных причин очень актуальными являются следующие задачи. Во-первых, разработать параметризации молекулярного поглощения, предназначенные для расчета в нижней и средней атмосфере Земли полей собственного ИК-излучения и солнечного излучения и обеспечивающие хорошую точность расчета за счет учета изменения газового состава с высотой. Во-вторых, разработать радиационный блок модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы Земли, использующий указан-

ные параметризации, а также использующий параллельные вычисления на графических процессорах как при расчете коэффициента молекулярного поглощения и других оптических параметров в модельных каналах, так и при численном решении уравнения переноса излучения в этих каналах. В данной диссертации представлено решение этих двух задач.

**Цели и задачи данной работы.** Целью данной работы является построение радиационного блока для модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы Земли, который должен обладать высокой точностью и использовать параллельные вычисления на графических процессорах для обеспечения высокого быстродействия. Для достижения поставленной цели решались следующие задачи.

1. Разработать методики расчета в нижней и средней атмосфере Земли поля собственного излучения атмосферы в ИК-диапазоне и поля солнечного излучения в частотном диапазоне от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$  с высоким спектральным разрешением в приближении горизонтально однородной атмосферы с учетом континуального поглощения молекул водяного пара и углекислого газа, которые максимально приспособлены к использованию параллельных вычислений на графических процессорах как при расчете оптических параметров среды в каждом спектральном канале, так и при решении уравнения переноса излучения.
2. Создать два комплекса программ для расчетов с высоким спектральным разрешением поля собственного излучения в атмосфере Земли в ИК-диапазоне от 10 до 3000  $\text{см}^{-1}$  и для расчетов с высоким спектральным разрешением поля солнечного излучения в атмосфере Земли в частотном диапазоне от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$  со спектральным разрешением 0,001  $\text{см}^{-1}$  в приближении горизонтально однородной атмосферы с учетом континуального поглощения молекул водяного пара и углекислого газа.
3. Исследовать с помощью расчетов с высоким спектральным разрешением закономерности нагрева–охлаждения воздуха в нижней и средней атмосфере Земли за счет собственного излучения атмосферы в ИК-диапазоне как при отсутствии облаков, так и при наличии облачных слоев большой оптической толщины.
4. Разработать способы построения параметризаций молекулярного поглощения, предназначенных для расчетов поля собственного ИК-излучения атмосферы Земли и поля солнечного излучения в атмосфере

Земли в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км с высокой точностью.

5. Разработать параметризацию оптических характеристик атмосферы Земли в частотном интервале от 10 до  $2000\text{ см}^{-1}$ , предназначенную для расчетов поля собственного ИК-излучения атмосферы в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км.
6. Исследовать с помощью расчетов с высоким спектральным разрешением закономерности нагрева воздуха в нижней и средней атмосфере Земли за счет солнечного излучения в диапазоне частот от 2000 до  $50000\text{ см}^{-1}$  как при отсутствии облаков, так и при наличии в тропосфере облачных слоев большой оптической толщины.
7. Разработать параметризацию оптических характеристик атмосферы Земли в частотном интервале от 2000 до  $50000\text{ см}^{-1}$ , предназначенную для расчетов поля солнечного излучения в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км с высокой точностью.

### **Научная новизна**

1. Впервые разработана методика расчета коэффициента молекулярного поглощения, использующая параллельные вычисления на графических процессорах.
2. Разработан новый вариант метода дискретных ординат, в котором для численного решения системы линейных алгебраических уравнений относительно интенсивностей излучения в узлах сетки по оптической толщине и зенитному углу используется вариант метода Жордана–Гаусса, который максимально использует блочную структуру матрицы коэффициентов системы и является точным методом, а также позволяет эффективно использовать параллельные вычисления на графических процессорах.
3. Созданы два комплекса программ, предназначенные для расчетов с высоким спектральным разрешением  $0,001\text{ см}^{-1}$  в приближении горизонтально однородной атмосферы с учетом континуального поглощения молекул водяного пара и углекислого газа поля собственного излучения в атмосфере Земли в ИК–диапазоне от 10 до  $10000\text{ см}^{-1}$  и поля солнечного излучения в атмосфере Земли в частотном диапазоне от 2000 до  $50000\text{ см}^{-1}$ . Оба комплекса используют параллельные вычисления на графических процессорах с помощью технологии CUDA и позволяют проводить большой объем вычислений.



4. Впервые сформулирована и решена задача о разработке таких способов построения параметризаций молекулярного поглощения, предназначенных для расчетов поля собственного излучения, и параметризаций, предназначенных для расчетов поля солнечного излучения, которые учитывают различия газового состава в средней и нижней атмосфере и обеспечивают хорошую точность расчетов как в безоблачной атмосфере, так и при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной. Эти способы относительно просты в программной реализации и позволяют менять число модельных каналов параметризаций в широких пределах.
5. Впервые созданы две параметризации оптических характеристик атмосферы Земли, первая из которых предназначена для расчетов поля собственного ИК-излучения атмосферы в частотном интервале от 10 до  $2000\text{ см}^{-1}$  на высотах от 0 до 70 км и содержит 280 модельных каналов, а вторая предназначена для расчетов поля солнечного излучения в частотном интервале от 2000 до  $50000\text{ см}^{-1}$  на тех же высотах и содержит 144 модельных канала. В обеих параметризациях учитывается изменение газового состава атмосферы с высотой. Обе параметризации обеспечивают хорошую точность расчетов во всем указанном диапазоне высот при отсутствии и при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной.

**Теоретическая и практическая значимость.** Научную и практическую ценность представляют комплексы программ, предназначенные для расчетов с высоким спектральным разрешением поля собственного излучения в атмосфере Земли в ИК-диапазоне и для расчетов с высоким спектральным разрешением поля солнечного излучения в атмосфере Земли. Оба комплекса используют параллельные вычисления на графических процессорах и позволяют проводить большой объем научных расчетов.

Также научную ценность представляют выявленные с помощью моделирования закономерности нагрева-охлаждения воздуха в нижней и средней атмосфере Земли за счет собственного излучения атмосферы в ИК-диапазоне и за счет солнечного излучения при наличии облачных слоев большой оптической толщины.

Научную ценность также представляют методы построения параметризаций, предназначенные для расчетов полей собственного и солнечного излучения, которые учитывают различия газового состава в средней и нижней атмосфере и обеспечивают хорошую точность расчетов в нижней и средней

атмосфере Земли, как при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной, так и при отсутствии облаков.

Практическую ценность представляют параметризация оптических характеристик атмосферы Земли в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км в частотном интервале от 10 до 2000  $\text{см}^{-1}$ , предназначенная для расчетов поля собственного ИК-излучения атмосферы, и параметризация оптических характеристик атмосферы Земли в частотном интервале от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$ , предназначенная для расчетов поля солнечного излучения. На основе этих параметризаций создан радиационный блок модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы Земли.

**Методология и методы диссертационного исследования.** Основным методом исследования является метод математического моделирования, который включает в себя следующие этапы: теоретический анализ методов и алгоритмов расчета коэффициента молекулярного поглощения и других оптических параметров воздуха, метода дискретных ординат для численного решения уравнения переноса излучения в горизонтально однородной атмосфере, выполнение численных расчетов полей собственного ИК-излучения и солнечного излучения в нижней и средней атмосфере Земли, а также анализ результатов численного моделирования. Используемые модели реализованы в виде комплексов программ на языке Fortran.

**Личный вклад автора.** Все выносимые на защиту результаты получены либо лично автором, либо при решающем вкладе автора. Публикации, отражающие содержание диссертации, написаны в соавторстве с сотрудниками Полярного геофизического института, Института космических исследований и Института прикладной математики им. М.В. Келдыша. При подготовке этих публикаций автор участвовала в определении цели работ, выполняла постановки задач и разрабатывала численные методы, участвовала в написании и отладке программ, проведении расчетов, визуализации и анализе результатов моделирования, формулировке выводов.

### **Результаты диссертационной работы, выносимые на защиту.**

1. Разработаны и протестированы новые экономичные и точные методы расчета полей теплового и солнечного излучения в нижней и средней атмосфере Земли с учетом рассеяния, предназначенные для использования в модели общей циркуляции. Экономичность достигается уменьшением числа точек спектра, в которых проводится расчет поля излучения.
2. Построены две неравномерные сетки по частоте и рассчитаны базы

данных оптических параметров атмосферных газов и аэрозолей в узлах этих сеток, а также созданы два комплекса программ, с помощью которых можно быстро и точно рассчитывать поля теплового и солнечного излучения в нижней и средней атмосфере Земли. Комплексы программ используют параллельные вычисления на современных графических процессорах и включены в модель общей циркуляции нижней и средней атмосферы Земли.

3. Созданы два комплекса программ для расчетов полей теплового и солнечного излучения в нижней и средней атмосфере Земли с учетом рассеяния и с высоким спектральным разрешением (Line-by-line), использующие параллельные вычисления на современных графических процессорах и обеспечивающие высокую точность расчетов, а также хорошее быстродействие.
4. С помощью созданных комплексов программ и численного моделирования с высоким спектральным разрешением исследовано влияние толстых облачных слоев на поля теплового и солнечного излучения в нижней и средней атмосфере Земли и определены максимально возможные значения скорости нагрева–охлаждения воздуха в плотных облаках.

**Достоверность результатов.** Достоверность результатов определяется корректностью применения уравнений переноса излучения в атмосфере Земли, высокой точностью применяемых численных методов, которая подтверждена результатами тестовых расчетов, а также согласием между результатами численного моделирования и данными наблюдений.

**Апробация работы.** Результаты работы были представлены в 31 докладе на следующих международных и всероссийских конференциях:

международный симпозиум "Атмосферная радиация и динамика" (2015, 2017, 2019 гг.);

40-я научная ассамблея Международного комитета по исследованию космического пространства (Committee on Space Research, 2014 г.);

"Параллельные Вычислительные Технологии"(2018, 2019 гг.);

"Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса" (Москва, Россия, 2013, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 гг.);

тринадцатая ежегодная конференция "Физика плазмы в солнечной системе" (Москва, Россия, 2018 г.);

всероссийский ежегодный Апатитский семинар "Физика авроральных явлений" (Апатиты, Россия, 2013, 2014, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022 гг.);

школа молодых ученых ПГИ "Высокоширотные геофизические исследования" (Мурманск, Россия, 2013, 2014, 2016, 2017 гг.);

школа–семинар "Полярные процессы в атмосферах планет" (Апатиты, Россия, 2014, 2016, 2017, 2018, 2019 гг.);

всероссийская научная конференция "Проблемы военно–прикладной геофизики и контроля состояния природной среды" (Санкт–Петербург, Россия, 2020, 2022 г.).

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 9 научных работах [1–9] в ведущих рецензируемых российских научных изданиях, причем работы [1–5] опубликованы в изданиях, входящих в перечень ВАК по специальности 1.2.2, а также более чем в 15 статьях в сборниках трудов научных конференций.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 106 наименований. Она содержит 132 страниц машинописного текста, включая 24 рисунка и 1 таблицу.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во *введении* обоснована актуальность темы исследования, сформулирована цель работы, отмечена научная новизна и практическая ценность полученных результатов, кратко изложено содержание работы.

**Глава I** посвящена методам расчета потоков излучения в атмосферах Земли и планет.

В *разделе I.1* находится введение главы I, в котором кратко описаны основные проблемы, возникающие при расчете потоков излучения в атмосфере Земли.

В *разделе I.2* изложена общепринятая методика расчета сечений поглощения молекул атмосферных газов, согласно которой объемный коэффициент молекулярного поглощения  $K_{mol,ab}$  при заданной частоте излучения  $\nu$  рассчитывается как сумма вкладов всех газовых составляющих атмосферы по формуле

$$K_{mol,ab}(\nu) = \sum_{\alpha} n_{\alpha} \sigma_{mol,ab,\alpha}(\nu), \quad (1)$$

в которой индекс  $\alpha$  обозначает сорт молекул,  $n_{\alpha}$  — концентрация молекул сорта  $\alpha$ ,  $\sigma_{mol,ab,\alpha}(\nu)$  — сечение поглощения молекулы этого сорта, которое кроме частоты зависит еще от температуры и парциальных давлений атмосферных газов. Это сечение вычисляется как сумма вкладов всех линий

поглощения по формуле

$$\sigma_{\text{mol,ab},\alpha}(\nu) = \sum_i S_{\alpha i}(T) F_{\alpha}(\nu - \nu_{\alpha i}), \quad (2)$$

в которой  $T$  — температура атмосферного газа,  $i$  — номер линии поглощения молекулы сорта  $\alpha$ ,  $\nu_{\alpha i}$  — частота центра этой линии поглощения,  $S_{\alpha i}(T)$  — интенсивность этой линии, которая вычисляется по аналитическим формулам, а  $F_{\alpha}(\nu - \nu_{\alpha i})$  — контур Фойгта этой линии поглощения, который вычисляется по специальному алгоритму.

В *разделе I.3* изложены формулы для расчета сечения континуального поглощения молекул водяного пара и углекислого газа с помощью эмпирической модели МТ СКД.

В *разделе I.4* описан алгоритм расчета коэффициента молекулярного поглощения на сетке с высоким спектральным разрешением, использующий параллельные вычисления на графических процессорах.

В *разделе I.5* изложены формулы для расчета объемного коэффициента молекулярного рассеяния различных газов.

В *разделе I.6* описан метод расчета вклада аэрозольных частиц в объемные коэффициенты рассеяния и поглощения.

В *разделе I.7* изложен метод дискретных ординат для численного решения уравнения переноса излучения в горизонтально однородной атмосфере. В начале раздела обсуждаются достоинства и недостатки метода дискретных ординат и метода Монте-Карло.

В *подразделе I.7.1* приведена постановка задачи для расчета интенсивности собственного излучения в приближении горизонтально однородной атмосферы. Используется подход, при котором разделяются вклады нерассеянной, однократно и многократно (два и более раз) рассеянной компоненты излучения:

$$I(\tau, u) = I_0(\tau, u) + I_1(\tau, u) + I_r(\tau, u).$$

Интенсивности нерассеянной компоненты излучения  $I_0$  и однократно рассеянной компоненты  $I_1$  рассчитываются по аналитическим формулам. Также приведено уравнение переноса для интенсивности многократно рассеянной (начиная со второй кратности) компоненты излучения  $I_r$  и приведены граничные условия для этого уравнения.

В *подразделе I.7.2* описан способ дискретизации уравнения переноса излучения в горизонтально однородной атмосфере по зенитному углу и получение системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

В *подразделе I.7.3* описан способ дискретизации уравнения переноса излучения по оптической толщине и получение системы линейных алгебраических уравнений.

В *подразделе I.7.4* описан способ решения полученной системы уравнений методом матричной прогонки.

В *подразделе I.7.5* показано решение полученной системы уравнений методом Жордана-Гаусса.

В *подразделе I.7.6* обсуждаются программная реализация метода и результаты тестовых расчетов, а также проводится сравнение этих результатов с результатами расчетов по программе DISORT.

В *разделе I.8* изложен метод расчета поля солнечного излучения в горизонтально однородной атмосфере.

В *подразделе I.8.1* приведена постановка задачи для расчета интенсивности солнечного излучения в горизонтально однородной атмосфере. Эту интенсивность в точке пространства  $\mathbf{r}$  в направлении  $\mathbf{n}$  обозначим через  $I_S(\mathbf{r}, \mathbf{n})$  и представим ее в виде суммы

$$I_S(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = I_{S0}(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}_S) + I_{S1}(\mathbf{r}, \mathbf{n}) + I_{Sr}(\mathbf{r}, \mathbf{n}),$$

в которой  $I_{S0}(\mathbf{r})$  — интенсивность прямого солнечного излучения в точке пространства  $\mathbf{r}$ ,  $\delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}_S)$  — дельта-функция,  $I_{S1}(\mathbf{r}, \mathbf{n})$  — интенсивность однократно рассеянного, а  $I_{Sr}(\mathbf{r}, \mathbf{n})$  — интенсивность многократно рассеянного солнечного излучения в точке пространства  $\mathbf{r}$  в направлении  $\mathbf{n}$ .

Интенсивность прямого солнечного излучения вне атмосферы постоянна и равна  $I_S^{\text{BH}}$ , а внутри атмосферы она удовлетворяет уравнению

$$(\mathbf{n}_S, \nabla) I_{S0}(\mathbf{r}) = -\sigma(\mathbf{r}) I_{S0}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

в котором  $\sigma(\mathbf{r})$  — коэффициент экстинкции.

Интенсивность однократно рассеянного солнечного излучения с частотой  $\nu$  удовлетворяет уравнению

$$(\mathbf{n}, \nabla) I_{S1}(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = -\sigma(\mathbf{r}) I_{S1}(\mathbf{r}, \mathbf{n}) + \frac{\omega(\mathbf{r})}{4\pi} \chi(\mathbf{r}, (\mathbf{n}, \mathbf{n}_S)) I_{S0}(\mathbf{r}) \quad (4)$$

в котором  $\sigma(\mathbf{r})$  и  $\omega(\mathbf{r})$  — строго положительные соответственно коэффициент экстинкции (объемного ослабления) и альбедо 1-кратного рассеяния атмосферного газа в точке пространства  $\mathbf{r}$  для излучения с частотой  $\nu$ , а  $\chi(\mathbf{r}, v)$  — индикатриса рассеяния атмосферного газа в точке пространства  $\mathbf{r}$  для излучения с частотой  $\nu$  на угол, косинус которого равен  $v$ , а через  $(\mathbf{n}, \mathbf{n}_S)$  обозначено скалярное произведение векторов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{n}_S$ .

Интенсивность многократно рассеянного солнечного излучения с частотой  $\nu$  в приближении горизонтально однородной атмосферы удовлетворяет уравнению

$$u \frac{d I_{Sr}(\tau, u, \varphi)}{d \tau} = I_{Sr}(\tau, u, \varphi) - \tilde{S}[I_{S1}](\tau, u, \varphi) - \tilde{S}[I_{Sr}](\tau, u, \varphi), \quad (5)$$

в котором через  $\tilde{S}[I](\tau, u, \varphi)$  обозначен оператор рассеяния от функции  $I(\tau, u, \varphi)$ .

В *подразделе 1.8.2* описан способ разложения по азимутальным гармоникам интенсивности рассеянного солнечного излучения и выводятся уравнения для коэффициентов разложения по азимутальным гармоникам.

В *подразделе 1.8.3* описан способ расчета коэффициентов разложения по азимутальным гармоникам.

В *разделе 1.9* приведено заключение главы I, о том, что в этой главе изложены методики расчета в нижней и средней атмосфере Земли поля собственного излучения атмосферы в ИК-диапазоне и поля солнечного излучения в частотном диапазоне от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$  с высоким спектральным разрешением в приближении горизонтально-однородной атмосферы с учетом континуального поглощения молекул водяного пара и углекислого газа. Сечения континуального поглощения молекул водяного пара и углекислого газа рассчитываются согласно эмпирической модели МТ СКД. Кроме того, в этой главе представлен алгоритм расчета коэффициента молекулярного поглощения с использованием параллельных вычислений на графических процессорах.

Также в этой главе изложен специальный вариант метода дискретных ординат, который используют обе методики. Главное достоинство этого варианта заключается в том, что для численного решения системы линейных алгебраических уравнений относительно интенсивностей излучения в узлах сетки по оптической толщине и зенитному углу используется вариант метода Жордана–Гаусса, который максимально использует блочную структуру матрицы коэффициентов системы и является точным методом и позволяет эффективно использовать параллельные вычисления на графических процессорах.

Проведено сравнение результатов численного решения уравнения переноса излучения, полученных с помощью предложенного варианта метода дискретных ординат и с помощью пакета программ DISORT, который находится в свободном доступе. Это сравнение показало, что при использовании одной и той же сетки по оптической толщине и сеток по зенитному углу

с одинаковым числом узлов наша программа и программа DISORT дают очень близкие результаты, однако наша программа обладает существенно более высоким быстродействием.

Созданы два комплекса программ. Первый из них предназначен для расчетов с высоким спектральным разрешением поля собственного излучения в атмосфере Земли в ИК-диапазоне от 10 до 10000  $\text{см}^{-1}$  со спектральным разрешением 0,001  $\text{см}^{-1}$  в приближении горизонтально-однородной атмосферы с учетом континуального поглощения молекул водяного пара и углекислого газа. Второй из них предназначен для расчетов с высоким спектральным разрешением поля солнечного излучения в атмосфере Земли в частотном диапазоне от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$  со спектральным разрешением 0,001  $\text{см}^{-1}$  также в приближении горизонтально-однородной атмосферы с учетом континуального поглощения молекул водяного пара и углекислого газа. Оба комплекса основаны на изложенных методиках, используют параллельные вычисления на графических процессорах и позволяют проводить большой объем вычислений.

В *Главе II* изложены результаты расчетов с высоким спектральным разрешением поля собственного излучения в атмосфере Земли в случае отсутствия облаков, а также при наличии облачных слоев большой оптической толщины. Кроме того, в этой главе представлен новый метод построения параметризаций молекулярного поглощения, которые предназначены для расчетов поля собственного излучения атмосферы Земли. Также представлена построенная с помощью этого метода параметризация оптических характеристик атмосферы Земли в частотном интервале от 10 до 2000  $\text{см}^{-1}$  в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км, содержащая 280 модельных каналов, и сравниваются результаты расчетов, полученные с помощью этой параметризации, и результаты расчетов с высоким спектральным разрешением.

В *разделе II.1* изложено введение этой главы, в котором обсуждаются методы быстрого расчета поля собственного излучения.

В *разделе II.2* изложен метод построения параметризаций оптических параметров атмосферы Земли, которые предназначены для расчета поля собственного излучения атмосферы в ИК-диапазоне.

В *разделе II.3* детально изложены и обсуждаются результаты расчетов с высоким спектральным разрешением поля собственного излучения атмосферы Земли в интервале частот от 10 до 3000  $\text{см}^{-1}$ . Рассматриваются потоки излучения и скорость нагрева-охлаждения воздуха в безоблачной



атмосфере, а также в атмосфере с облачными слоями большой оптической толщины. Анализируется влияние облачных слоев на указанные потоки и скорость нагрева-охлаждения воздуха.

В *подразделе II.3.1* изложены результаты расчетов в безоблачной атмосфере. Обсуждаются вертикальные профили скорости нагрева-охлаждения воздуха за счет переноса собственного излучения атмосферы и вертикальные профили восходящих и нисходящих потоков энергии излучения, рассчитанные при альбедо поверхности 5 % в отсутствие облаков.

В *подразделе II.3.2* приведены результаты расчетов потоков собственного излучения атмосферы для трех случаев. В первом случае присутствовал облачный слой нижнего яруса, во втором случае — среднего яруса, а в третьем случае — верхнего яруса. Также проводится обсуждение этих результатов.

В *разделе II.4* представлена построенная с помощью описанного в разделе II.2 метода параметризация оптических характеристик атмосферы Земли в частотном интервале от 10 до  $2000\text{ см}^{-1}$  в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км, содержащая 280 модельных каналов. Также представлены результаты расчетов поля собственного излучения атмосферы Земли с использованием указанной параметризации, и проведено сравнение этих результатов с изложенными в разделе II.3 результатами расчетов с высоким спектральным разрешением.

В *разделе II.5* приведено заключение главы II, о том, что в этой главе изложены результаты расчетов с высоким спектральным разрешением поля собственного излучения в нижней и средней атмосфере Земли в ИК-диапазоне в случае отсутствия облаков, а также при наличии в тропосфере облачных слоев большой оптической толщины. Разрешение по частоте составляло  $0,001\text{ см}^{-1}$ , а по зенитному углу 9 градусов. Эти результаты расчетов показали, что облачные слои большой оптической толщины существенно влияют на поле собственного излучения атмосферы в интервале частот от 10 до  $3000\text{ см}^{-1}$  и существенно меняет общий энергетический баланс атмосферы по сравнению со случаем отсутствия этих облачных слоев.

Наличие облаков мало влияет на скорость нагрева-охлаждения воздуха собственным излучением выше облачного слоя в верхней тропосфере, стратосфере и мезосфере. Внутри облачных слоев эта скорость достигает больших значений и существенно изменяется с высотой. В середине нижнего облачного слоя на высоте 2 км эта скорость достигает значений около  $-280\text{ К/сут}$  (выхолаживание). В середине среднего облачного слоя на высоте около 5 км эта скорость достигает значений около  $-440\text{ К/сут}$  (выхолажива-

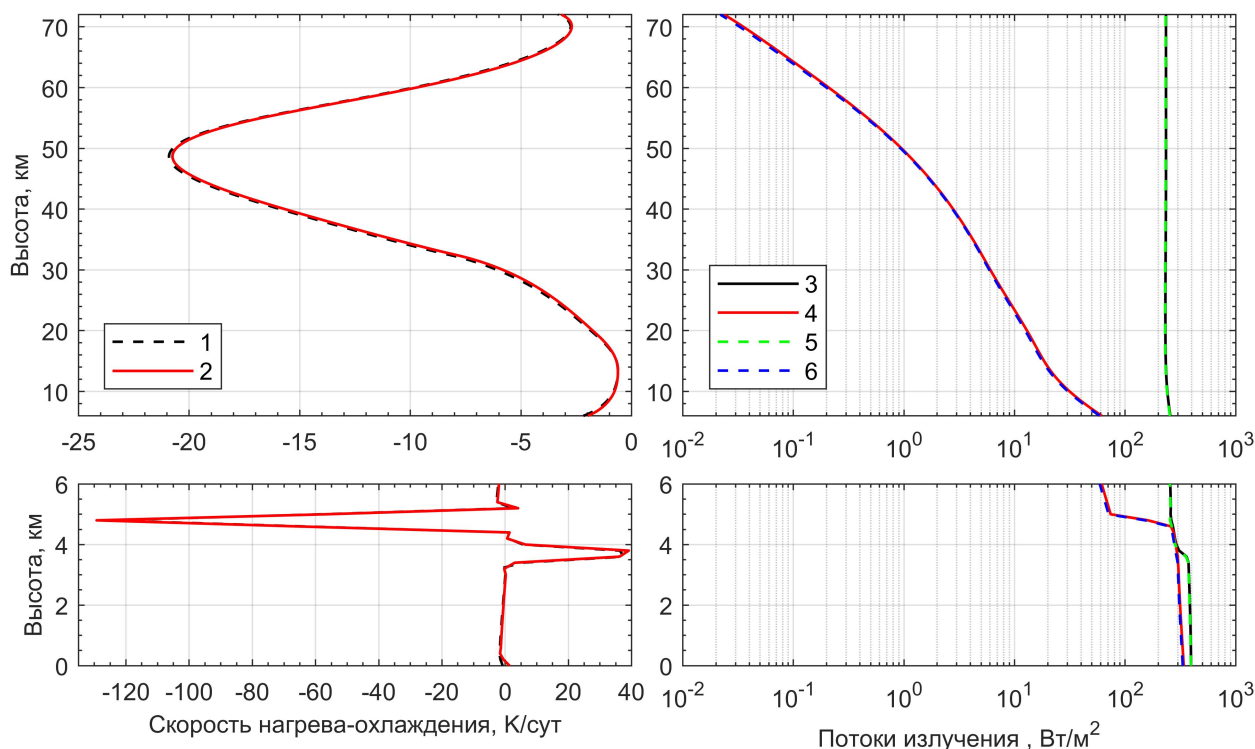
ние), а в нижней части этого слоя на высоте около 3,5 км скорость нагрева составляет 50 К/сут. В верхней части верхнего облачного слоя на высоте около 9,5 км эта скорость достигает значений около -100 К/сут (выхолаживание), а в нижней части этого слоя на высоте около 7,5 км эта скорость составляет 60 К/сут. Наличие указанных скоростей нагрева-охлаждения атмосферы внутри облачных слоев будет нарушать гидростатическое равновесие в атмосфере и вызывать вертикальную конвекцию.

Внутри облачного слоя поле излучения становится практически изотропным из-за многократного рассеяния. При этом восходящий поток собственного излучения атмосферы в интервале частот от 10 до 1000  $\text{см}^{-1}$  выше облачного слоя не существенно отличается от потока, рассчитанного для безоблачной атмосферы. В интервале частот от 1000 до 3000  $\text{см}^{-1}$  восходящий поток выше облачного слоя примерно на 20-25 % меньше чем этот поток, рассчитанный при отсутствии облачного слоя. Под облачным слоем восходящий и нисходящий потоки излучения увеличиваются по сравнению с этими потоками в безоблачной атмосфере. По сравнению с безоблачным случаем, восходящий поток на верхней границе ослабляется тем сильнее, чем больше частота излучения и чем выше расположен облачный слой. Также расчеты показали, что наличие облаков мало влияет на скорость нагрева воздуха собственным излучением в верхней тропосфере, стратосфере и мезосфере.

Также в этой главе описан способ построения параметризаций молекулярного поглощения, предназначенных для расчетов поля собственного излучения, который учитывает различия газового состава в средней и нижней атмосфере и обеспечивает хорошую точность расчетов как в безоблачной атмосфере, так и при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной. Этот способ относительно прост в программной реализации и позволяет менять число модельных каналов параметризации в широких пределах.

Кроме того представлена построенная с помощью этого способа параметризация оптических характеристик атмосферы Земли в частотном интервале от 10 до 2000  $\text{см}^{-1}$  в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км, содержащая 280 модельных каналов. Показано (см. рис. 1), что потоки восходящего и нисходящего излучения, рассчитанные с использованием этой параметризации, совпадают с относительной погрешностью меньше 1% с этими же потоками, полученными с помощью расчетов с высоким спектральным разрешением. Отклонение между скоростью нагрева-охлаждения, рассчитанной с использованием этой параметризации, и этой

же скоростью нагрева-охлаждения, рассчитанной с помощью расчетов с высоким спектральным разрешением, не превышает 0,2 К/сутки вне облачных слоев и 0,4 К/сутки внутри облачных слоев с большой оптической толщиной.



**Рис. 1.** *Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне  $10\text{--}2000\text{ см}^{-1}$  при наличии среднего облачного слоя и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков при наличии среднего облачного слоя с большой оптической толщиной. Кривая 1 — рассчитанная с использованием параметризации скорость нагрева-охлаждения, кривая 2 — эта же скорость, полученная с помощью расчетов с высоким спектральным разрешением. Кривые 3 и 4 — рассчитанные с использованием параметризации потоки восходящего и нисходящего собственного излучения, кривые 5 и 6 — эти же потоки, полученные с помощью расчетов с высоким спектральным разрешением.*

Представленная параметризация была использована при создании блока расчета собственного излучения атмосферы Земли в ИК-диапазоне, который был разработан для модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы.

В **Главе III** изложены результаты расчетов с высоким спектральным разрешением поля солнечного излучения в атмосфере Земли в частотном интервале от  $2000$  до  $50000\text{ см}^{-1}$  в интервале высот от поверхности Земли до высоты  $70\text{ км}$  на средних широтах в случае отсутствия облаков, а

также при наличии облачных слоев большой оптической толщины. Также в этой главе описан способ построения параметризаций молекулярного поглощения в частотном интервале от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$ , предназначенных для расчетов поля солнечного излучения в атмосфере Земли. Кроме того, представлена построенная с помощью этого способа параметризация оптических характеристик атмосферы Земли в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км, содержащая 144 модельных канала и сравниваются результаты расчетов, полученные с помощью этой параметризации, и результаты расчетов с высоким спектральным разрешением.

В *разделе III.1* изложено введение этой главы, в котором описаны методы быстрого расчета поля солнечного излучения атмосферы Земли в частотном интервале от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$ .

В *разделе III.2* изложен метод построения параметризаций оптических параметров атмосферы Земли в частотном интервале от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$ , предназначенных для расчетов поля солнечного излучения. Этот метод относительно прост в программной реализации и обеспечивает хорошую точность расчетов как при отсутствии, так и при наличии облачных слоев с большой оптической толщиной.

Кроме того представлена построенная с помощью этого способа параметризация оптических характеристик атмосферы Земли в интервале высот от поверхности Земли до высоты 76 км, содержащая 144 модельных каналов. Показано, что потоки восходящего и нисходящего солнечного излучения, рассчитанные с использованием этой параметризации, совпадают с этими же потоками, полученными с помощью расчетов с высоким спектральным разрешением, с относительной погрешностью меньше 1%. Отклонение между скоростью нагрева, рассчитанной с использованием этой параметризации, и этой же скоростью нагрева, рассчитанной с помощью расчетов с высоким спектральным разрешением, вне и внутри облачного слоя меньше 1%, а наибольшее отклонение между этими скоростями достигается в интервале частот от 2000 до 4000  $\text{см}^{-1}$  и составляет 0.5 К/сут вне облачных слоев и 0.7 К/сут внутри облачных слоев.

Представленная параметризация была использована при создании блока расчета солнечного излучения атмосферы Земли, который был разработан для модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы.

В *разделе III.3* детально изложены и обсуждаются результаты расчетов с высоким спектральным разрешением поля солнечного излучения атмосферы Земли. Рассматриваются потоки излучения и скорость нагрева воздуха в

безоблачной атмосфере, а также в атмосфере с облачными слоями большой оптической толщины. Анализируется влияние облачных слоев на указанные потоки и скорость нагрева воздуха.

В *подразделе III.3.1* изложены результаты расчетов в безоблачной атмосфере. Обсуждаются вертикальные профили скорости нагрева воздуха за счет поглощения солнечного излучения и вертикальные профили восходящих и нисходящих потоков солнечного излучения, рассчитанные в отсутствие облаков.

В *подразделе III.3.2* приведены результаты расчетов при наличии нижнего облачного слоя в интервале высот от 0,5 до 3 км. Обсуждается отличие этих результатов от результатов, полученных в отсутствие облаков.

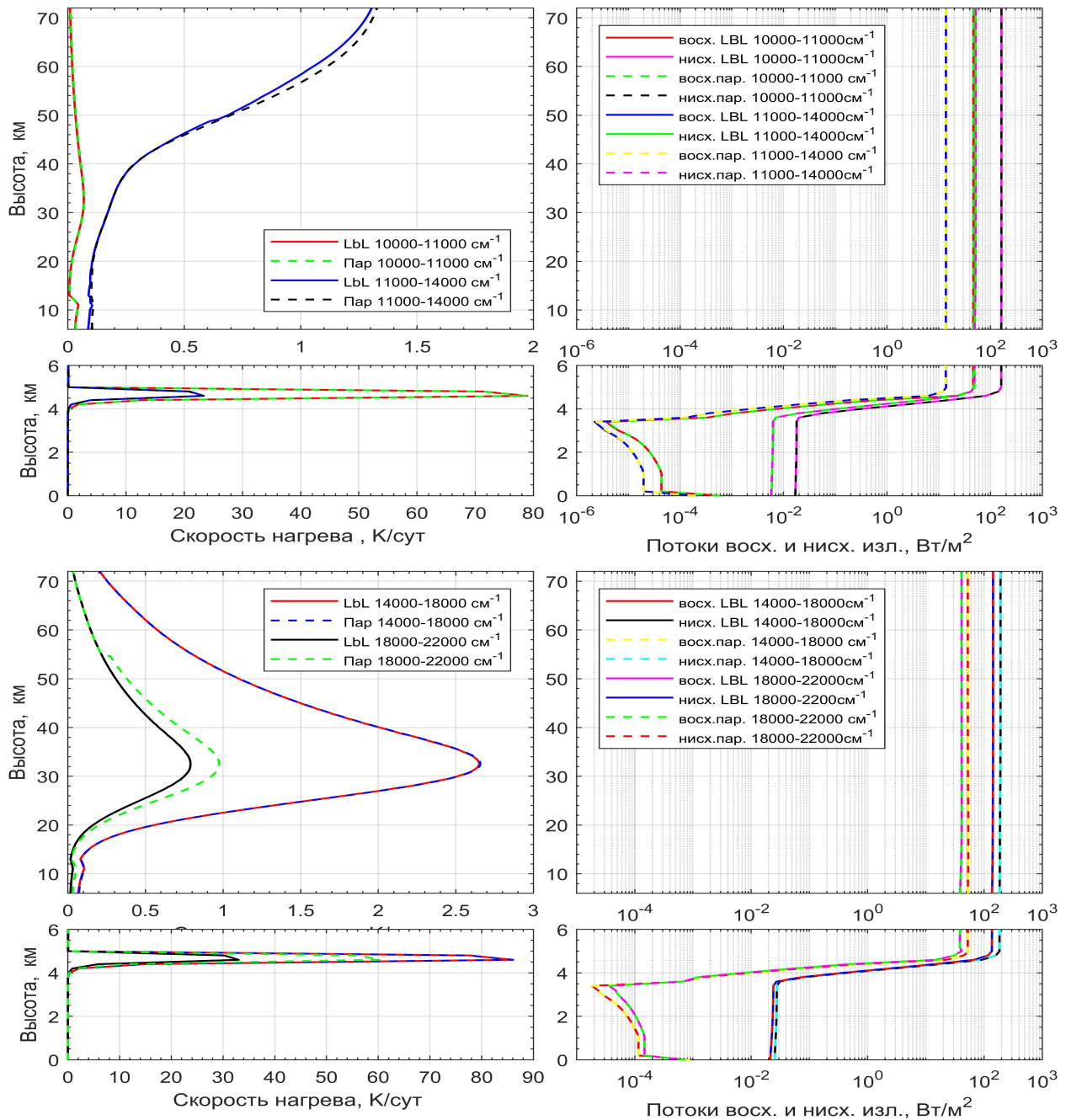
В *подразделе III.3.3* приведены результаты расчетов при наличии среднего облачного слоя в интервале высот от 3 до 6 км. Обсуждается отличие этих результатов от результатов, полученных в отсутствие облаков.

В *подразделе III.3.4* приведены результаты расчетов при наличии верхнего облачного слоя в интервале высот от 7 до 10 км. Обсуждается отличие этих результатов от результатов, полученных в отсутствие облаков.

В *подразделе III.3.5* сформулированы выводы из результатов расчетов с высоким спектральным разрешением вертикальных профилей скорости нагрева воздуха за счет переноса солнечного излучения в атмосфере и вертикальных профилей нисходящих и восходящих потоков энергии излучения, рассчитанных при наличии и отсутствии облачных слоев.

В *разделе III.4* представлена построенная с помощью описанного в разделе III.2 метода параметризация оптических характеристик атмосферы Земли в частотном интервале от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$  в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км, содержащая 144 модельных канала. Также представлены результаты расчетов поля солнечного излучения атмосферы Земли с использованием указанной параметризации (см. рис. 2), и проведено сравнение этих результатов с изложенными в разделе III.3 результатами расчетов с высоким спектральным разрешением.

В *разделе III.5* приведено заключение главы III, о том, что в этой главе изложены результаты расчетов с высоким спектральным разрешением поля солнечного излучения в атмосфере Земли в интервале высот от поверхности Земли до высоты 70 км на средних широтах в случае отсутствия облаков, а также при наличии облачных слоев большой оптической толщины в частотном интервале от 2000 до 50000  $\text{см}^{-1}$ . В этих расчетах разрешение по частоте составляло 0,001  $\text{см}^{-1}$ , а по зенитному углу 9 градусов.



**Рис. 2.** Рассчитанные при наличии среднего облачного слоя потоки восходящего и нисходящего солнечного излучения в интервалах осреднения, находящихся в частотном диапазоне от  $10000$  до  $22000 \text{ см}^{-1}$ , и скорости нагрева атмосферного газа за счет этих потоков. Сплошные линии — расчеты с высоким спектральным разрешением, прерывистые линии — расчеты с использованием параметризации.

Эти расчеты показали, что в безоблачной атмосфере на высотах более  $20 \text{ км}$  нагрев солнечным излучением обусловлен потоками излучения в частотных интервалах от  $2000$  до  $9000 \text{ см}^{-1}$  и от  $29000$  до  $50000 \text{ см}^{-1}$ . При этом потоки солнечного излучения в частотном интервале от  $9000$  до  $29000 \text{ см}^{-1}$  дают очень малый относительный вклад в скорость нагрева.

При этом нагрев на высотах от 60 до 70 км происходит в основном за счет полос поглощения углекислого газа и озона, а на высотах от 30 до 60 км в основном за счет поглощения озона в полосе Хартли. При расчете нагрева атмосферы на высотах выше 70 км нужно учитывать нарушение ЛТР в колебательных полосах молекул углекислого газа с длиной волны около 4,3 и 2,7 мкм. Скорость нагрева воздуха на высотах более 20 км существенно зависит от высоты и на высоте около 48 км достигает максимального значения. На высотах ниже 3 км скорость нагрева увеличивается с уменьшением высоты и достигает значений около 2 К/сут у поверхности, причем основной вклад в нагрев вносит поглощение фоновыми атмосферными аэрозолями в частотном интервале от 3000 до 29000 см<sup>-1</sup>. Внутри облачных слоев эта скорость достигает больших значений и существенно изменяется с высотой.

Появление на высотах ниже 15 км любого облачного слоя большой оптической толщины практически не меняет скорость нагрева воздуха и нисходящие потоки излучения выше облачного слоя. Внутри облачного слоя нисходящий и восходящий потоки быстро убывают с высотой при движении от верхней границы к нижней. По сравнению с безоблачным случаем нисходящие потоки ниже облачного слоя уменьшаются на 3–6 порядков, а восходящие потоки в облачном слое и выше него увеличиваются в 2–10 раз. Появление облачных слоев практически не меняет скорость нагрева за счет поглощения излучения с частотой большей 33000 см<sup>-1</sup> внутри и ниже этих слоев, поскольку это излучение почти полностью поглощается озоном в вышележащих слоях атмосферы. Внутри облачных слоев с большой оптической толщиной скорость нагрева воздуха солнечным излучением может достигать больших значений, до 9–17 К/час.

В **заключении** сформулированы результаты диссертационной работы, выносимые на защиту.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

По теме диссертации опубликованы следующие работы в рецензируемых российских журналах:

1. *Игнатьев Н.И., Мингалев И.В., Родин А.В., Федотова Е.А.* Новый вариант метода дискретных ординат для расчета собственного излучения в горизонтально однородной атмосфере // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2015, том 55, № 10, С. 1741-1755.
2. *Четверушкин Б.Н., Мингалев И.В., Федотова Е.А., Орлов К.Г., Чечеткин В.М., Мингалев В.С.* Расчет собственного излучения атмосферы

в модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы Земли // Математическое моделирование, 2020, том 32, № 2, С. 77–100.

3. Четверушкин Б.Н., Мингалев И.В., Чечеткин В.М., Орлов К.Г., Федотова Е.А., Мингалев В.С., Мингалев О.В. Модели общей циркуляции атмосферы Земли. Достижения и направления развития // Математическое моделирование, 2020, том 32, № 11, С. 29–46.
4. Четверушкин Б.Н., Мингалев И.В., Чечеткин В.М., Орлов К.Г., Федотова Е.А., Мингалев В.С. Блок расчета солнечного излучения атмосферы в модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы Земли // Математическое моделирование, 2022, том 34, № 3, С. 43–70.
5. Федотова Е.А. Тестирование радиационного блока модели общей циркуляции нижней и средней атмосферы Земли // Математическое моделирование, 2022, том 34, № 8, С. 38–55.
6. Мингалев И.В., Федотова Е.А., Орлов К.Г. Влияние оптически толстых слоев на нагрев атмосферы собственным излучением // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2017. т. 14, № 5, С. 100–108.
7. Мингалев И.В., Федотова Е.А., Орлов К.Г. Построение параметризаций молекулярного поглощения в нижней и средней атмосфере Земли в ИК-диапазоне // Оптика атмосферы и океана. 2018. т. 31, № 10, С. 779–786.
8. Мингалев И.В., Орлов К.Г., Федотова Е.А. Учет нарушения локального термодинамического равновесия в верхней атмосфере земли в колебательных полосах молекул углекислого газа в радиационном блоке модели общей циркуляции атмосферы Земли // Известия РАН. Серия Физическая. 2021. т. 85, № 3, С. 393–397.
9. Мингалев И.В., Орлов К.Г., Федотова Е.А., Мингалев В.С. Численное моделирование общей циркуляции нижней и средней атмосферы земли в середине января // Известия РАН. Серия Физическая. 2022. т. 86, № 3, С. 432–444.

Из перечисленных публикаций работы [1–5] входят в перечень ВАК по специальности 1.2.2.