

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИКИ РАН)

А. И. НАЗАРЕНКО

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА

Серия «МЕХАНИКА, УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА»

МОСКВА
2013

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. механико-мат. ф-та МГУ имени М. В. Ломоносова
А. Б. Киселев;
д-р техн. наук, ведущий науч. сотр. Института астрономии РАН
С. К. Татевян

Назаренко А. И. Моделирование космического мусора. М.: ИКИ РАН, 2013. 216 с. (Серия «Механика, управление и информатика»).

ISBN 978-5-9903101-6-2

Монография посвящена систематическому описанию методов, которые используются при моделировании космического мусора. Для решения различных прикладных задач, связанных с космическим мусором, автор применил единый подход. Он основан на статистическом описании космического мусора и построении преобразований одних его характеристик в другие.

Монография состоит из 14 разделов, каждый из которых посвящён рассмотрению конкретного вопроса. Первые шесть разделов знакомят читателя с источниками информации и известными методами, которые используются при моделировании космического мусора. В каждом из последующих разделов рассмотрены разработанные автором методы решения конкретных прикладных задач. Изложены алгоритмы их решения, примеры программной реализации и результаты расчётов.

Для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов, связанных с проблемой космического мусора.

Ключевые слова: космический мусор, моделирование, прикладные задачи, концентрация, распределение скоростей, оценка текущего состояния, прогноз обстановки, вероятность столкновений, взаимные столкновения, последствия столкновений, время и место падения на Землю.

Nazarenko A. I. Space debris modeling. M.: IKI RAN, 2013. 216 p. (Series “Mechanics, Control and Informatics”).

The monograph is devoted to systematic description of the techniques, which are used in modeling the space debris. To solve various space-debris-related application tasks, the author applied the unique approach. It is based on statistical description of space debris population and on constructing the transformations of some particular kind of debris' characteristics into the other one.

The monograph includes 14 lectures. Each of lectures considers some specific subject. The first six lectures acquaint the reader with information sources and some known techniques, which are used in space debris modeling. Each of subsequent lectures outlines the techniques of solution of particular application tasks, developed by the author. The task solution algorithms, the examples of software implementation and the results of calculations are presented.

The monograph is intended for research workers, engineers, post-graduate students and students involved in the space debris research.

Keywords: space debris, modeling, application tasks, spatial density, velocity distribution, current state estimation, situation forecast, probability of collisions, mutual collisions, consequences of collisions, objects' reentry time and place.

Редактор: *Гордеев Ю. А.*
Дизайн обложки: *Захаров А. Н.*
Компьютерная верстка: *Комарова Н. Ю.*

Предисловие

На первых этапах освоения космоса бытовало мнение, что выполнение многочисленных программ не приводит к отрицательным экологическим последствиям, во всяком случае, в околоземном космическом пространстве (ОКП). В дальнейшем выяснилось, что техногенное загрязнение ОКП стало существенным негативным фактором в его практическом освоении. Изучение космического мусора (КМ) стало новым направлением классической астрономии. Дальнейшее освоение ОКП практически невозможно без объективного анализа текущего состояния и источников его загрязнения, закономерностей эволюции. Особенно остро этот вопрос стоит для низких орбит с высотами до 2000 км и геостационарных, где техногенное загрязнение максимально и возникла реальная опасность взаимных столкновений спутников. Характерная особенность монотонно растущего техногенного загрязнения ОКП — его глобальный и интернациональный характер.

Проблема предотвращения опасных последствий образования КМ привлекла внимание мировой общественности. Были проведены многочисленные исследования, результаты которых опубликованы в тысячах статей и нескольких монографиях. Этой проблеме посвящён специальный документ ООН (Технический доклад о космическом мусоре. Нью-Йорк: Издание ООН, 1999).

Традиционный подход к изучению КМ — детерминированный, он основан на определении орбит конкретных объектов космического мусора и их прогнозировании. Орбитальные параметры крупных тел (размером более ~15...20 см) регулярно определяются системами контроля космического пространства (СККП) России и США (*англ.* Space Surveillance System, *сокр.* SSS). Публикуемые ими каталоги содержат текущие оценки вектора состояния каждого из объектов, которые позволяют прогнозировать их движение. Очевидно, что при отсутствии детальных сведений об элементах орбит мелких объектов их изучение требует применения статистического подхода. Характеристики мелких объектов определяются на основе специальных моделей КМ. Поэтому создание моделей КМ связано с необходимостью разработки новых методик. В настоящее время эти методики интенсивно развиваются.

Характерная особенность многочисленных публикаций по проблеме КМ — описание конкретных результатов исследований и недостаточно подробное изложение методических вопросов. При этом во многих случаях применяются разные методические приёмы решения частных задач. Поэтому актуальным представляется разработка и применение единого подхода к решению различных прикладных задач, связанных с космическим мусором. Именно этой проблеме посвящена данная монография.

Предлагаемый автором единый подход основан на статистическом описании КМ и построении преобразований одних его характеристик в другие. Каждый из разделов монографии посвящён рассмотрению конкретного вопроса. Первые шесть знакомят читателя с источниками информации и известными методами, которые используются при моделировании КМ. В каждом из последующих разделов описаны методы решения конкретных прикладных задач. Изложены алгоритмы их решения, примеры программной реализации и результаты расчётов. В последующих разделах используются материалы предыдущих и постепенно они усложняются.

На получение изложенных в монографии результатов существенное влияние оказало сотрудничество автора с его учителями — Н. П. Бусленко, М. Д. Кисликом и П. Е. Эльясбергом. Их умение сочетать теоретические исследования с получением важных прикладных результатов стало для автора образцом, которому он старался следовать.

Решение рассматриваемых в монографии задач было невозможно без постоянной поддержки, которую оказывали автору на протяжении многих лет Ю. П. Горохов, Н. П. Морозов, Г. М. Чернявский и М. В. Яковлев. Большую помощь в конкретных задачах, связанных с моделированием КМ, оказали автору его коллеги по работе: И. В. Балашов, В. А. Братчиков, А. Г. Клименко, Е. В. Коверга, И. Л. Меншиков и И. В. Усовик. Автор выражает им искреннюю признательность.

А. И. Назаренко

Раздел 1 ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

Введение

Область, где функционирует большинство искусственных спутников Земли, весьма обширна, её объём около $10^{12} \dots 10^{13}$ км³. В последние годы стало очевидно, что и активная человеческая деятельность там имеет весьма ощутимые негативные последствия.

С момента запуска первого советского спутника 04.10.1957 г. по настоящее время СККП США и России было зарегистрировано и каталогизировано около 40 000 космических объектов (КО) искусственного происхождения. Это объекты размером более 10...30 см. Примерно 25 000 из них снизились под действием атмосферы настолько, что достигли плотных слоёв верхней атмосферы, разрушились и сгорели. Остальные, около 14 000, продолжают оставаться в космосе. Из них примерно половина — российские.

Число космических стартов составляет примерно 100 в год. Масса ежегодно выводимых на орбиты объектов примерно 160 т [Eichler et al., 1998]. В результате запусков новых КО, выполнения разного рода технологических операций на функционирующих аппаратах, взрывов и аварий ежегодно в ОКП образуется 600...700 объектов размером более 10...30 см.

Первыми обратили внимание на проблему КМ специалисты США. В 1981 г. NASA выпустило официальный отчёт по этой проблеме [Space Debris: AIAA Position Paper, 1981]. При американском правительстве была создана межведомственная группа, в состав которой вошли представители Национального управления по аэронавтике и исследованию космического пространства (*англ.* National Aeronautics and Space Administration, *сокр.* NASA), Министерств обороны, транспорта, иностранных дел, а также независимые эксперты научно-исследовательских организаций и фирм. Подготовленный этой группой в 1989 г. отчёт для Совета национальной безопасности [Report..., 1989] содержит анализ состояния загрязнения ОКП в результате деятельности человека, а также рекомендации министерствам по проведению согласованной программы научно-исследовательских работ, задачей которой стало повышение возможности обнаружения и слежения за объектами искусственного происхождения, моделирование уровня загрязнения на околоземных орбитах, координация усилий по сбору данных, разработка «общих технологий и процедур с целью уменьшения степени загрязнения и повышения живучести космических аппаратов (КА)». Была разработана совместная программа реализации этих рекомендаций.

В 1988 г. Европейское космическое агентство (ЕКА, *англ.* European Space Agency, *сокр.* ESA) также подготовило обзорный отчёт по проблеме КМ [Space Debris. ESA SP-1109, 1988]. С 1993 по 2013 г. ESA организовало пять конференций по КМ [Proc. 1st European Conf. Space Debris, 1993; Proc. 2nd European Conf. Space Debris, 1997 и др.], на которых были широко представлены результаты исследований экспертов из разных стран. Администрация США регулярно выпускает официальные документы по рассматриваемой проблеме [Orbital Debris..., 1995].

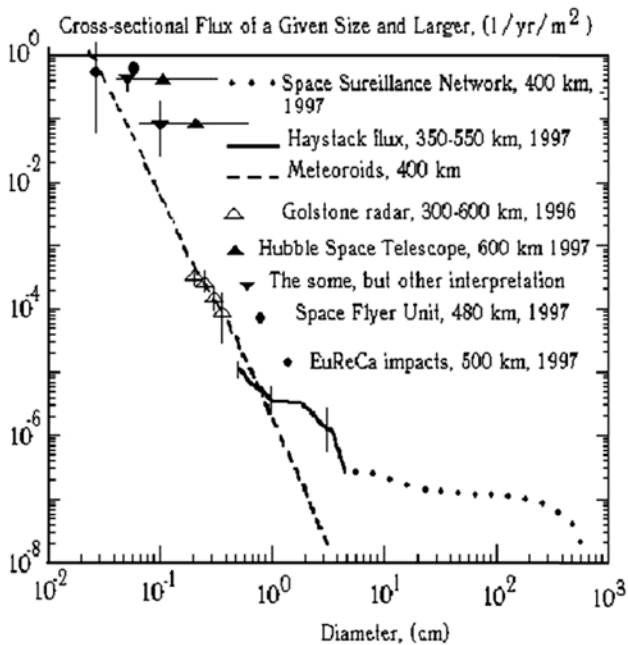


Рис. 1.1. Измерения КМ разного размера

В России было проведено две специализированные конференции по тематике КМ — в 1992 и 1995 гг. Рефераты докладов на первой из них опубликованы в трудах [Technogeneous Space Debris..., 1992], а часть докладов второй конференции опубликована в сборнике [Space Forum..., 1996]. Наиболее полные обзорные материалы об исследованиях по проблеме КМ в России подготовил Институт астрономии РАН, который опубликовал три сборника статей по этой тематике [Проблема загрязнения..., 1993; Столкновения..., 1995; Околоземная астрономия..., 1998].

В 1999 г. ООН опубликовала обзорный доклад о проблеме КМ [Технич. докл., 1999]. Выше приведён рисунок из этого доклада (рис. 1.1).

С 1988 г. Ник Джонсон (Nik Johnson) и Дарен Мак-Найт (Darren McKnight) издавали журнал “Orbital Debris Monitor”. Затем после перехода Джонсона в NASA с 1996 г. стал выходить ежеквартальный журнал “Orbital Debris Quarterly News” (<http://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/>).

В России опубликованы два государственных и один отраслевой стандарты, содержащие характеристики техногенного загрязнения ОКП [Назаренко и др., 1997, 1999, 2005].

По проблеме КМ имеется несколько монографий и большое количество статей. Необходимые ссылки будут приведены при рассмотрении конкретных вопросов.

Актуальные прикладные задачи, при решении которых необходимо учитывать данные о КМ, требуют оценки текущего уровня техногенного загрязнения ОКП и его прогнозирование; опасности столкновений КА с КМ; вероятности пробоя элементов конструкции КА, а также проектирования специализированных измерительных средств и определения времени и места падения опасных объектов КМ.

§ 1.1

Оценка текущего уровня техногенного загрязнения околоземного космического пространства и его прогнозирование

Исходные данные:

- каталоги КО в разные моменты времени;
- данные о разрушениях спутников в результате преднамеренных взрывов, аварий и столкновений;
- радиолокационные и оптические наблюдения мелких фрагментов.

Результат:

- текущие статистические характеристики пространственного распределения КМ разного размера;
- прогнозные характеристики КМ разного размера.

Применение:

- при планировании и разработке разного рода космических программ;
- проектировании КА и ракет-носителей (РН);
- подготовке и проведении измерений КМ.

Реализация:

- в виде специализированных компьютерных программ, программ общего пользования, а также нормативных документов. Например, программы ORDEM (Orbital Debris Engineering Models), MASTER, SDPA (Space Debris Prediction and Analysis).

Потребители:

- организации, занимающиеся проектированием и эксплуатацией КА, а также учебные заведения.

Особенности:

- необходимость регулярного обновления характеристик загрязнения ОКП в связи с их изменением во времени (рис. 1.2).

Уникальный «вклад» в загрязнение ОКП внесли испытания в Китае противоспутникового оружия в январе 2007 г. (разрушение спутника Fengun 1C). При этом образовалось ~2800 каталогизированных фрагментов (рис. 1.3).

Результатом столкновения спутников Iridium 33 и «Космос-2251» в феврале 2009 г. стало образование ~1800 каталогизированных фрагментов разрушения.

В 2012 г. с учётом взаимных столкновений всех объектов размером более 1 см была уточнена модель SDPA [Nazarenko, 2012] (рис. 1.4).

Специализированные компьютерные программы, с помощью которых выполняется уточнение характеристик КМ, недоступны широкому кругу пользователей. Их создание и применение по силам только уникальным специалистам. Это относится и к программам общего пользования ORDEM, MASTER и SDPA, которые используют результаты уточнения характеристик КМ, «зашитые» в программу в виде массива исходных данных.

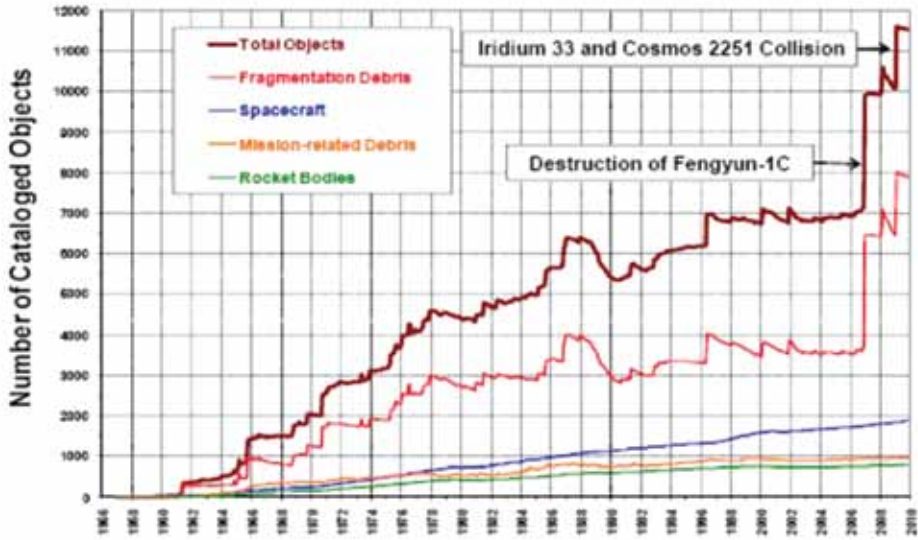


Figure 1. Growth of the cataloged LEO space object population (objects with orbital periods less than 127 minutes).

Рис. 1.2. Изменение числа каталогизированных объектов во времени (ODQN v14 i2)

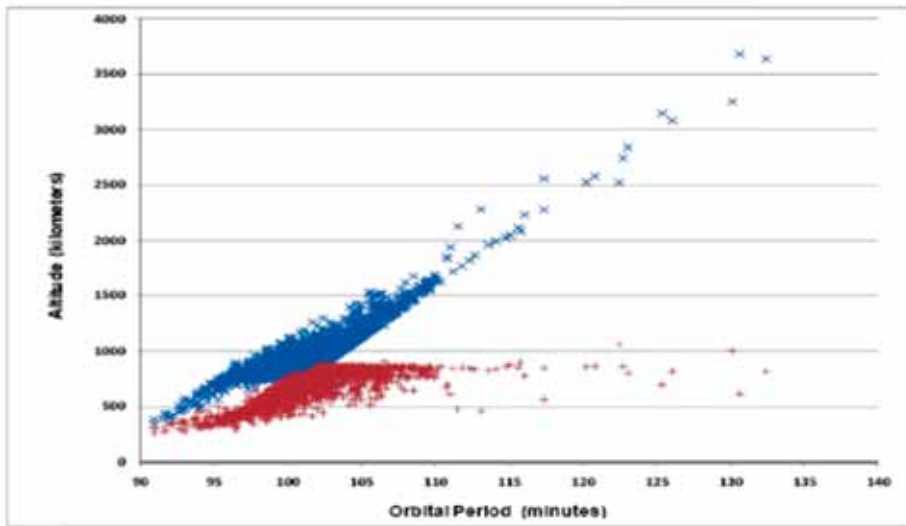


Figure 2. Distribution of cataloged debris from Fengyun-1C, Iridium 33, and Cosmos 2251, as of January 2010.

Рис. 1.3. Орбитальные характеристики всех фрагментов

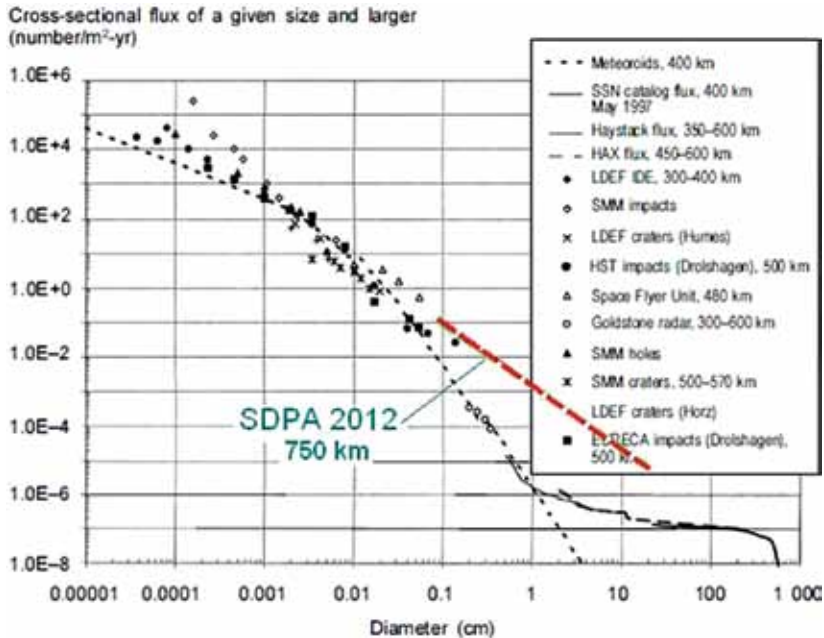


Рис. 1.4. Характеристики потока КМ по данным различных источников и оценка с учётом взаимных столкновений

Модель SDPA [Назаренко, 2002; Nazarenko, Menchikov, 2001] — это полу-аналитическая стохастическая модель для среднесрочного и долгосрочного прогнозирования техногенного КМ размером более 1 мм в низкоорбитальных областях (*англ.* Low Earth Orbits, *сокр.* LEO) и на геосинхронных орбитах (*англ.* Geosynchronous Earth Orbits, *сокр.* GEO), для построения пространственного распределения концентрации и характеристик скорости, а также оценки риска столкновений. Начало разработки модели относится примерно к 1990 г. В течение последних около 20 лет она постоянно совершенствовалась и обновлялась. Модель использует суммарные данные о КМ различного размера (без «привязки» их к конкретному источнику загрязнения). Текущее состояние загрязнения ОКП характеризуется зависимостью концентрации КМ от высоты и широты точки и статистическим распределением величины и направления скорости частиц в инерциальной системе координат. Эти характеристики построены на базе комплексного использования доступной измерительной информации и различных априорных данных.

В процессе уточнения параметров модели SDPA использовались несколько специализированных (вспомогательных) компьютерных программ. Ниже приведён перечень вспомогательных программных модулей модели SDPA, написанных на языке Паскаль. Они имеют несколько модификаций и выполняют содержательное решение соответствующих задач:

- построение гистограмм элементов орбит по данным каталога;
- построение высотно-широтного распределения концентрации по данным каталога;
- построение высотного распределения ежегодного прироста КМ разного размера;

- прогнозирование обстановки в области низких орбит и построение высотного распределения КМ разного размера;
- построение высотно-широтного распределения концентрации и составляющих скорости КМ в области низких орбит;
- построение высотно-широтного распределения концентрации и составляющих скорости КМ в области геостационарных орбит;
- построение азимутальных распределений направления вектора скорости в инерциальной системе координат;
- оценку числа пролётов КМ через зоны обзора наземных и бортовых измерительных средств;
- прогнозирование обстановки с учётом взаимных столкновений объектов разного размера.

В данный перечень не вошли ещё не завершённые программы.

Модель включает также шесть прикладных программ, приведённых в табл. 1.1.

Таблица 1.1. Прикладные программы модели SDPA

Назначение	Имя
1. Расчёт плотности потока КМ относительно КА и построение соответствующих статистических распределений, 2001 г.	SDPAF
2. Инженерная модель для расчёта концентрации и плотности потока КМ относительно КА, 2002 г.	SDPAE
3. Моделирование засорённости ОКП, 2007 г.	SDPAmo
4. Оценка последствий столкновений КА с КМ, 2008	SDPAPP
5. Оценка потока микрометеоритов относительно КА на разных орбитах, 2011 г.	SDPAM
6. Прогнозирование обстановки с учётом новых столкновений, 2013 г.	SDP2013

Приведённая в табл. 1.1 инженерная модель (SDPA-E), аналогична рассмотренным выше моделям NASA и ESA. Как и в них, основные исходные файлы данных подготовлены на основе большого количества расчётов по вспомогательным программам. Инженерная модель предназначена для быстрого, удобного и визуального представления характеристик КМ. В этой модели подготовленные разработчиком файлы исходных данных доступны для пользователя.

§ 1.2

Оценка опасности столкновения космических аппаратов с космическим мусором

Исходные данные:

- характеристики загрязнения ОКП КМ разного размера;
- элементы орбиты КА;
- конструкция КА (размеры, форма, ориентация);
- время нахождения КА в ОКП.

Результат: вероятность столкновений КА и отдельных элементов его конструкции с КМ разного размера.

Применение: на этапе проектирования КА и в процессе их полёта.

Реализация: в виде программы общего пользования и нормативных документов.

Потребители: организации, занимающиеся проектированием и эксплуатацией КА, а также учебные заведения.

Аналоги: программы ORDEM, MASTER.

Особенности: необходимость регулярного обновления характеристик загрязнения ОКП в связи с их изменением во времени.

Прикладные программы: SDPA-F и SDPA-PP.



Рис. 1.5. Первая панель программы SDPA-PP

Программы SDPA-F и SDPA-PP разработаны в инициативном порядке. Информация о них опубликована в ряде статей [Назаренко, 1996, 2000, 2002; Nazarenko, 1999]. Вторая программа является развитием первой. В неё включены операции по расчёту вероятности пробоя элементов конструкции КА (рис. 1.5).

Основные пункты меню этой программы приведены на рис. 1.6, вверху и результаты расчёта характеристик потока частиц размером 1,0...2,5 см на рис. 1.6, внизу.

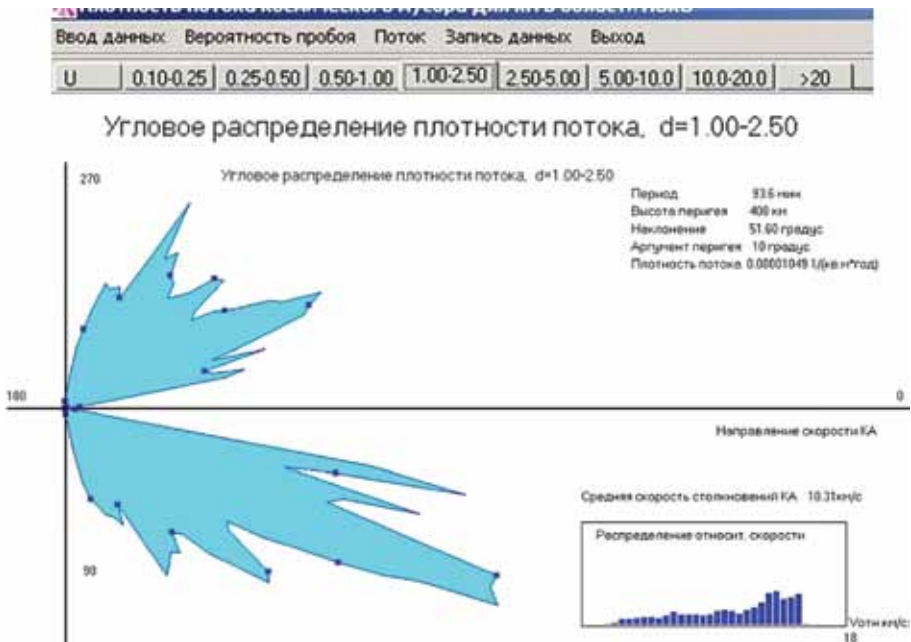


Рис. 1.6. Характеристики потока частиц размером 1,0...2,5 см относительно КА

§ 1.3

Оценка вероятности пробоя стенок элементов конструкции космического аппарата

Исходные данные:

- те же, что для оценки вероятности столкновений;
- данные о конструкции и ориентации стенок.

Результат: вероятность пробоя отдельных элементов конструкции КА.

Применение: на этапе проектирования КА и в процессе полёта.

Реализация: в виде программы общего пользования (BUMPER, SDPAPP) и нормативных документов.

Потребители: организации, занимающиеся проектированием и эксплуатацией КА, а также учебные заведения.

Особенности:

- необходимость регулярного обновления характеристик загрязнения ОКП в связи с их изменением во времени;
- программа содержит стандартную процедуру, описывающую условия пробоя стенок КА, с возможным усовершенствованием конструкции стенок эту процедуру необходимо будет дорабатывать;
- расчёт вероятности пробоя стенок — очень трудоёмкая задача, требующая много машинного времени, поэтому актуальным представляется оптимизация информационного обмена (интерфейса) между модулями расчёта характеристик потока КМ относительно КА и расчёта вероятности пробоя стенок.

Прикладная программа SDPA-PP. Эта программа содержит пункт меню «Вероятность пробоя». При обращении к этому пункту открывается дополнительная панель, показанная на рис. 1.7.

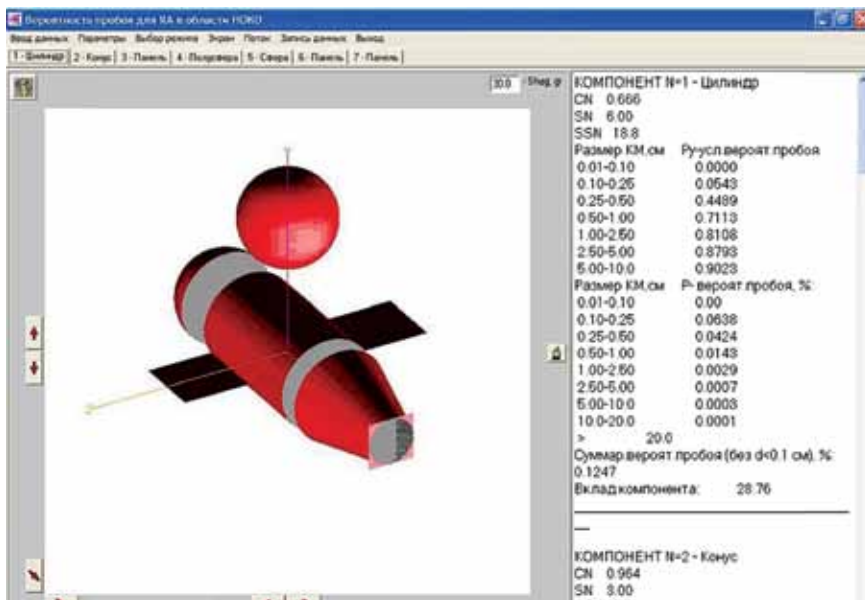


Рис. 1.7. Изображение конструкции КА и результатов на экране монитора

Слева показана конструкция КА, справа — результаты расчёта в текстовой форме для одного из элементов конструкции (цилиндра). На современном персональном компьютере затраты машинного времени на проведение всех расчётов не превышают нескольких секунд.

Наряду с оценкой вероятности пробоя стенок цилиндра (0,1247 % за год) текстовые результаты содержат оценки $C_N=0,666$; $S_N=6,0 \text{ м}^2$. Они используются для расчёта вероятности столкновения элементов конструкции (в данном случае — цилиндра) с КМ разного размера по формуле

$$P(d_j)_{col} = C_N S_N Flux(d_j),$$

где $Flux(d_j)$ — оценка плотности потока по данным рис. 1.6. Безразмерный коэффициент C_N — аналог коэффициента C_x в аэродинамике [Назаренко, 2000].

Характерная особенность программы — задание конструкции КА в виде набора типовых модулей (цилиндр, конус, панель, сфера, полусфера).

Для цилиндра, конуса и полусферы ориентацию задают положением их оси в подвижной орбитальной системе координат (рис. 1.8).

Ориентация плоского элемента характеризуется соответствующим положением нормали к поверхности. Конкретное положение указанных направлений описывается двумя углами (α и β) в подвижной связанной с КА декартовой системе координат (см. рис. 1.8). Ось OX направлена по радиус-вектору, ось OZ — в плоскости обиты по направлению движения (по тангенциальной составляющей скорости). Ось OY дополняет систему координат до правой. Угол α — аналог азимута. Он отсчитывается в горизонтальной плоскости (YOZ) по часовой стрелке от оси OZ . Угол β — аналог угла места и определяет угол между задаваемым направлением и горизонтальной плоскостью.

При расчёте вероятности пробоя стенок важную роль играют так называемые предельные баллистические кривые — оценки минимального размера частиц, которые способны пробить данную стенку в зависимости от скорости столкновения и угла между вектором скорости и нормалью к поверхности стенки.

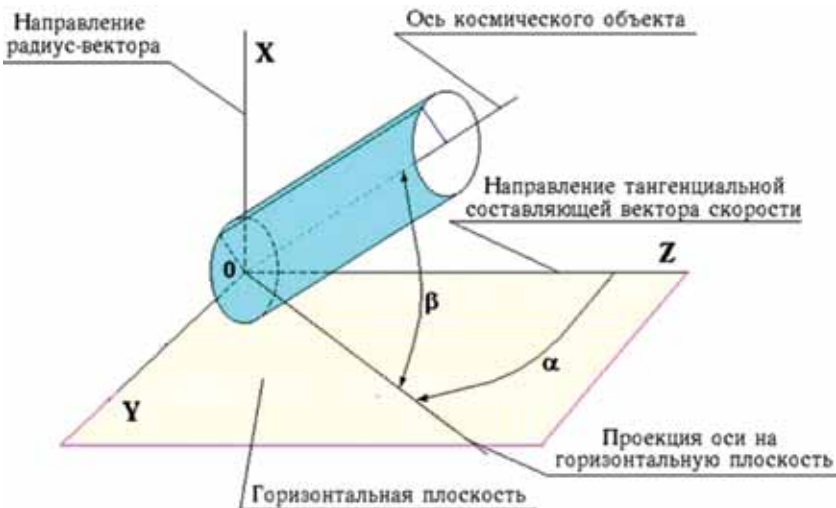


Рис. 1.8. Задание ориентации типового компонента

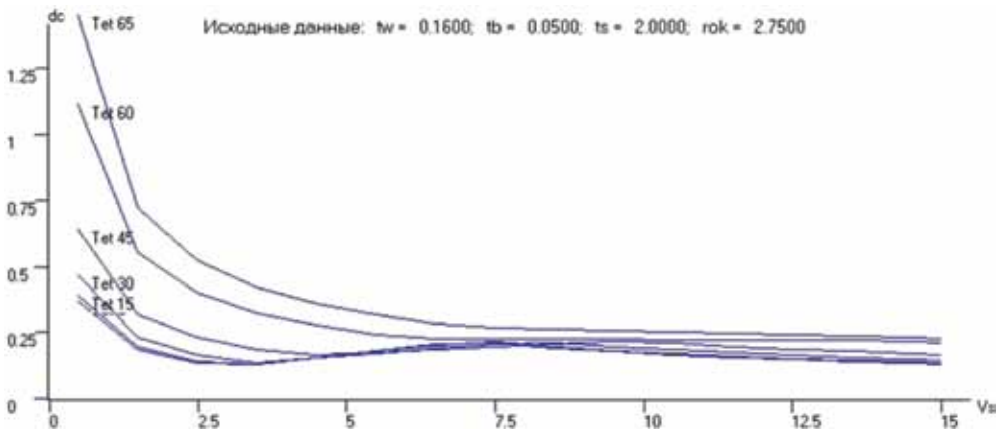


Рис. 1.9. Пример баллистических кривых

В программе SDPAPP используются зависимости, опубликованные в статье [Christiansen, 1993]. Они реализованы в виде стандартной процедуры с расширением *.dll. При необходимости пользователь может вставить собственную аналогичную процедуру. На рис. 1.9 представлен пример баллистических кривых.

О программе BUMPER (NASA)

Software Assesses Risks to Spacecraft Posed by Meteoroids and Orbital Debris

Innovators at NASA's Johnson Space Center have developed software for assessing the risk to the International Space Station (ISS) from impacts of meteoroids and orbital debris (M/OD). BUMPER II is the primary spacecraft M/OD risk analysis program NASA uses to provide for safe and reliable operations of NASA spacecraft. The code quantifies the probability of penetration of shielding and the damage to spacecraft equipment as a function of the size, shape, and orientation of the spacecraft; the parameters of its orbit; and the impact damage resistance of each spacecraft. The BUMPER II software was specifically designed for the ISS and contains several dozen ballistic limit equations that are based on results from thousands of hypervelocity impact tests conducted on ISS shielding. This software may be released to U. S. persons only.

§ 1.4

Оценка ожидаемого числа измерений для наземных (и бортовых) датчиков

Исходные данные (для наземного датчика):

- координаты датчика;
- направление и размеры поля зрения (рис. 1.10).

Данные о космическом мусоре:

- зависимость концентрации $\rho(h, \varphi)_d$ объектов размером в диапазоне $(d, d + \delta d)$ от высоты и широты;
- зависимость средней скорости частиц от высоты $\bar{V}(h)$.

Реальный поток объектов рассматриваемых размеров через элемент поля зрения:

$$\delta F(h) = Q(h)(D\alpha\delta D)C_N(A, \beta),$$

где

$$Q(h) = \rho [h, \varphi(h)]_d \bar{V}(h);$$

$$D \approx h/\sin\beta; \quad \delta D \approx \delta h/\sin\beta.$$

Суммарный поток равен сумме потоков через элементы поля зрения

$$F_{\Sigma} = \sum_h \delta F(h).$$

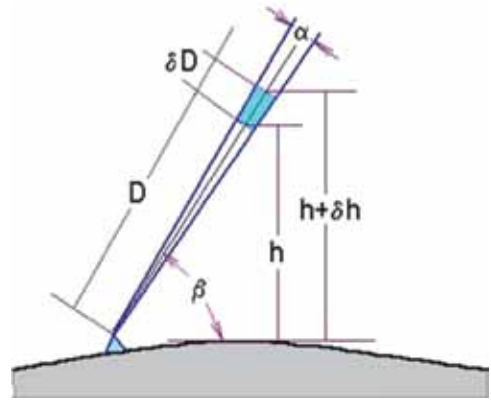


Рис. 1.10. Поле зрения станции

При $\beta \approx 90^\circ$ значение коэффициента $C_N = 1,0$ и расчёты упрощаются (рис. 1.11). Среди рассмотренных прикладных задач данная задача самая простая.

Изложенная постановка задачи не учитывает возможностей конкретных измерительных средств по обнаружению объектов разного размера и в различных условиях. С учётом этих обстоятельств задача существенно усложняется. Известна единственная программа для решения данной задачи с учётом характеристик радиолокаторов и телескопов — программа PROOF (дополнение к модели MASTER).

О программе PROOF²⁰⁰¹

PROOF²⁰⁰¹ allows the comparison of space debris observations from ground-based or space-based radars or telescopes with space debris models. That way it is possible to detect deficits in the models and to improve them gradually.

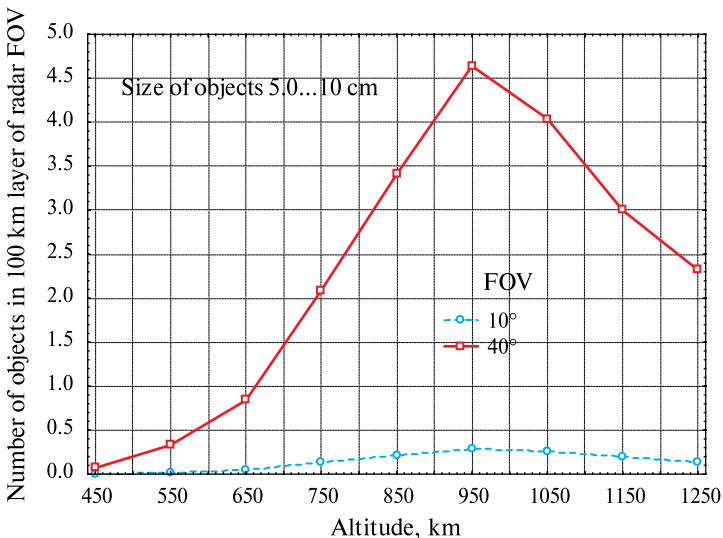


Рис. 1.11. Число КО в поле зрения при $\beta \approx 90^\circ$ и $\varphi = 30^\circ$

PROOF²⁰⁰¹ allows for the multi-parametric simulation of ground-based and space-based radar sensors and telescopes. Thus, a great number of sensors capable of detecting space debris can be modelled. The PROOF²⁰⁰¹ functional range allows for the dimensioning of space debris observation instruments. Such a dimensioning was carried out successfully at the Institute of Aerospace Systems within the ESA project ROGER.

§ 1.5

Определение времени и места падения опасных объектов космического мусора

В первые годы освоения космического пространства существовала потребность определения, ещё на стадии проектирования, времени баллистического существования спутников [King-Hele, 1964]. В последующие годы эта задача стала ещё более актуальной в связи со случаями падения больших по массе и размерам и поэтому опасных спутников, таких как «Скайлэб», «Космос-954», «Космос-1402», «Салют-7»/«Космос-1686» и др. [Reentry of Space Debris..., 1985; The Reentry of Salyut 7/Cosmos 1686..., 1991]. Особенность их падений — отсутствие связи со спутниками и невозможность управления ими. В этих условиях единственным источником исходных орбитальных данных для прогноза падения становятся наблюдательные данные российской и американской СККП.

Характерная отличительная особенность рассматриваемой задачи — применение детерминированного подхода для её решения. Для каждого конкретного спутника она решается на основе орбитальных данных СККП путём прогноза параметров орбиты до входа спутника в плотные слои атмосферы или до его падения на Землю. Поэтому по своему содержанию данная задача непосредственно не относится к моделированию КМ на основе применения статистического подхода. Тем не менее, она рассматривается в монографии по следующим соображениям:

- опасные падающие объекты, как правило, относятся к КМ;
- случаи падения спутников привлекают внимание мировой общественности, и в соответствии с международным правом страна, которой принадлежит спутник, обязана предупредить соответствующие государства о его падении и возместить возможный причинённый ущерб;
- прогноз входа спутника в плотные слои атмосферы обычно включается в программу конференций по КМ;
- в большинстве случаев не удаётся локализовать район падения с достаточной точностью. Обычно его длина составляет не менее нескольких сотен (тысяч) километров. Погрешность прогноза имеет порядок 10 % от оставшегося времени существования спутника — момента последнего уточнения его орбитальных параметров. За последние 30 лет точность официальных решений данной задачи (во время международных кампаний) улучшить не удалось.

Автору довелось быть непосредственным участником определения времени и места падения спутников «Скайлэб», «Космос-954», «Космос-1402», «Салют-7»/«Космос-1686» на основе данных российской СККП [Nazarenko, 1991]. Им был выполнен ряд исследований, направленных на повышение

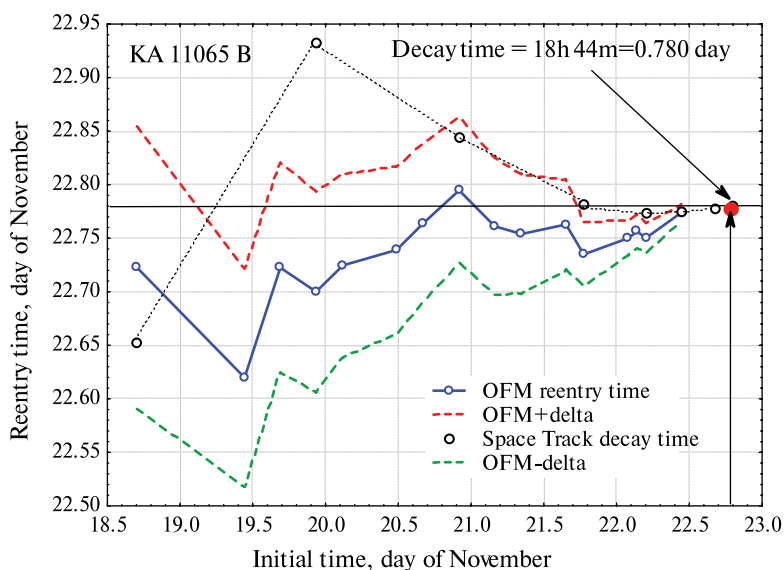


Рис. 1.12. Оценка времени входа в плотные слои атмосферы

точности решения этой задачи [Назаренко, 2012; Cefola et al., 1999; Nazarenko, 1998, 2007, 2009; Nazarenko, Yurasov, 2003; Nazarenko et al., 1998, 2000, 2007; Yurasov, Nazarenko, 2000; Yurasov et al., 2004, 2005, 2006].

В качестве примера [Назаренко, 2012] на рис. 1.12 представлены полученные автором результаты определения времени входа в плотные слои атмосферы ракеты-носителя КА «Фобос-Грунт» (№ 11065В) в ноябре 2011 г. Эти результаты регулярно и оперативно (до падения спутника) размещались на сайте автора (<http://satmotion.ru>).

Для точки входа были получены: время входа 22 ноября 18 ч 34 мин (UT); долгота 108,33°; широта 19,70°. Рассчитанное время отличается от объявленного американскими исследователями (18 ч 44 мин) всего на 10 мин, что свидетельствует о высокой точности прогноза движения спутника на интервале 5,5 витков (~2 % от оставшегося времени существования). Координаты точки входа также хорошо согласуются с американскими данными, размещёнными на сайте <http://www.space-track.org> (долгота 133°, широта 14°). Это район пересечения экватора при движении спутника с севера на юг.

Литература

- [Назаренко, 1996] Назаренко А. И. Аэродинамическая аналогия взаимодействия поверхности аппаратов разной формы с космическим мусором // Космич. исслед. 1996. Т. 34. № 3.
- [Назаренко, 2000] Назаренко А. И. Методика и некоторые результаты оценки вероятности пробоя стенок российских модулей международной космической станции // Космонавтика и ракетостроение. 2000. № 18. ЦНИИМаш, 2000.
- [Назаренко, 2002] Назаренко А. И. Моделирование техногенного загрязнения околоземного космического пространства // Астрономич. вестн. 2002. Т. 36. № 6. С. 555–564.

- [Назаренко, 2012] *Назаренко А. И.* Применение метода оптимальной фильтрации измерений для уточнения и прогнозирования орбит КА // Вестн. ФГУП «НПО им. С. А. Лавочкина». 2012.
- [Назаренко и др., 1997] *Назаренко А. И.* и др. ГОСТ Р В 25645.164-97. Обеспечение экологической безопасности ракетно-космической техники. Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества в околоземном пространстве. М.: Госстандарт России, 1997.
- [Назаренко и др., 1999] *Назаренко А. И.* и др. Отраслевой стандарт ОСТ 134-1022-99. Пространство околоземное космическое. Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества. М.: РКА, 1999.
- [Назаренко и др., 2005] *Назаренко А. И.* и др. Характеристики компьютерных программ для определения пространственно-временного распределения техногенного вещества. Приложение А // ГОСТ Р 25645.167-2005. Космическая среда (естественная и искусственная). Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества в космическом пространстве. М.: Стандартинформ, 2005. С. 34-40.
- [Околоземная астрономия..., 1998] Околоземная астрономия (космический мусор) / Под. ред. А. Г. Масевич. М.: Космосинформ, 1998. 277 с.
- [Проблема загрязнения..., 1993] Проблема загрязнения космоса (космический мусор) / Под. ред. А. Г. Масевич. М.: Космосинформ, 1993. 150 с.
- [Столкновения..., 1995] Столкновения в околоземном пространстве (космический мусор) / Под. ред. А. Г. Масевич. М.: Космосинформ, 1995. 322 с.
- [Технич. докл., 1999] Технический доклад о космическом мусоре. Нью-Йорк: Издание ООН, 1999. 50 с. = Technical Report on Space Debris (Adopted by the Scientific and Technical Subcommittee of the United Nations Committee on the Peaceful Uses of Outer Space.)
- [Cefola et al., 1999] *Cefola P.J., Nazarenko A. I., Yurasov V.S.* Refinement of Satellite Ballistic Factors for the Estimation of Atmosphere Density Variations and Improved LEO Orbit Prediction // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Breckenrige, CO, Feb. 1999. AAS 99-203.
- [Christiansen, 1993] *Christiansen E.* Design and Performances equations for Advanced and Meteoroid and Debris Shield // Intern. J. Impact Engineering. 1993. V. 14. P. 145–156.
- [Eichler et al., 1998] *Eichler P., Reynolds R., Bade A., Johnson N.* Historical Evolution and Current Status of the Number and Mass of Objects in Earth Orbit // Orbital Debris Quarterly News. NASA JSC Houston. 1998. V. 3. N. 4. P. 8.
- [Nazarenko, 1991] *Nazarenko A. I.* Determination and Prediction of Satellite Motion at the End of the Lifetime // Intern. Workshop on Salyut7/Kosmos1686 Reentry, ESOC, Darmstadt (G), 9 Apr. 1991.
- [Nazarenko, 1998] *Nazarenko A. I.* Determination and Prediction of Orbits with Due Account of Disturbances as a “Color” Noise // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, CA, Feb. 1998. AAS 98-191.
- [Nazarenko, 1999] *Nazarenko A. I.* Technique and some results of space debris penetration probability (PP) estimation for Russian modules of ISS // 17th IADC Meeting, Darmstadt, Germany, Oct. 1999.
- [Nazarenko, 2003] *Nazarenko A. I.* Collision of Spacecraft with Debris Particles Assessment // Proc. 17th Intern. Symp. “Space Flight Dynamics” (SSFD). 16–20 June 2003, Russia, Moscow, July 2003.
- [Nazarenko, 2004] *Nazarenko A. I.* Collision of Spacecraft of Various Shapes with Debris Particles Assessment // 14th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conf. Maui, Hawaii, Feb. 2004. AAS 04-180.
- [Nazarenko, 2007] *Nazarenko A. I.* Accuracy of Determination and Prediction Orbits in LEO. Estimation Errors Depending on Accuracy and Amount of Measurements // 7th US/Russian Space Surveillance Workshop. Monterey, Oct. – Nov. 2007.

- [Nazarenko, 2009] *Nazarenko A. I.* Increasing the accuracy of orbit forecasting on the basis of improvement of statistical methods for processing measurements // 5th European Conf. Space Debris. ESA SP-672. 2009.
- [Nazarenko, 2012] *Nazarenko A. I.* Estimation of the contribution of the effect of collisions of objects larger than 1 cm in size. 30th Inter-Agency Space Debris Coordination Committee (IADC) Meeting, 2012.
- [Nazarenko, Koverga, 2005] *Nazarenko A. I., Koverga E. V.* Optimization of the Interface between Space Debris Environment Models and Damage Prediction Tools // 4th European Conf. Space Debris. Darmstadt Germany, 2005.
- [Nazarenko, Menchikov, 2001] *Nazarenko A. I., Menchikov I. L.* Engineering Model of Space Debris Environment // 4rd European Conf. Space Debris. Darmstadt, Germany. March 2001.
- [Nazarenko, Yurasov, 2003] *Nazarenko A. I., Yurasov V. S.* Atmospheric density correction using real orbital data // Proc. 17th Intern. Symp. Space Flight Dynamics (ISSFD). Moscow, July 2003.
- [Nazarenko et al., 1998] *Nazarenko A. I., Cefola P. J., Yurasov V. S.* Estimating Atmosphere Density Variations to Improve LEO Orbit Prediction Accuracy // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, CA, Feb. 1998. AAS 98-190.
- [Nazarenko et al., 2000] *Nazarenko A. I., Yurasov V. S., Cefola P. J., Proulx R. J., Granholm G. R.* Monitoring of Variations of the Upper Atmosphere Density // Proc. US/European Celestial Mechanics Workshop. Poznan, Poland, July 2000.
- [Nazarenko et al., 2007] *Nazarenko A. I., Yurasov V. S., Alfriend K. T., Cefola P. J.* Optimal Measurement Filtering and Motion Prediction Taking into Account the Atmospheric Perturbations // AAS/AIAA Conf. Mackinac, 2007. Paper AAS 07363.
- [Orbital Debris..., 1995] *Orbital Debris. A Technical Assessment.* National Academic Press. Washington. D. C., 1995. 210 p.
- [Proc. 1st European Conf. Space Debris, 1993] Proc. 1st European Conf. Space Debris. 5–7 April 1993. ESA SD-01. Darmstadt. Germany. 1993. 741 p.
- [Proc. 2st European Conf. Space Debris, 1997] Proc. 2nd European Conf. Space Debris. 17–19 March 1997. ESA SP-393. Darmstadt. Germany. 1997. 807 p.
- [Report..., 1989] Report on Orbital Debris. Interagency Group (Space). Washington. D. C.: National Security Council, 1989.
- [Space Debris. ESA SP-1109, 1988] Space Debris. ESA SP-1109. Paris: ESA, 1988.
- [Space Debris: AIAA Position Paper, 1981] Space Debris: AIAA Position Paper. AIAA Technical Committee on Space Systems. Washington, D. C.: National Security Council, 1981.
- [Space Forum..., 1996] Space Forum. V. 1. Overseas Publishers Association, 1996.
- [Technogeneous Space Debris..., 1992] Technogeneous Space Debris: Problem and directions of research. Moscow conf. Orbital Debris Monitor. April 1992. V. 5(2). P. 3.
- [Yurasov, Nazarenko, 2000] *Yurasov V. S., Nazarenko A. I.* Reentry Time Determination Analysis for 99058E Satellite // US/European Celestial Mechanics Workshop. Washington, DC, 2000.
- [Yurasov et al., 2004] *Yurasov V. S., Nazarenko A. I., Cefola P. J., Alfriend K. T.* Results and Issues of Atmospheric Density Correction // J. Astronautical Society. 2004. V. 52. N. 3.
- [Yurasov et al., 2005] *Yurasov V. S., Nazarenko A. I., Cefola P. J., Alfriend K. T.* Reentry Time Prediction Using Atmospheric Density Corrections // 4th European Conf. Space Debris. Darmstadt, Germany, Apr. 2005.
- [Yurasov et al., 2006] *Yurasov V. S., Nazarenko A. I., Cefola P. J., Alfriend K. T.* Direct Density Correction Method: Review of Results // Internal Administration Circular (IAC). 2006. IAC-06-C1.5.2.

Раздел 2 МОДЕЛИ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА — БАЗОВЫЙ ИНСТРУМЕНТ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ. ОБЗОР ДОСТУПНЫХ МОДЕЛЕЙ И ИХ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

§ 2.1

Документ ООН, 1999 г. [Технич. докл., 1999]

(a) *EVOLVE* was developed by the NASA Johnson Space Center to provide both short-term and long-term forecasts of the LEO environment with excessive source terms and detailed traffic models, based on quasi-deterministic population propagation techniques that are suitable for both LEO and GEO modelling;

(b) *ORDEM96* is a semi-empirical engineering model developed by the NASA Johnson Space Center. It is based upon extensive remote and *in situ* observations and is used to support United States Space Shuttle and International Space Station design and operations;

(c) *MASTER* is an ESA semi-deterministic environment model based on 3-D discretization of spatial densities and transient velocities. The model is applicable to altitudes from LEO to GEO, providing environment estimates in the short term. A less detailed version of *MASTER* is available as an engineering format. Both models were developed by the Technical University of Braunschweig under ESA contract;

(d) *IDES* is a semi-deterministic model of the environment using detailed historical and future traffic models to provide short-term and long-term predictions of the space debris environment and the collision flux it presents to specific satellites.



Table 4. Debris environment models

Model name	Source	Evolutionary period	Engineering model available	Minimum size	Orbital regime
CHAIN	NASA	Long term	No	1 cm	LEO
CHAINED	ESA	Long term	No	1 cm	LEO
EVOLVE	NASA	Short and long term	No	1 mm	LEO
IDES	DERA	Short and long term	No	0.01 mm	LEO
LUCA	TUBS	Long term	No	1 mm	LEO/MEO
MASTER	ESA	Short term	Yes	0.1 mm	LEO/GEO
Nazarenko	RSA	Short and long term	No	0.6 mm	LEO
ORDEM96	NASA	Short term	Yes	1 μ m	LEO
SDM/STAT	ESA/ CNUCE	Short and long term	No		LEO/GEO

The model was developed by the Defence Evaluation and Research Agency (DERA), Farnborough, United Kingdom;

(e) *Nazarenko*, a model developed by the Centre for Programme Studies (CPS) of RSA, is a semi-analytic, stochastic model for both short-term and longterm prediction of the LEO debris environment, providing spatial density, velocity distributions and particle fluxes. The model takes account, in average form, of debris sources (except for the cascading effect) and of atmospheric drag; it has been adjusted on the basis of Russian and American catalogue data and published measurements of somewhat smaller fragments (more than 1 mm), while also taking account of a priori information;

(f) *SDM* is a semi-deterministic model to provide both short-term and longterm predictions of the space debris environment. The code, developed at CNUCE, makes use of a detailed traffic model, including satellite constellations, and considers several source model options for explosions, collisions and RORSAT leaks. SDM has been developed under ESA and ASI contracts.

§ 2.2

Применяемые подходы

При отсутствии детальных сведений об элементах орбит мелких объектов изучение опасности столкновений КА с ними требует применения статистического подхода. В то же время традиционный подход к изучению движения спутников — детерминированный. Он основан на интегрировании уравнений движения. Идеи детерминированного подхода в той или иной степени используются в большинстве работ. Например, в моделях NASA и ESA имитируются последствия всех известных запусков и разрушений спутников, а также возможных будущих аналогичных событий. Для каждого из объектов (или группы) формируется вектор начальных условий (НУ). Прогнозирование выполняется с использованием традиционных моделей движения. Для оценки опасности столкновений пары спутников используется методика Д. Кесслера [Kessler, 1981] или её модификации. Для множества объектов результаты суммируются. Очевидно, что такой подход очень трудоёмок и может быть реализован только на достаточно мощных ЭВМ. В то же время этот подход не снимает проблемы обеспечения адекватности модели. При этом точность моделирования последствий разрушений неизвестна. Применяемые в разных моделях оценки могут отличаться на порядок. Весьма сложной задачей остаётся также настройка модели по имеющейся ограниченной измерительной информации.

Модель SDPA основана на принципах статистического описания движения КМ [Назаренко, 2000, 2002; Nazarenko, 1997]:

- техногенная среда характеризуется пространственными распределениями концентрации объектов, а также величины и направления их скорости;
- применение закономерностей движения объектов как спутников Земли;
- максимальное использование априорных данных о возмущающих факторах;
- усреднённое описание источников загрязнения, позволяющее минимизировать число параметров, уточняемых по известным экспериментальным данным.

§ 2.3

Определение концентрации космического мусора

В модели MASTER применяется детерминированный подход в наиболее «чистом» виде. Он основан на «поштучном» прогнозировании движения каждого из объектов с использованием известных начальных условий (элементов орбит). В сферической системе координат все пространство разбивается на трёхмерные ячейки, характеризуемые высотой, широтой, долготой и объёмом. Число ячеек может достигать нескольких сотен тысяч.

В модели ORDEM применяется «помесь» детерминированного и стохастического подходов. Каждый из объектов характеризуется тремя элементами орбиты — геоцентрическими расстояниями до перигея и апогея (r_p и r_a) и наклоном i . Концентрация принимается независимой от долготы. «Вклад» данного j -го объекта в концентрацию КМ в точке с геоцентрическими координатами (r, β) определяется по формуле [Kessler, 1981]

$$\rho(r, \beta)_j = \frac{1}{2\pi^3 r a [(\sin^2 i - \sin^2 \beta)(r - r_p)(r_a - r)]^{1/2}}, \quad (2.1)$$

где β — широта точки; a — большая полуось орбиты, $a = (r_p + r_a)/2$. Результаты расчётов для различных точек ОКП суммируются (по объектам).

В модели SDPA сделан следующий шаг в направлении уменьшения роли детерминированного подхода. Вместо элементов орбит каждого из объектов в качестве исходных данных рассматриваются статистические нормированные распределения высоты перигея, эксцентриситета и наклона (соответственно $p(h_p)$, $p(e)$, $p(i)$). Для функции $\rho(r, \beta)$ выведена формула [Назаренко, 1993]

$$\rho(r, \beta) = \frac{N_\Sigma F(\beta)}{2\pi^2 r^2 \Delta h} \sum_{h_p} \sum_e \Delta\tau(h_p, e) \Phi(h_p, e, r) p(h_p) p(e) \Delta h_p \Delta e, \quad (2.2)$$

где N_Σ — общее число объектов;

$$\Phi(h_p, e, r) = \frac{(1-e)^2}{\sqrt{1-e^2}} \left(\frac{r}{r_p} \right)^2; \quad (2.3)$$

$$F(\beta) = \int_i \frac{p(i) di}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \beta}} \text{ при } \sin i \geq \sin \beta; \quad (2.4)$$

$\Delta\tau(h_p, e)$ — нормированный (в долях периода) интервал времени, в течение которого объект с элементами орбиты (h_p, e) находится в высотном диапазоне $(r, r + \Delta h)$.

Комментарий

В процессе вычислений по формуле (2.2) в модели SDPA организуется также вычисление статистического распределения величины радиальной и тангенциальной скорости КМ разного размера на различных высотах.

Пример построения статистического распределения тангенциальной составляющей скорости КМ размером 1,0...2,5 см представлен на рис. 2.1.

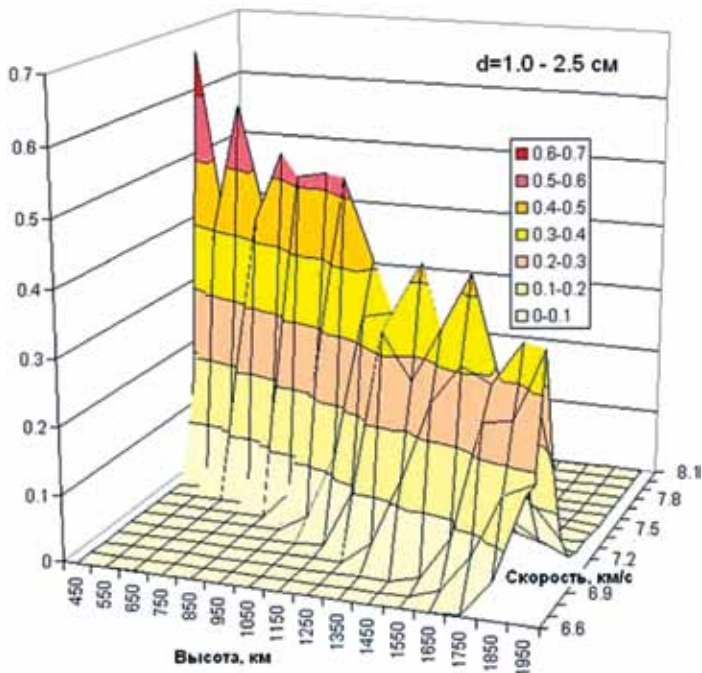


Рис. 2.1. Распределение тангенциальной составляющей скорости на разной высоте

Особенность такого распределения в том, что возможные значения скорости находятся в некотором диапазоне, который составляет 0,2...0,3 км/с. Это объясняется влиянием некруговых орбит, т. е. разбросом их эксцентриситетов. Если бы все орбиты были круговыми, то на каждой высоте тангенциальная скорость принимала бы единственное значение.

Из изложенного следует, что применяемые методики расчёта концентрации различаются способами разбиения ОКП на ячейки (трёхмерные или двумерные) и степенью детализации учёта элементов орбит КМ. При одинаковых исходных данных для случая, когда концентрация не зависит от долготы и принимается равнозначной в северном и южном полушариях, все рассмотренные методики будут приводить к практически одинаковым результатам. Различия будут только в затратах машинного времени и в памяти. Наиболее экономной является методика, применяемая в модели SDPA.

§ 2.4 Сравнение моделей космического мусора

Результаты тестовых расчётов плотности потока КМ по разным моделям относительно заданной орбиты подробно изложены в отчёте Международного комитета по космическому мусору (МККМ) [Beltrami et al., 2001]. Оценивалась плотность потока для орбит с разной высотой, наклоном и эксцентриситетом. По определению эта характеристика — усреднённое за виток произведение концентрации на значение относительной скорости.

Результаты расчётов для круговых орбит ($e=0,0$) показали приемлемое общее согласие оценок потока частиц размером более 1 см и более 10 см, хотя были и некоторые различия. Сильные отличия имели место для частиц размером менее 1 см. Было также проведено сравнение характеристик плотности потока для нескольких специально выбранных круговых орбит: МКС (высота 400 км, наклонение $51,5^\circ$), STS (высота 380 км, наклонение $28,5^\circ$), солнечно-синхронной (высота 780 км, наклонение $98,5^\circ$). Для них были проанализированы распределения скорости столкновений и направлений подлёта частиц.

На рис. 2.2–2.4 представлены результаты сравнения оценки плотности потока частиц разного размера для круговых орбит с высотой 200...2000 км и наклонением $0...140^\circ$.

Хотя для частиц размером более 10 см отмечается «общее согласие», различия плотности потока достигают 2–3 раз. По мере уменьшения размеров частиц расхождение увеличивается. Для частиц размером более 1 мм оно достигает 10–20 раз. При этом оценки моделей MASTER и SDPA относительно близки, а модели ORDEM намного больше.

На рис. 2.5 и 2.6 для орбиты МКС представлены примеры сравнения статистических характеристик скорости столкновений. У моделей MASTER и SDPA распределения относительно близки и отличаются от соответствующих распределений модели ORDEM. Из данных рис. 2.6 видно, что по оценкам модели ORDEM средняя скорость столкновений меньше, чем по двум другим моделям.

Из приведённых данных видно, что точностные характеристики модели SDPA не уступают зарубежным аналогам. Другой важный вывод — существование расхождений между результатами применения разных моделей, которые могут отличаться на порядок.

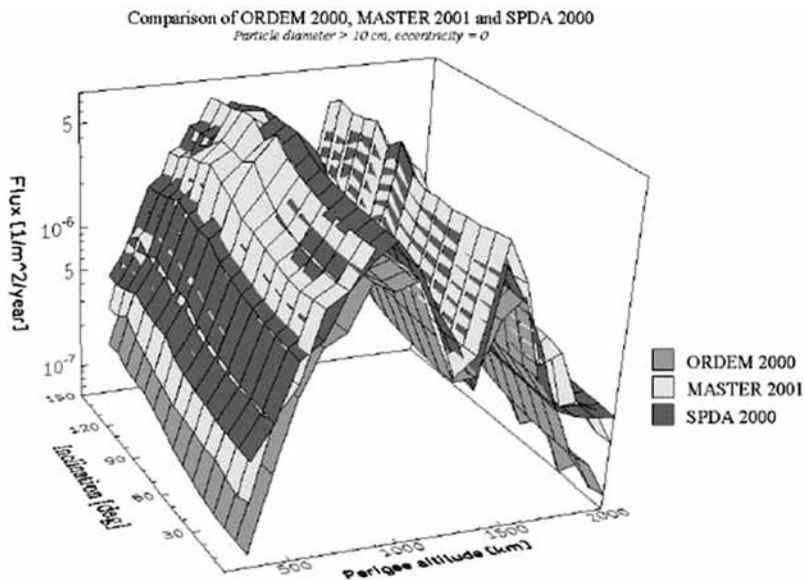


Figure 19 Flux of particles larger than 10 cm for eccentricity = 0, all models, log scale

Рис. 2.2. Сравнение оценки плотности потока для КО размером более 10 см

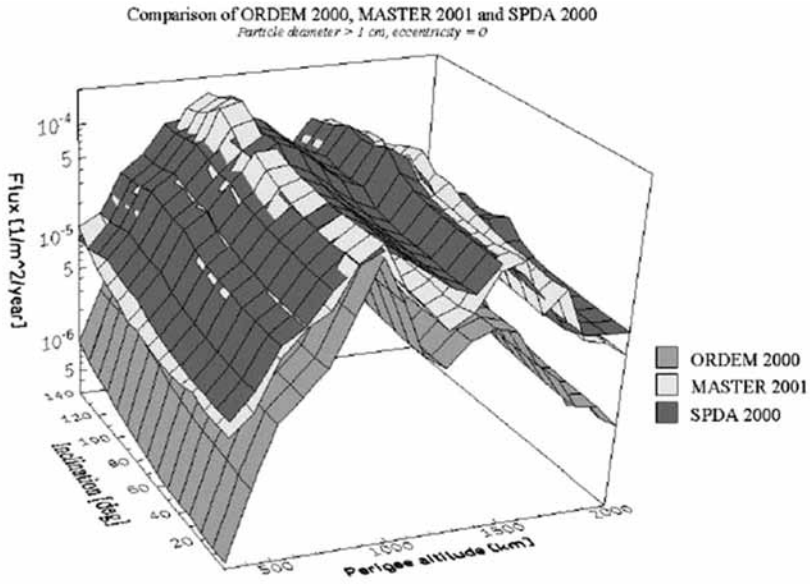


Figure 18 Flux of particles larger than 1 cm for eccentricity = 0, all models, log scale

Рис. 2.3. Сравнение оценки плотности потока для КО размером более 1 см

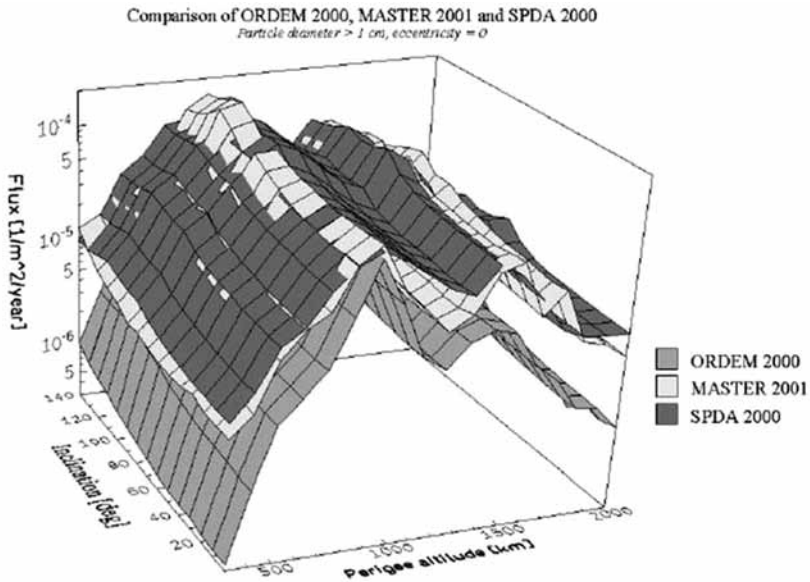


Figure 18 Flux of particles larger than 1 cm for eccentricity = 0, all models, log scale

Рис. 2.4. Сравнение оценки потока для КО размером более 1 мм

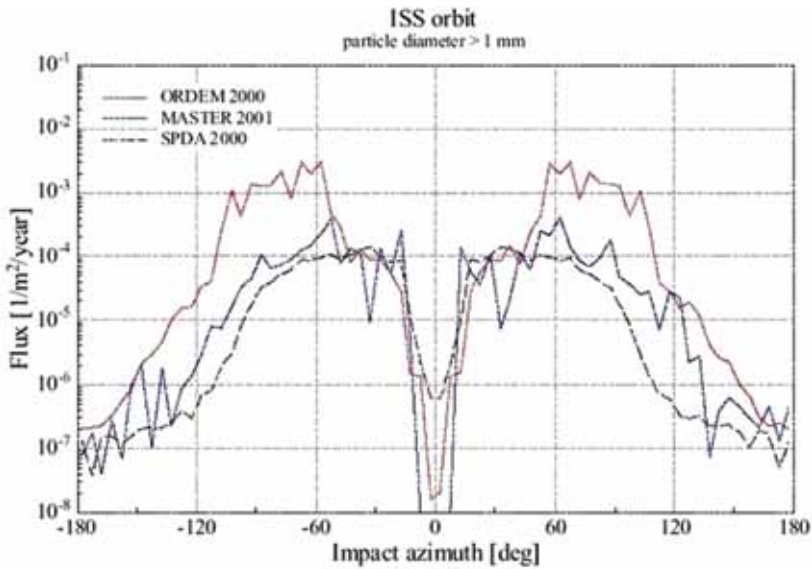


Figure 75 Flux versus impact azimuth angle of particles larger than 1 mm, log scale, ISS orbit

Рис. 2.5. Распределение направления подлёта частиц КМ

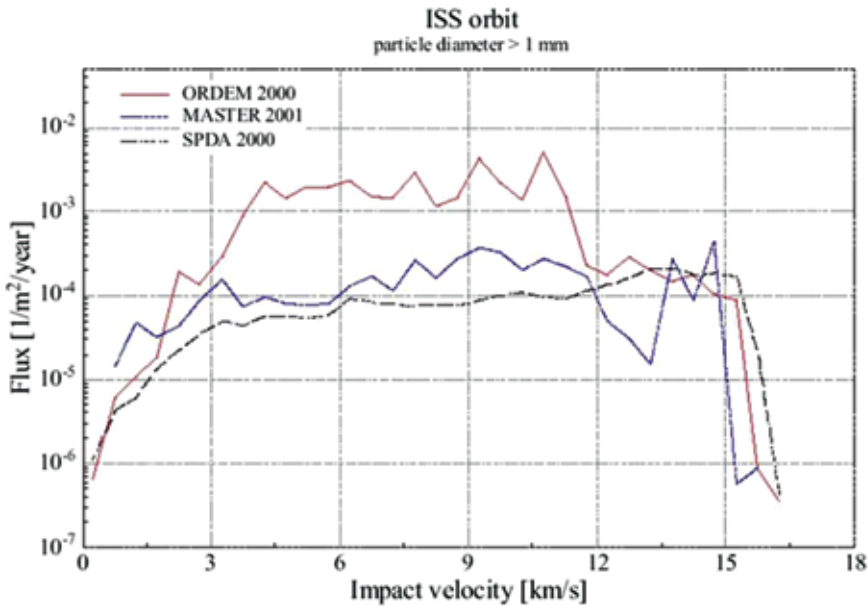


Figure 74 Flux versus impact velocity of particles larger than 1 mm, log scale, ISS orbit

Рис. 2.6. Распределение скорости столкновения

Комментарий

За годы, прошедшие после публикации отчёта МККМ, было выполнено несколько уточнений параметров моделей. Однако целенаправленная работа по согласованию моделей не проводилась.

§ 2.5 Инженерная модель SDPA-E

Достаточно подробное описание модели изложено в приложении А к стандарту ГОСТ Р 25645.167-2005 [Назаренко и др., 2005], а также в статье [Разработка алгоритмов..., 2007].

Инженерная модель предназначена для быстрого, удобного и визуального представления характеристик КМ. Эти характеристики определяются для частиц размером более 1 мм в областях низких (до 2000 км) и геостационарных (в интервале $35\,700 \pm 400$ км) орбит. В этих областях сконцентрирована большая часть КМ. Основные исходные данные инженерной модели имеют форму таблиц. Они подготовлены на основе большого количества расчётов с применением группы вспомогательных программ. Для конкретных исходных данных пользователя инженерная модель выполняет интерполяцию табличных данных, подготовленных разработчиком. Интерполяция подготовленных разработчиком табличных данных — характерная черта инженерной модели. Следствием такого подхода стало ограничение области возможных значений исходных данных пользователя. В частности, модель неприменима для эллиптических орбит КА и моментов времени после 2025 г.

Главное меню программы состоит из пяти разделов (страниц) (рис. 2.7). Каждая страница относится к решению определённой задачи. Название страницы соответствует задаче. Модель позволяет вычислять характеристики КМ (табл. 2.1).

Таблица 2.1. Характеристики КМ

Характеристика	Пункт меню
Концентрация КМ разного размера в 2000 г.	Концентрация
Плотность потока КМ относительно КА, движущихся по типовым орбитам, в 2000 г.	Поток
Поток КМ относительно типовых орбит КА в 2000 г.	Поток
Среднее число столкновений с КА сферической формы заданного размера на некотором интервале прогноза после 2000 г.	Прогноз
Угловое распределение потока КМ относительно типичных орбит КА	Столкновения
Зависимость скорости столкновений от её направления относительно КА, а также средняя скорость столкновений КА с КМ	Столкновения



Рис. 2.7. Главное меню инженерной модели

Перечень задач:

Концентрация — определение пространственного распределения концентрации техногенного КМ в области низких орбит;

Концентрация в области ГСО — определение пространственного распределения концентрации техногенного КМ в области геостационарных орбит;

Поток — определение потока КМ относительно типовых (круговых) орбит КА;

Прогноз — прогноз оценки потока КМ относительно типичной орбиты КА на заданном интервале времени после 2000 г. и определение суммарного числа столкновений;

Столкновения — построение распределения направлений возможных столкновений, зависимости скорости столкновения от её направления, а также средней скорости столкновений.

Панель пункта меню «Концентрация» представлена на рис. 2.8. Необходимые для решения выбранной задачи данные показаны на панели «Исходные данные» и вводятся пользователем в режиме диалога. Вводимые общие (для решения разных задач) исходные данные включают: минимальный и максимальный размеры КО, см; высоту точки /орбиты, км; широту точки или наклонение орбиты, град.

Исходные данные соответствуют содержанию входных данных стандарта. Однако их важное отличие в том, что они могут принимать любые значения в рассматриваемом диапазоне. Это обеспечивает пользователю программы дополнительное удобство.

После введения исходных данных нажимается кнопка «Запуск». Результаты вычислений будут показаны на панели «Результат».

Панель пункта меню «Поток» представлена на рис. 2.9.

Панель пункта меню «Столкновения» представлена на рис. 2.10.

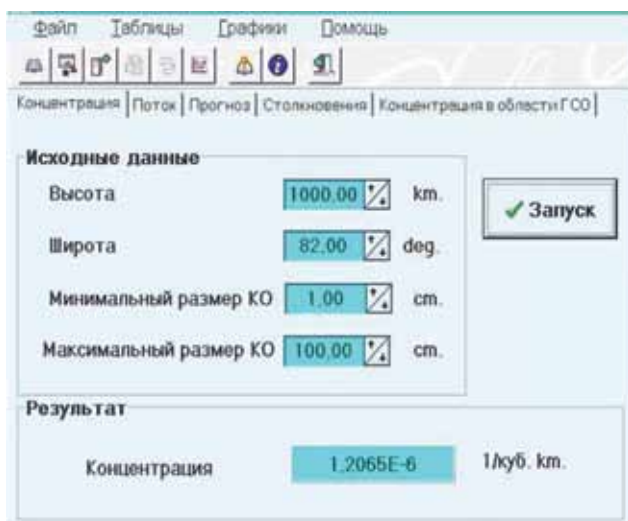


Рис. 2.8. Панель пункта меню «Концентрация»

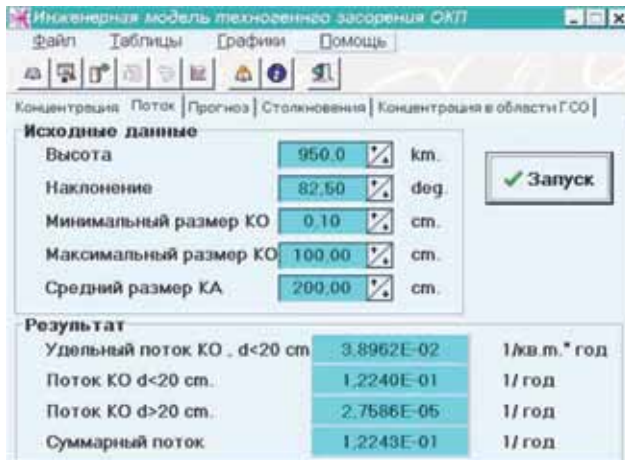


Рис. 2.9. Панель пункта меню «Поток»

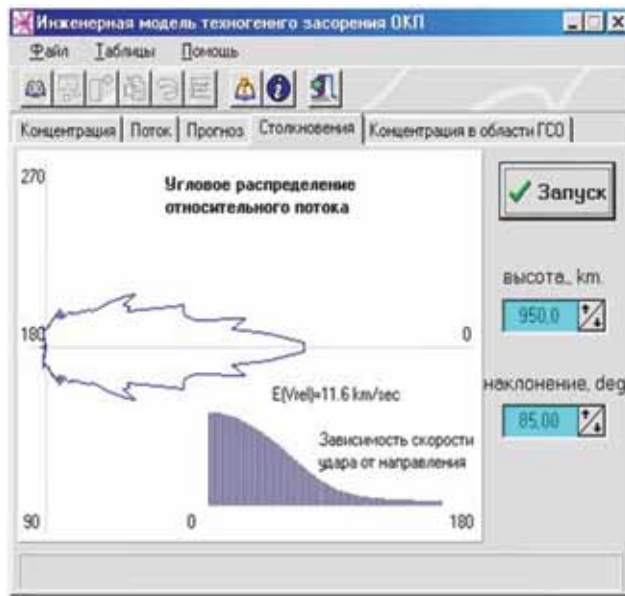


Рис. 2.10. Панель пункта меню «Столкновения»

При обращении к этому пункту меню определяются характеристики скорости столкновений: угловое распределение направлений возможного удара (относительного потока); зависимость относительной скорости от её направления; среднее значение относительной скорости.

Программа обеспечивает возможность построения графиков. Для этой цели необходимо выбрать одну из команд в пункте меню «Графики», или, после нажатия кнопки «Графики», задействовать соответствующую команду меню. Результат вычислений будет представлен в виде графика рассматриваемой характеристики как функции одного из входных параметров (при фиксированных значениях остальных параметров).

Рассмотренная программа была разработана авторами в 2003 г. в инициативном порядке. За прошедшие годы «защитые» в тело программы характеристики космического мусора устарели. Тем не менее, программа остаётся работоспособной, её можно «оживить», обновив исходную базу данных.

§ 2.6 Программа SDPA-mod

Описание программы изложено в отчёте [Разработка алгоритмов..., 2007]. Разработка программы предусматривала создание специального математического обеспечения (СМО), моделирующего засорённость ОКП ненаблюдаемой фракцией КМ и написание СМО для оценки вероятности столкновения КА с ненаблюдаемой фракцией КМ.

В процессе выполнения работы был использован имеющийся задел по решению поставленных в техническом задании задач. В частности, основные принципы разработки излагаемых алгоритмов моделирования КМ были изложены и опубликованы более 10 лет назад в работах автора. Они реализованы в компьютерной модели для прогнозирования и анализа КМ SDPA и её модификациях SDPA-F и SDPA-PP.

Структурная схема разработанного СМО представлена на рис. 2.11.



Рис. 2.11. Структурная схема СМО

При обращении к программе SDPA-mod открывается основное меню программы. Оно представлено на рис. 2.12.

Активным будет пункт меню «Начало работы». В нем приводится информация о последовательности действий пользователя. В частности, перечислены основные четыре этапа работы:

- просмотр и коррекция исходных данных;
- расчёт вероятностных характеристик;
- просмотр результатов расчёта в графическом виде;
- просмотр результатов в численном виде.

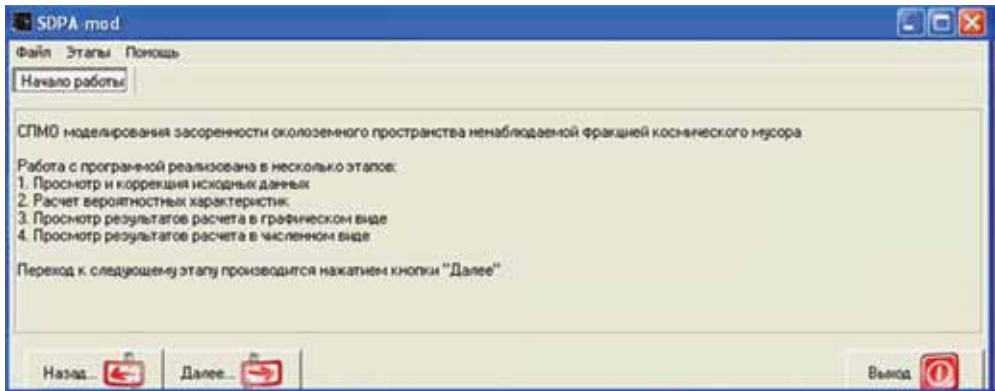


Рис. 2.12. Основное меню программы SDPA-mod

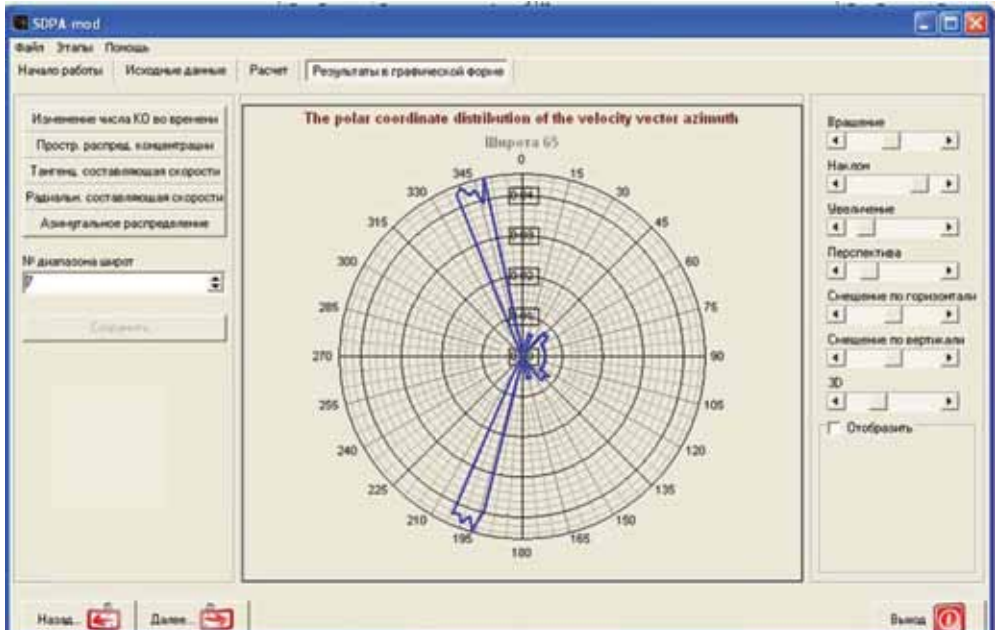


Рис. 2.13. Панель «Результаты в графической форме»

Главное меню позволяет переходить к следующему этапу, возвращаться к предыдущему, выполнять необходимые для каждого этапа операции. Для перехода к последующим этапам нажимается кнопка «Далее».

На рис. 2.13 приведён пример построения азимутальных распределений направления тангенциальной составляющей скорости КМ в точке ОКП на широте 65° .

§ 2.7

Оценка вклада взаимных столкновений объектов

В связи со случаями столкновений крупных каталогизированных объектов возникла потребность оценки последствий такого рода столкновений. На 27-й сессии IADC в 2009 г. было принято решение исследовать последствия столкновений каталогизированных объектов для прогноза обстановки на 200 лет [IADC Report..., 2010]. В работе принимали участие представители шести космических агентств (без России). В январе 2013 г. был подготовлен итоговый отчёт “Stability of the Future LEO Environment” [Stability..., 2013]. В нём сделан вывод:

“...The current SD modeling in the near space (at altitudes up to 2000 km) confirmed that the NES contamination has already reached the instability level. The NES contamination mitigation measures, approved by the international space community including the Interagency Debris Committee (IADC) and the United Nations Organization (UN), may be insufficient to stop the future growth of SD. If the NES contamination instability is confirmed, it would be necessary to consider additional measures to save the NES for future generations”.

На предшествующем этапе развития модели SDPA были получены оценки вклада взаимных столкновений КО разного размера в загрязнение ОКП [Nazarenko, 2002]. На основе разработанной методики установлено, что для КМ размером 0,25...0,5 см максимальный вклад последствий столкновения достигался в интервале высот 800...1000 км и составлял 20 % от общего уровня загрязнения этого высотного слоя. После получения этих результатов прошло более 10 лет. За это время уровень техногенного загрязнения ОКП существенно увеличился. Поэтому в последние годы автором были выполнены дополнительные исследования по оценке последствий столкновений КО разного размера. Их результаты опубликованы в ряде статей [Nazarenko, 2011, 2012; Nazarenko, Usovik, 2013a, b].

Существенное различие результатов учёта столкновений в модели SDPA от данных отчёта [Stability..., 2013] заключается в учёте столкновений КО размером менее 10 см, которые в отчёте не рассматривались. Автор полагает, что это объясняется двумя причинами. Первая — существующие модели фрагментации в недостаточной степени приспособлены к учёту многообразных условий столкновений. Вторая — большое число некаталогизированных объектов (миллионы) вызывает большие методические и вычислительные трудности моделирования столкновений. Поэтому при развитии модели SDPA эти проблемы рассматривались в первую очередь.

Были выполнены соответствующие методические доработки. Ниже приведены некоторые их результаты [Nazarenko, Usovik, 2013a].

В табл. 2.2 представлены итоговые данные о числе объектов в области высот до 2000 км в конце 2012 г., полученные с учётом и без учёта взаимных столкновений.

Таблица 2.2. Число объектов разного размера на конец 2012 г.

	1	2	3	4	5	6	7	8
Размеры КО, см	0,1...0,25	0,25...0,5	0,5...1,0	1,0...2,5	2,5...5,0	5,0...10	10...20	>20
С учётом взаимных столкновений	960E+6	110E+6	23.8E+6	5.576E+6	604E+3	106E+3	9568	13146
Без учёта взаимных столкновений	67.6E+6	5.03E+6	0.878E+6	0.319E+6	63.0E+3	22.1E+3	4233	12634
Отношение	14.2	21.8	27.1	17.5	9.6	4.8	2.26	1.04

Из табл. 2.2 видно:

- что взаимные столкновения оказывают наибольшее влияние на число объектов размером 0,1...2,5 см, по сравнению с оценками без учёта столкновений число объектов увеличивается в 14–27 раз;
- для объектов размером более 2,5 см влияние последствий столкновений монотонно уменьшается от 10-кратного до однократного;
- на число каталогизированных объектов (размером более 20 см) последствия взаимных столкновений оказывают незначительное влияние.

На рис. 2.14 представлено распределение числа объектов разного размера по высоте перигея в конце 2012 г.

Из приведённых на рис. 2.14 данных следует, что сравнительные характеристики высотных распределений с учётом и без учёта столкновений согласуются с выводами, которые сделаны по данным табл. 2.2. Конкретно, учёт столкновений приводит к большому увеличению числа мелких фрагментов и практически не влияет на число каталогизированных КО.

Наибольшее число столкновений происходит в диапазоне высот 800...1000 км. В этом же диапазоне образуется наибольшее число фрагментов. Таким образом, так называемый каскадный эффект из гипотезы превратился в реальность, а именно, в указанном районе высот лавинообразный процесс саморазмножения КМ уже идёт.

Начало каскадного эффекта на предшествующем интервале времени свидетельствует о нестабильности загрязнения ОКП объектами малого размера. Этот лавинообразный процесс остановить невозможно.

В настоящее время отсутствуют данные измерений, которые бы подтвердили существование (начало) необратимого процесса саморазмножения КМ. Организация такого рода измерений является актуальной задачей.

Более подробные данные об учёте взаимных столкновений объектов разного размера при прогнозировании обстановки будут изложены в разд. 10.

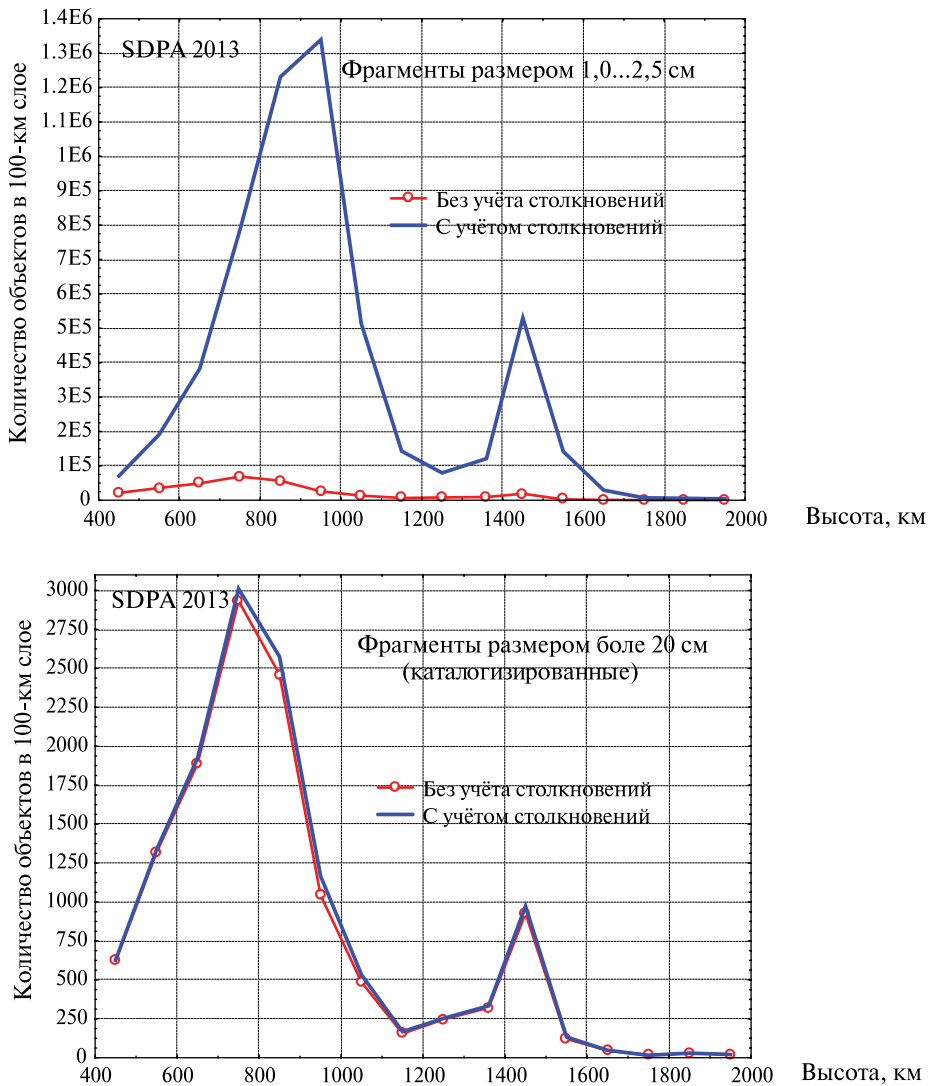


Рис. 2.14. Распределение объектов разного размера по высоте перигея в конце 2012 г. с учётом и без учёта взаимных столкновений

Выводы

1. Характеристики модели SDPA не уступают зарубежным аналогам.

2. Имеющиеся прикладные программы SDPA-F, SDPA-PP, SDPA-E, SDPA-mod являются основой дальнейшего совершенствования модели SDPA путём обновления исходных характеристик космического мусора, а также на основе совершенствования методики моделирования и расширения области применения модели (размеры частиц, высоты).

3. Учёт в модели SDPA взаимных столкновений объектов разного размера привёл к большим расхождениям в оценках числа мелких фрагментов по сравнению с соответствующими оценками зарубежных моделей.

Литература

- [Назаренко, 1993] *Назаренко А.И.* Построение высотно-широтного распределения объектов в околоземном космическом пространстве // Проблема загрязнения космоса (космический мусор). М.: Космосинформ, 1993.
- [Назаренко, 2000] *Назаренко А.И.* Проблема «Космического мусора» в околоземной среде. Разд. 8. // Экологические проблемы и риски воздействий ракетно-космической техники на окружающую среду: Справочное пособие / Под ред. Адушкина В. В., Козлова С. И., Петрова А. В. М.: Изд-во «Анкил», 2000. С. 382–432.
- [Назаренко, 2002] *Назаренко А.И.* Моделирование техногенного загрязнения околоземного космического пространства // *Астрономич. вестн.* 2002. Т. 36. № 6. С. 555–564.
- [Назаренко и др., 2005] *Назаренко А.И.* и др. Характеристики компьютерных программ для определения пространственно-временного распределения техногенного вещества. Приложение А // ГОСТ Р 25645.167-2005. Космическая среда (естественная и искусственная). Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества в космическом пространстве. М.: Стандартинформ, 2005. С. 34–40.
- [Разработка алгоритмов..., 2007] Разработка алгоритмов и программ для расчёта высотно-широтных распределений ненаблюдаемых частиц КМ, их векторов скорости, вероятности столкновения с ними КА, предложений по интерфейсу пользователя СПМО: Отчёт по ОКР «АСПОС ОКП-КМЗ». НТЦ КМЗ. 2007.
- [Технич. докл., 1999] Технический доклад о космическом мусоре. Нью-Йорк: Издание ООН, 1999. 50 с. (= Technical Report on Space Debris (Adopted by the Scientific and Technical Subcommittee of the United Nations Committee on the Peaceful Uses of Outer Space.)
- [Beltrami et al., 2001] *Beltrami P., Matney M., Nazarenko A.I., Wegener P.* Comparison of Debris Flux Models: Report on the Action Item 19.2, raised by 19th IADC meeting, held in Cologne, Germany. Eta_max space document IADC-2001-AI19.2, Rev. 1.0, 2002-09-23.
- [IADC Report..., 2010] IADC Report AI 27.1. Stability of the Future LEO Environment: Status Review // 28th IADC Meeting. 9–12 Mar. 2010, Thiruvananthapuram, India.
- [Kessler, 1981] *Kessler D.* Derivation of the collision probability between orbiting objects: The lifetime of Jupiter's outer moons // *Icarus*. 1981. V. 48. P. 39–48.
- [Nazarenko, 1997] *Nazarenko A.* The Development of the Statistical Theory of a Satellite Ensemble Motion and its Application to Space Debris Modeling // 2nd European Conf. Space Debris. ESOC, Darmstadt, Germany, 17–19 March 1997.
- [Nazarenko, 2002] *Nazarenko A. I.* The solution of Applied Problems Using the Space Debris Prediction and Analysis Model. Ch. 4 // *Space Debris. Hazard Evaluation and Mitigation* / Ed. N. N. Cmironov. Taylor and Francis Inc., 2002.
- [Nazarenko, 2011] *Nazarenko A. I.* Space debris status for 200 years ahead & the Kessler effect // 29th IADC. 2011.
- [Nazarenko, 2012] *Nazarenko A. I.* Estimation of the contribution of the effect of collisions of objects larger than 1 cm in size // 30th IADC. 2012.
- [Nazarenko, Usovik, 2013a] *Nazarenko A. I., Usovik I. V.* Space debris evolution modeling with allowance for mutual collisions of objects larger than 1 cm in size // 6th European Conf. Space Debris. Darmstadt, 2013.
- [Nazarenko, Usovik, 2013b] *Nazarenko A. I., Usovik I. V.* Instability of the Future LEO Environment Comments to the content of the IADC AI 27.1, Rev 1. Report “Stability of the Future LEO Environment” // 31th IADC Meeting. 2013.
- [Stability..., 2013] Stability of the Future LEO Environment // IADC-12-08: Rev. 1. Jan. 2013.

Раздел 3

КАТАЛОГИ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ИХ ВЕДЕНИЯ. ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ. ТИПЫ КАТАЛОГИЗИРОВАННЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ. ОРБИТАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ. ЭЛЕМЕНТЫ ОРБИТ И ИХ СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

§ 3.1

Краткие сведения об истории ведения каталогов

Каталогизация КО выполняется российской и американской СККП.

Основная задача этих систем — максимально полное и точное ведение каталога КО. Создание и той, и другой систем началось в начале 1960-х гг. в интересах решения задач Министерств обороны. Поэтому информация о них всегда была весьма ограниченной. Тем не менее, о российской системе опубликован целый ряд работ. Одна из первых публикаций — это, по-видимому, доклад автора в ESOC (Darmstadt), 1991 г. Ниже приведён перечень других первых публикаций.

Nazarenko A. Determination and Prediction of Satellite Motion at the End of the Lifetime // Intern. Workshop Salyut7/Kosmos1686 Reentry. ESOC Darmstadt, 1991.

Вотинцев Ю. В. Неизвестные войска исчезнувшей сверхдержавы // Военно-исторический журн. 1993. № 8, 9, 10, 11.

Dikiy V. et al. The RSSS and some aspects of space flight safety // Advances in Space Research (ASR). 1993. V. 13. N. 8. P. 21–31.

Kuzmin A. A. Information Capabilities of the Domestic Space Surveillance Concerning Space Debris // Technogeneous Space Debris Problem. М.: Kosmosinform, 1993. P. 22–32.

Batyr G. et al. The current state of Russian Space Surveillance System and its capability in surveying space debris // 1st European Conf. Space Debris. ESOC, Darmstadt, 1993.

Хуторовский З. Ведение каталога космических объектов // Космич. исслед. 1993. Т. 31. Вып. 4.

Proc. Intern. Workshop “Techniques for Cooperative International Satellite Orbit Determination and Maintenance”. Moscow, 14–15 Oct. 1993.

Proc. “US/Russia Orbit determination and Prediction Workshop”. US Naval Observatory, Washington, DC, 1994.

Proc. “US-Russian Second Space Surveillance Workshop”. Poznan, Poland, 1996.

Кисунько Г. Секретная зона. Исповедь генерального конструктора. М.: Современник, 1996. 510 с.

Kamensky S., Khutorovsky Z. Determination of Satellite Origin: Ways to Improve the Catalog // 2nd European Conf. Space Debris. ESOC, Darmstadt, 1997.

Из этих публикаций можно получить представление о текущем состоянии российской СККП, но история и проблемные вопросы её создания практически в них не описаны. Некоторые данные приведены только в работах Ю. В. Вотинцева и Г. В. Кисунько. Автор с 1963 г. был участником создания

и свидетелем развития российской СККП. Краткие сведения о людях, которые сыграли решающую роль на первом этапе её создания изложены в докладе [Nazarenko, 2012].

§ 3.2

Каталог космических объектов

Каталог КО — база данных, содержащая полный набор элементов орбит каждого спутника, достаточный для выполнения прогнозов его движения с необходимой точностью (орбитальные данные), а также международный номер, данные о времени и месте запуска, типе объекта, национальной принадлежности, назначении, размерах, массе и т.п. (некоординатная информация).

Принципы ведения каталогов:

- ведение каталога КО — один из компонентов стратегических систем вооружений;
- каталог ведётся в специальном центре контроля космического пространства, куда оперативно поступает вся необходимая информация;
- измерения содержат координаты объектов без их привязки к международному номеру;
- привязка измерений КО к их международному номеру выполняется путём прогноза движения известных объектов на момент измерений (решение задачи идентификации);
- оперативное и регулярное уточнение элементов орбит по вновь поступившим измерениям (обновление данных каталога);
- оперативное обнаружение новых объектов по измерениям, не прошедшим идентификацию;
- использование данных ООН о запусках для привязки новых объектов к международному номеру;
- привлечение всей возможной дополнительной информации для пополнения данных каталога некоординатной информацией;
- широкое использование наиболее совершенных моделей движения спутников для решения основных задач ведения каталога.

Источники информации

Основную роль играют измерения радиолокационных станций (РЛС) с электронным управлением направленностью луча и фазированными антенными решётками. Такие РЛС могут одновременно обнаруживать и измерять множество объектов по различным направлениям. Предельная дальность наблюдения КО размером более 10...30 см — несколько тысяч километров.

Оптические измерения выполняются телескопами с апертурой порядка 1 м. Они применяются, в основном, по медленно движущимся КО (на высотах более 10 000 км). В области геосинхронных орбит с высотой в окрестности 35 790 км телескопы могут измерять КО размером более 1 м.

Используются и другие данные из разных источников.

Классификация объектов по орбитальным элементам:

- низкоорбитальные объекты — с апогеем до 2000 км, они составляют примерно 84 % от всех каталогизированных КО;

- объекты на круговых полусинхронных орбитах (*англ.* Circular Semisynchronous Orbits, сокр. CSO) с высотами порядка 20 000 км, их число ~1 % от общего числа КО;
- на геосинхронных орбитах — околосинхронных орбитах с периодом $\sim 1436 = 1440(1 - 1/365,25)$ мин и средней высотой в районе 35 786 км, их относительное число ~11 %;
- на высокоэллиптических орбитах типа «Молния» (Highly elliptical Molniya-type Orbits), имеют перигей в области LEO, апогей в области GEO, их относительное число ~4 %.

Классификация по происхождению:

- космические аппараты;
- ракеты-носители и разгонные блоки (РБ);
- операционные элементы;
- фрагменты разрушений.

Данные каталога в форме двухрядных элементов (англ. Two-Line Element set, сокр. TLE).

Ниже приведён пример орбитальных данных каталога США и их содержание для одного из КО (сайт <http://celestrak.com>).

```
1 22675U 93036A 09001.77226482 -.00000017 00000-0 33537-5 0 7107
2 22675 074.0367 089.9971 0016969 179.3358 180.7818 14.31133166811878
```

Один набор элементов орбиты записывается в две строки. Эти данные имеют следующий формат.

```
1 NNNNNU NNNNNAAA NNNNN.NNNNNNNNN +.NNNNNNNNN +NNNNNN-N +NNNNNN-N N NNNNN
2 NNNNN NNN.NNNN NNN.NNNN NNNNNNNN NNN.NNNN NNN.NNNN NN.NNNNNNNNNNNNNNNN
```

Строка 1

Колонка	Содержание
01	Номер строки (1)
03-07	Номер спутника в каталоге (в данном случае 22675)
08	Признак классификации (U)
10-11	Международный номер, год запуска (1993)
12-14	Международный номер, номер запуска в году (36)
15-17	Международный номер, признак объекта в запуске (A — космический аппарат)
19-20	Время, год (2009)
21-32	Время от начала года, порядковый номер суток и доли суток (1.77226482)
34-43	Первая производная среднего движения по времени (-0.00000017)
45-52	Вторая производная среднего движения по времени (0.00000E-0)
54-61	Баллистический коэффициент (0.33537E-5)
63	Тип данных (0)
65-68	Порядковый номер элементов (710)
69	Контрольная сумма (7)

Строка 2

01	Номер строки (2)
03-07	Номер спутника в каталоге (22675)

09-16	Наклонение [градусы] (74.0367)
18-25	Долгота восходящего узла [градусы] (89.9971)
27-33	Эксцентриситет (0.0016969)
35-42	Аргумент перигея [градусы] (179.3358)
44-51	Средняя аномалия [градусы] (180.7818)
53-63	Среднее движение [число оборотов в сутки] (14.31133166)
64-68	Номер витка (81187)
69	Контрольная сумма (8)

Комментарии

В работах российских авторов баллистический коэффициент определяется как $k_b = C_x S / 2m$, м²/кг, где C_x — безразмерный коэффициент аэродинамического сопротивления; S — характерная площадь сечения КО; m — его масса.

Определение баллистического коэффициента (B^* , $Bstar$), который используется в TLE, приведено в работе [Hoots, Roehrich, 1980] — $B^* = (C_x S / 2m) \rho_o R_{\oplus} = k_b / 6,37081$.

Баллистический коэффициент B^* определяется при уточнении TLE по измерениям с использованием упрощённой статической модели атмосферы. Поэтому его оценка может сильно отличаться от фактического значения. Корректное применение оценок B^* для прогноза движения возможно только при использовании американской модели движения SGP4 [Hoots, Roehrich, 1980]. В противном случае, а именно при использовании другой модели атмосферы в программе прогнозирования движения, будут возникать существенные дополнительные погрешности.

Содержащаяся в TLE первая производная среднего движения по времени (dn/dt) объективно отражает влияние торможения КО в атмосфере. Эта величина может быть пересчитана в изменение периода за виток (ΔT), которое широко применяется в работах российских специалистов.

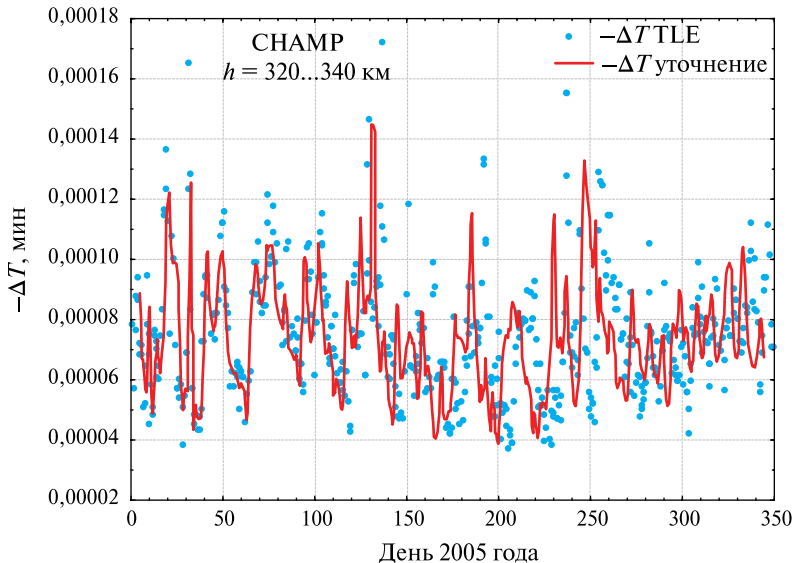


Рис 3.1. Значения параметра ΔT спутника CHAMP в 2005 г.

Соответствующая формула для пересчёта имеет вид $\Delta T = -(2dndt/n^3) \times 1440$ мин. Правомерность применения этой формулы подтверждают данные рис. 3.1. На нем для спутника CHAMP (№ 26405) представлены два вида оценок параметра ΔT : рассчитанные по приведённой выше формуле и определённые в результате обработки измерений с использованием метода наименьших квадратов. Сравнительные оценки были получены для 583 моментов времени на интервале с января по декабрь 2005 г. На рис. 3.1 видно, что средние значения оценки параметра ΔT , определённые обоими способами, практически совпадают ($-0,000074$ мин/виток). Наблюдаемые сильные вариации оценки объясняются изменением плотности атмосферы, которые не учитываются в применяемой модели атмосферы. Эти вариации также являются «похожими». По данным TLE они несколько большие.

Данные о размерах каталогизированных объектов

При анализе данных каталога возникает естественный вопрос о размерах объектов, которые удаётся в настоящее время каталогизировать. Обычно утверждается, что для области низких орбит это объекты размером более 10 см. Однако это не столь однозначно, поскольку измерительные средства, используемые при ведении каталога (локаторы, телескопы), способны обнаруживать не все объекты размером больше предельного значения d_{\min} . Существует некий диапазон размеров ($d_{\min}, d_{\min} + \delta$), в котором не удаётся каталогизировать все 100 % существующих объектов. Параметры d_{\min} и δ зависят от высоты объектов, их формы, материала поверхности и ряда других обстоятельств.

Размеры КО можно получить по данным “Space Situation Report” (SSR) на сайте <http://www.space-track.org>. Документ содержит оценки эффективной поверхности рассеяния (Radar Cross Section, RCS). Методика определения размеров КО по измерениям RCS опубликована в ряде работ, например в статьях [Rajan et al., 2001; Song Zhenxin, 2008]. Результаты расчётов зависят от отношения размеров КО к длине волны локатора (d/λ). При значениях этого отношения более ~ 1 значения RCS для КО сферической формы близки к площади поперечного сечения

$$RCS \approx \pi d^2 / 4. \quad (3.1)$$

Для меньших значений d/λ применение соотношения приводит к заниженным оценкам размеров КО по сравнению с их реальными значениями. Это необходимо иметь в виду при интерпретации материалов, в подготовке которых использовалась формула (3.1).

Рассмотрим конкретный пример анализа размеров объектов в каталоге по данным SSR за 22 марта 2010 г. На рис. 3.2 представлена построенная по этим данным гистограмма. Чётко видно, что в диапазоне размеров объектов менее 20 см количество КО сокращается по мере уменьшения размеров. Это объясняется естественным следствием уменьшения уровня отражённого сигнала и ограниченными характеристиками радиолокаторов. Прямая линия схематично отображает реальное количество объектов разного размера, которое включает как каталогизированные КО, так и те, которые не удалось занести в каталог. При моделировании КМ широко используется оценка числа объектов размером более заданного $N(>d)$. Поэтому актуальной представляется задача определения такого среднего минимального размера каталогизированных объектов, чтобы выполнялось равенство $N(>d_{\text{среднее}}) = N_{\text{каталог}}$.

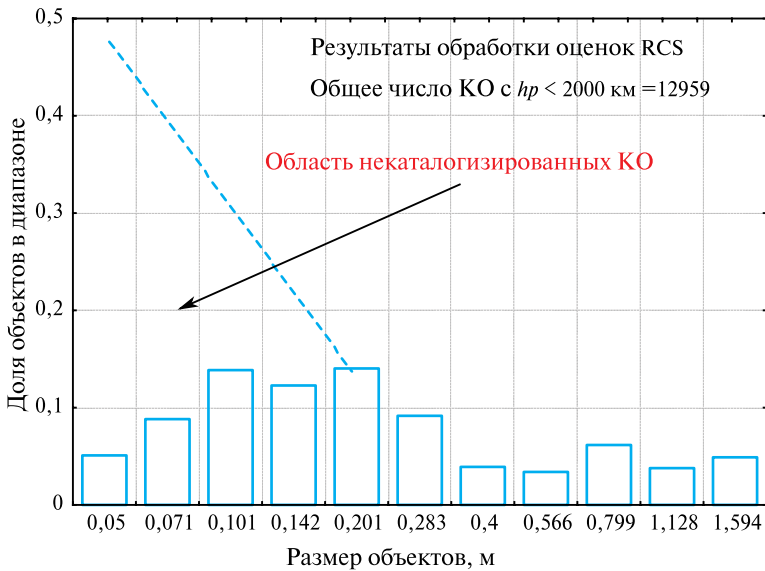


Рис. 3.2. Гистограмма оценки размеров КО по измерениям RCS



Рис. 3.3. Схема определения среднего минимального размера КО в каталоге

На рис. 3.3 представлена схема определения среднего минимального размера $d_{\text{среднее}}$ КО в каталоге. Это осуществляется таким образом, чтобы выполнялось равенство площадей S_1 и S_2 . Анализ показал, что равенство площадей S_1 и S_2 достигается при значениях $d \approx 15...20$ см. Это и есть приближенная оценка среднего минимального размера объектов в каталоге.

Полученная оценка усреднённой нижней границы размера объектов в каталоге свидетельствует, что она существенно отличается от 10 см. Практическое значение этого результата — необходимость специального определения характеристик объектов размером более 10 см, которые не совпадают с характеристиками каталогизированных КО.

§ 3.3

Концентрация каталогизированных космических объектов

Рассмотрим высотные распределения концентрации каталогизированных КО, которые опубликованы NASA, и сравним их с соответствующими распределениями, построенными с использованием российской модели SDPA. Напомним, что один из модулей модели SDPA — программа для построения пространственного распределения концентрации по данным каталога.

На рис. 3.4 представлены высотные распределения концентрации, опубликованные в статьях [Liou et al., 2010; Orbital..., 2009].

На рис. 3.4а показано распределение объектов размером более 10 см и «привязанное» к 1 мая 2009 г. Кривая рис. 3.4б построена по данным каталога за 5 июня 2009 г.

В табл. 3.1 представлены результаты сравнения концентрации по данным рис. 3.4 для трёх значений высоты.

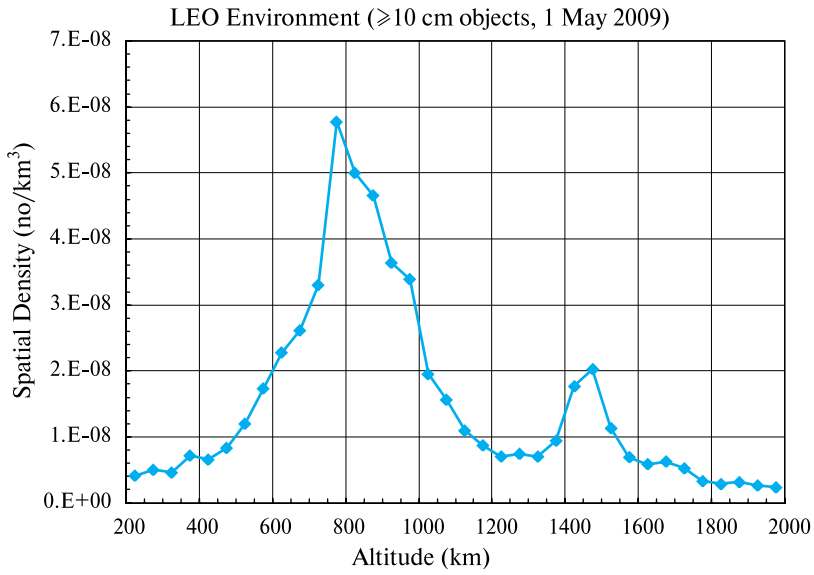
Таблица 3.1. Концентрация КО в 2009 г. на разных высотах, км⁻³ (NASA)

Высота, км	Рис. 3.4а	Рис. 3.4б
425	0.6 E-8	0.35 E-8
775	5.8 E-8	5.2 E-8
1475	2.0 E-8	0.9 E-8

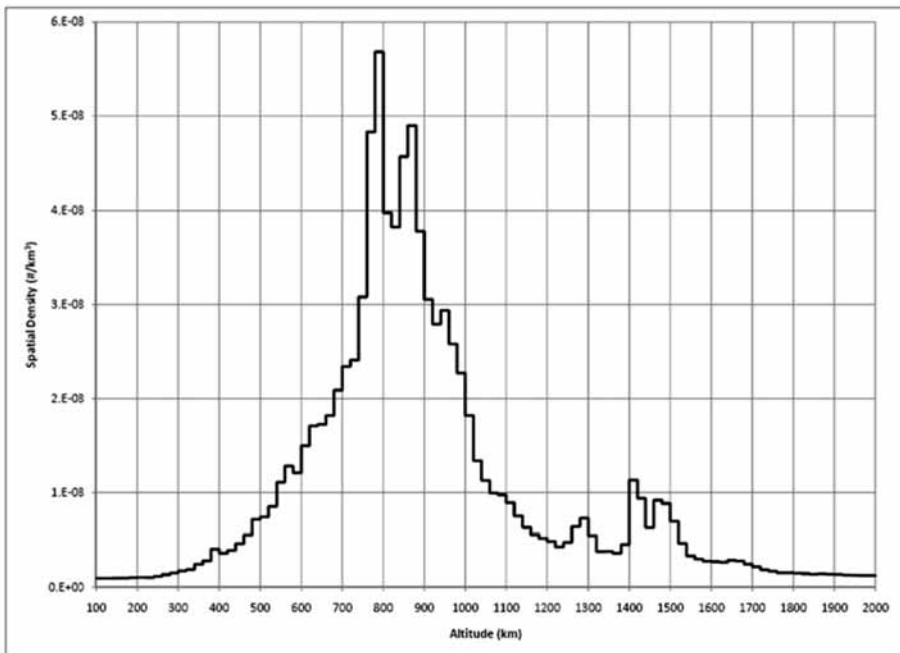
Из табл. 3.1 видно, что глобальные максимумы на высоте 775 км отличаются на 10 %. В двух других точках соответствующие оценки правого столбца меньше приблизительно в два раза. Близость глобальных максимумов свидетельствует, что нижняя граница размеров каталогизированных КО принимается равной 10 см. Различия в других точках труднообъяснимые. Следует заметить, что авторы доклада, из которого взят рис. 3.4а, — специалисты шести ведущих космических агентств (ASI, BNSC, ESA, ISRO, JAXA и NASA).

На рис. 3.5 представлено высотное распределение концентрации КО, построенное с помощью одного из блоков модели SDPA (Densiy3.pas) по данным каталогов за 20 марта 2009 и 2010 гг. Кроме того, приведена оценка, полученная на основе данных “Satellite Situation Report” (SSR) за 22 марта 2010 г. (<http://celestrak.com>). Целесообразность привлечения данных SSR обусловлена тем, что они содержат краткие сведения обо всех спутниках, которые были выведены на орбиты после запуска Первого советского спутника в октябре 1957 г. (36 501 объект). Обработка этих данных была выполнена с помощью программы SSRvibor.pas.

Данные табл. 3.2 согласуются между собой достаточно хорошо: оценка концентрации для высот 425 и 1475 км практически совпадает. Рост концентрации на ~40 % в 2010 г. на высоте 775 км объясняется обнаружением большого числа объектов (1681) в течение прошедшего года. Увеличение (на ~5 %) оценки по данным SSR по сравнению с данными каталога за то же время объясняется большей полнотой этого документа.



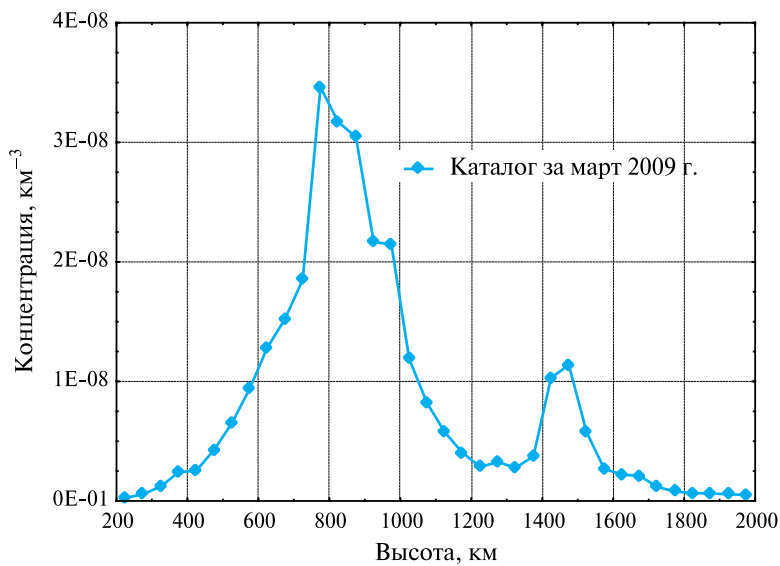
a



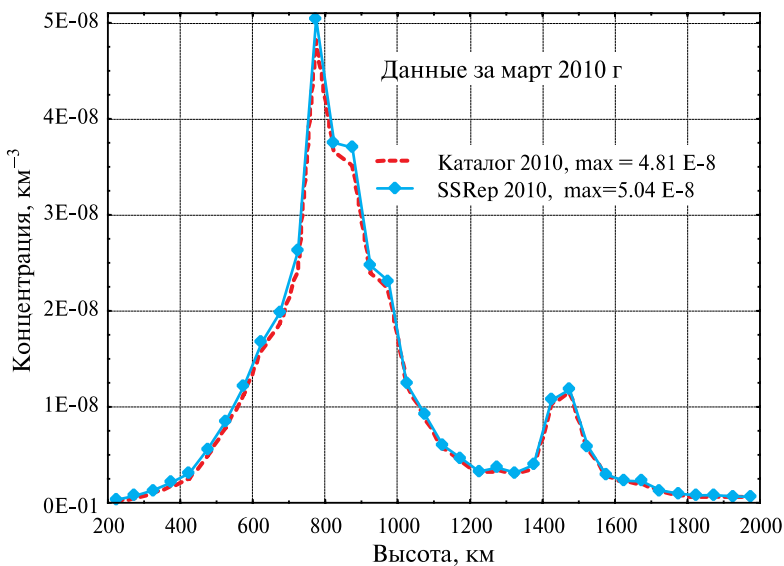
Low Earth orbit spatial density (in 20 km bins) of the cataloged objects (as of 5 June 2009). The collision of Iridium 33 and Cosmos 2251 has once again altered the relative distribution of objects in low Earth orbit.

б

Рис. 3.4. Высотное распределение концентрации каталогизированных КО по данным NASA: а — из доклада [Liou et al., 2010]; б — каталог за 5 июня 2009 г. [Orbital..., 2009]



а



б

Рис. 3.5. Высотное распределение концентрации по данным модели SDPA: а — каталог за 20 марта 2009 г.; б — Каталог и SSRep за 20 марта 2010 г.

Таблица 3.2. Оценка концентрации на разных высотах, км⁻³ (SDPA)

Высота, км	Каталог 2009 г.	Каталог 2010 г.	SSR 2010 г.
425	0.25 E-8	0.25 E-8	0.31 E-8
775	3.48E-8	4.82 E-8	5.04 E-8
1475	1.14 E-8	1.16 E-8	1.18 E-8

Значительный интерес представляет сравнение оценок концентрации, показанных на рис. 3.4 и 3.5 и в табл. 3.1 и 3.2. Видно, что для высот 425 и 1475 км данные модели SDPA и каталога NASA (см. рис. 3.4б) согласуются приемлемым образом.

На высоте 775 км оценки по данным из этих же источников отличаются в 1,5 раза! Такая разница отчасти может быть вызвана неполнотой доступного каталога, о чём упоминалось выше. Тем не менее, это не единственная причина. Другое возможное объяснение — недостаточная корректность применяемой в NASA методики вычисления концентрации. Это предположение подкрепляется тем, что в документах NASA отсутствуют ссылки на применяемую методику. В то же время методика, применяемая в модели SDPA, опубликована в большом числе документов. Первая публикация относится к 1993 г. [Назаренко, 1993], последняя — к 2007 г. [Модель космоса..., 2007].

Имеются существенные отличия оценок концентрации на разной высоте (до двух раз) и на рис. 3.4а и 3.5а. Эти различия также труднообъяснимые, особенно с учётом расхождения оценок NASA между собой. Единственно возможное объяснение в том, что в применяемой NASA методике нижняя граница размеров каталогизированных КО принимается существенно большей, чем 10 см. Однако об этом в публикациях нигде не упоминается.

На рис. 3.6 представлены распределения числа каталогизированных КО по высоте перигея в 2003, 2005, 2007 и 2009 гг.

Из распределения высоты перигея видно, что число КО наиболее интенсивно увеличивалось в диапазоне высот 600...900 км. При этом в высотном слое 700...900 км число каталогизированных КО выросло за шесть лет в 2,5 раза, достигнув 2350. Это стало следствием разрушения китайского спутника Fegun 1С в январе 2007 г. на высоте 900 км и столкновения спутника Iridium 33 с российским «Космос-2251» на высоте 780 км.

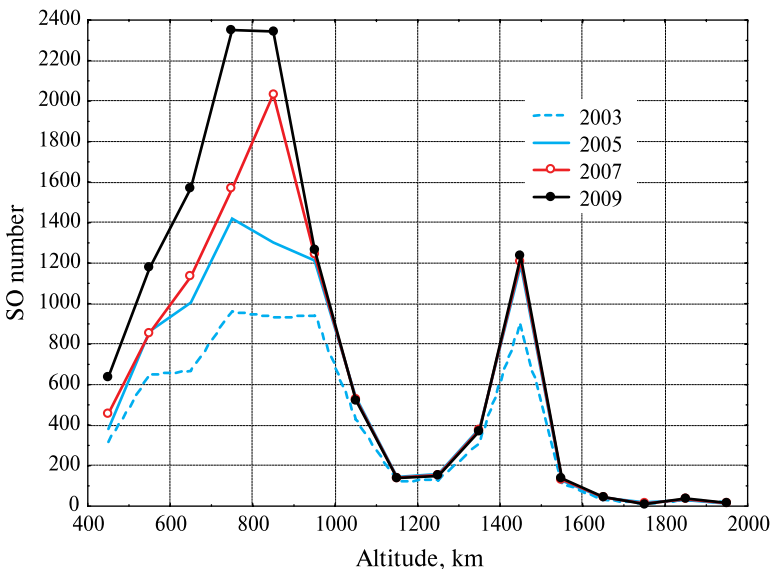
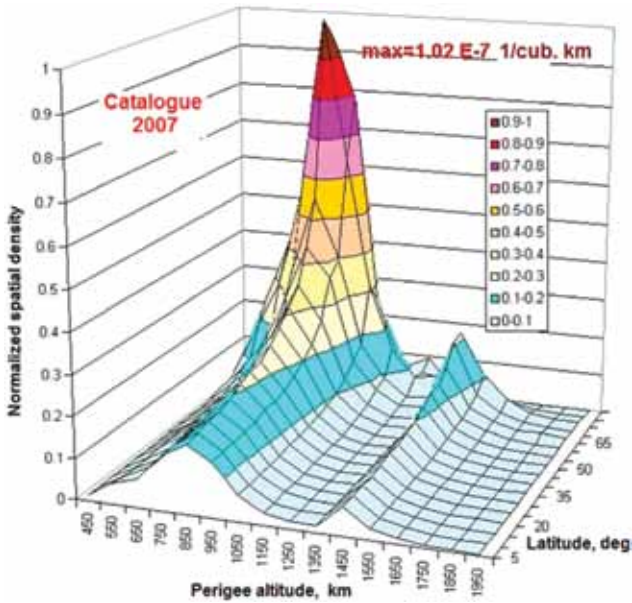


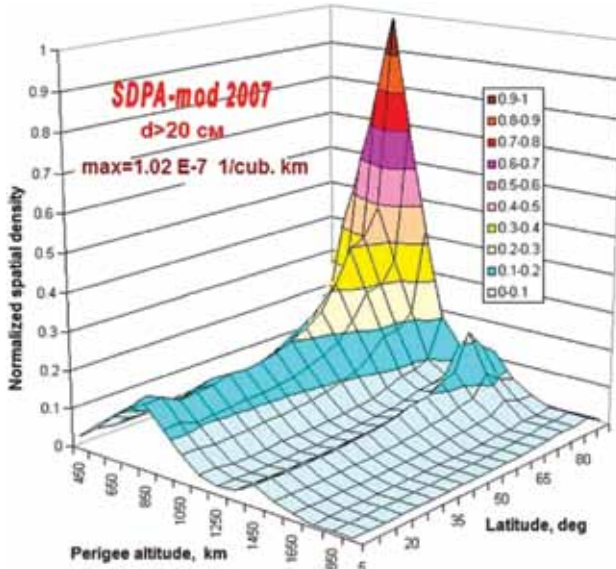
Рис. 3.6. Распределение числа объектов по высоте перигея

В заключение параграфа приведём результаты сравнения высотно-широтных распределений концентрации каталогизированных КО — модельных и рассчитанных по каталогу за 2007 г. [Nazarenko, 2009]. Они представлены на рис. 3.7а и б.

На рис. 3.7 видно достаточно хорошее согласие модельных и реальных распределений концентрации каталогизированных КО.



а



б

Рис. 3.7. Высотно-широтное распределение концентрации в 2007 г.: а — по данным каталога; б — по данным модели SDPA

§ 3.4

Дополнительные результаты анализа данных каталога

На рис. 3.8 представлено распределение эксцентриситета каталогизированных КО. Видно, что в интервале времени с 1998 по 2007 г. оно изменилось незначительно. При этом доля объектов с малым эксцентриситетом ($<0,002$) сначала увеличивалась, а затем уменьшалась. Данный эффект объясняется изменениями торможения КО в атмосфере в связи с 11-летним циклом солнечной активности. Относительная стабильность распределения КО по эксцентриситету подтверждает достаточную корректность применяемого в модели SDPA допущения, что на временном интервале прогноза распределение можно принять неизменным.

Из показанного на рис. 3.9 распределения наклонения видна интересная закономерность, свидетельствующая, что наибольшее изменение произошло в диапазоне наклонения $95...100^\circ$. Если в 1998 г. эта доля составляла 16 % (1016 КО), то в 2007 г. она увеличилась до 39 % (3555 КО), т. е. в 5-градусном диапазоне наклонения число КО увеличилось в 3,5 раза! Очевидно, что существенное увеличение числа объектов в интервале наклонения $95...100^\circ$ должно быть учтено при корректировке характеристик КМ при моделировании.

На основе проведённого анализа рекомендовано скорректировать параметры модели таким образом, чтобы модельное высотное распределение КО размером более 20 см приемлемым образом совпадало с данными реального каталога. Важность этого обусловлена тем, что интенсивность прироста числа каталогизированных КО на разной высоте положена в основу моделирования эволюции более мелких объектов КМ.

Нормированное распределение эксцентриситета и наклонения следует использовать в качестве базовых характеристик обстановки в геоцентрической системе координат.

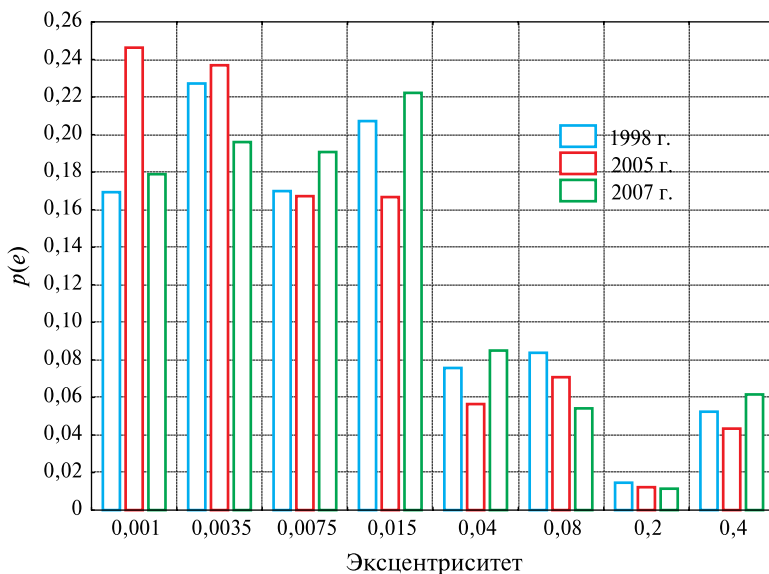


Рис. 3.8. Распределение эксцентриситета объектов в 1998, 2005 и 2007 гг.

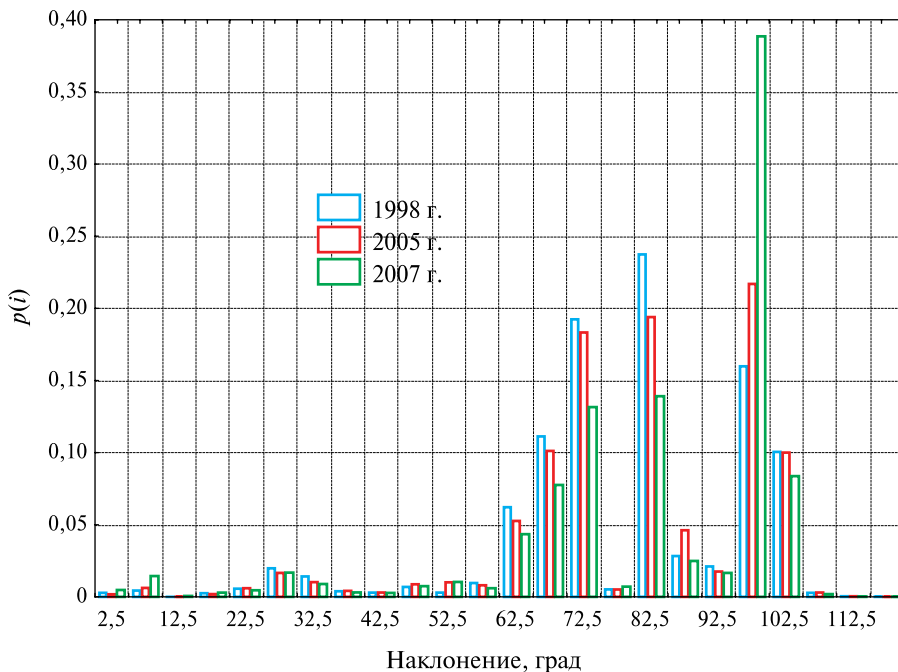


Рис. 3.9. Распределение наклонения объектов в 1998, 2005 и 2007 гг.

Корректировка параметров модели выполнялась следующим образом. Распределение ежегодного прироста каталогизированных КО по высоте $dph(h, cat)$ подбиралось таким, чтобы при прогнозе обстановки с 1960 по 2005 г., с 2005 по 2007 г., с 2007 по 2009 г. и с 2009 по 2012 г. результирующие распределения КО по высоте перигея совпали с соответствующим реальными распределениями каталогизированных КО. Полученные таким образом усреднённые оценки ежегодного прироста числа КО показали, что в 2007–2009 гг. ежегодный прирост числа каталогизированных объектов увеличился в три раза.

На рис. 3.10 представлено распределение ежегодного прироста числа КО по высоте: усреднённое по данным до 2005 г. и по данным после 2006 г. На рис. 3.10 видно, что изменение распределения $dph(h, cat)$ коснулось, в основном, диапазона высот 600...900 км. В наибольшей степени (в шесть раз) увеличился ежегодный прирост числа КО в высотном слое 700...800 км.

В заключение рассмотрим оценки торможения каталогизированных КО в атмосфере.

По данным каталога за октябрь 2011 г., на рис. 3.11 представлена оценка параметра ΔT всех объектов с высотой перигея до 1000 км.

В интервале высот 100...1000 км среднее значение параметра торможения ΔT уменьшается на ~6 порядков. Это объясняется уменьшением плотности атмосферы с высотой.

Сильный разброс параметра торможения при фиксированной высоте (отличия достигают 1000 и более раз) обусловлен большим разнообразием значений баллистического коэффициента (отношение площади к массе), а также отличиям эксцентриситета у разных спутников.

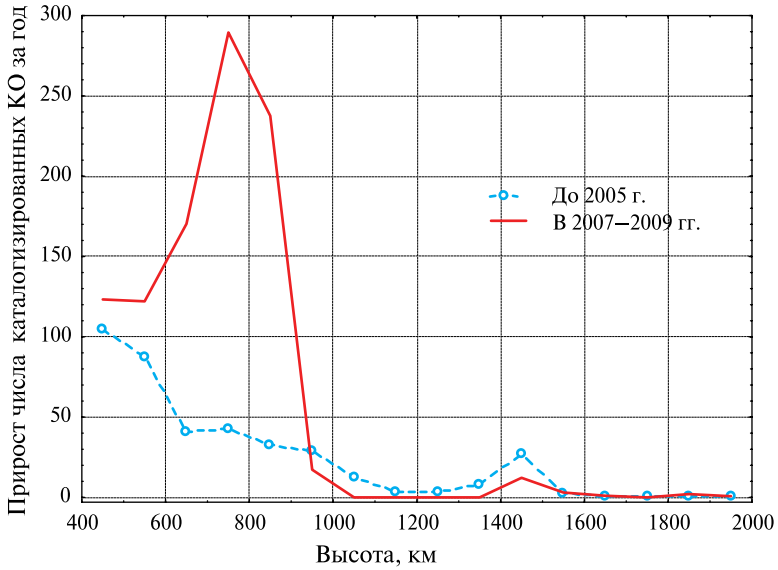


Рис. 3.10. Высотное распределение ежегодного прироста числа КО

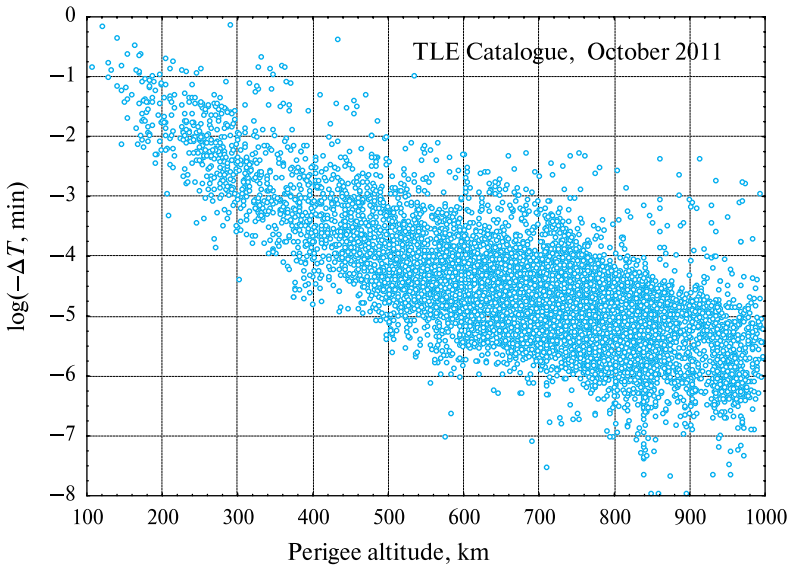


Рис. 3.11. Оценка параметра ΔT для КО с разной высотой перигея

Разброс оценки торможения увеличивается с ростом высоты. Это объясняется рядом причин. Во-первых, объекты с большим отношением площади к массе на малых высотах долго не существуют. Во-вторых, по мере роста высоты увеличивается погрешность определения параметра торможения. Кроме того, на высотах более 700...800 км становится существенным вклад возмущений, обусловленных влиянием давления солнечного света.

Выводы

1. Данные каталога космических объектов — наиболее информативный источник орбитальных характеристик объектов размером более 15...20 см.
2. Источник образования более мелких объектов — запуски, аварии и столкновения каталогизированных КО. Поэтому анализ данных каталога представляется необходимым этапом моделирования космического мусора.
3. Данные каталога полезны для испытаний алгоритмов моделирования космического мусора по реальной информации.

Литература

- [Модель космоса..., 2007] Модель космоса: научно-информ. издание: в 2 т. Т. 2: Воздействие космической среды на материалы и оборудование космических аппаратов / Под. ред. Л. С. Новикова; МГУ им. М. В. Ломоносова; НИИ ядер. физики им. Д. В. Скобельцына. 8-е изд. М.: Книжный дом «Университет», 2007.
- [Назаренко, 1993] *Назаренко А. И.* Построение высотно-широтного распределения объектов в околоземном космическом пространстве. Проблема загрязнения космоса (космический мусор). Москва, Космосинформ, 1993.
- [Hoots, Roehrich, 1980] *Hoots F. R., Roehrich R. L.* Models for Propagation of NORAD Element Sets. Spacetrack Report No. 3, Aerospace Defense Command, United States Air Force, December 1980.
- [Liou et al., 2010] *Liou J.-C. et al.* AI 27.1 “Stability of the Future LEO Environment”: Status Review // 28th IADC Meeting. 8–12 March, 2010, Trivandrum, India.
- [Nazarenko, 2009] *Nazarenko A. I.* Results of updating the parameters of the space debris model in 2007 and in 2009 // 5th European Conf. on Space Debris, Darmstadt, Germany, 2009.
- [Nazarenko, 2012] *Nazarenko A. I.* 50th Anniversary of Russian SSS // 9th US/Russian Space Surveillance Workshop. Listvyanka, Russia, 27–30 Aug. 2012. (= 9-й Семинар по контролю космоса. Листвянка, Иркутск, 27–30 августа.)
- [Orbital..., 2009] Orbital Debris Quarterly News. NASA. June 2009. V. 13. Iss. 3.
- [Rajan et al., 2001] *Rajan N. et al.* Orbital Debris Size Estimation from Radar Cross Section Measurements // 3rd European Conf. Space Debris. 2001. V. 1. SP473.
- [Song Zhenxin, 2008] *Song Zhenxin* // Research on Key Techniques for Space Debris Environment Surveillance Using Radar. National Univ. Defense Technology, 2008. P. 8–35.

Раздел 4
МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКОВ.
ВИДЫ ВОЗМУЩЕНИЙ. ОБЗОР МОДЕЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ.
АМЕРИКАНСКАЯ МОДЕЛЬ SGP4.
ПРОБЛЕМА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ

Введение

При операциях с орбитальными данными КМ в ряде случаев требуется их прогнозировать, т. е. использовать модель движения. В связи с большим числом частиц КМ модель должна быть экономичной по затратам времени. Этому требованию удовлетворяют аналитические модели вида

$$\mathbf{x}(t) = f[\mathbf{x}(t_0), t - t_0], \quad (4.1)$$

где \mathbf{x} — вектор состояния; f — некоторая аналитическая функция. Первое аналитическое решение уравнений движения спутников в простейшем гравитационном поле было найдено И. Ньютоном. Оно имеет вид так называемой Кеплеровой орбиты.

Кеплерова орбита

Детальное описание этой орбиты можно найти в большом числе публикаций по небесной механике.

$$F = -\mu/r^2$$

— ускорение, создаваемое силой притяжения Земли;

$$U = \mu/r$$

— простейшая силовая (потенциальная) функция;

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \partial U / \partial x = -\mu x / r^3, \\ F_y &= \partial U / \partial y = -\mu y / r^3, \\ F_z &= \partial U / \partial z = -\mu z / r^3, \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \end{aligned} \right\}$$

— проекции ускорения на оси геоцентрической инерциальной системы координат;

$$\mu = 3\,998\,600 \text{ км}^3/\text{с}^2;$$

$$g = \frac{398600}{6370^2} = 0,00982 \text{ км}/\text{с}^2$$

— ускорение на поверхности Земли;

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F_x, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = F_y, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = F_z \quad (4.2)$$

— уравнения движения;

$$\left. \begin{aligned} x &= f_x(t - t_0, \text{ постоянные интегрирования}), \\ y &= f_y(t - t_0, \text{ постоянные интегрирования}), \\ z &= f_z(t - t_0, \text{ постоянные интегрирования}). \end{aligned} \right\}$$

Общий вид решения содержит шесть постоянных интегрирования

Классические постоянные интегрирования (элементы орбиты Кеплера):

- 1) a — большая полуось;
 - 2) e — эксцентриситет;
 - 3) ω — аргумент перигея;
 - 4) $M_0 = f(v_0, e)$ — характеризует положение спутника на орбите в начальный момент, здесь v — истинная аномалия;
 - 5) Ω — долгота восходящего узла;
 - 6) i — наклонение орбиты.
- $u = \omega + v$ — аргумент широты;
 r — геоцентрическое расстояние.

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(u - \omega)}, \quad p = a(1 - e^2), \quad u = \omega + v.$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} = \frac{\sqrt{\mu p}}{p^2} (1 + e \cos v)^2.$$

$$\frac{dv}{dt} r^2 = \text{const}$$

— один из законов Кеплера.

Решение дифференциального уравнения $\frac{dv}{dt} = \dots$:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{v}{2} &= \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}, \\ M &= M_0 + n(t - t_0) = E - e \sin E, \\ n &= \frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}}, \end{aligned} \right\}$$

— уравнение Кеплера, где E — эксцентрическая аномалия; M — средняя аномалия, M_0 — средняя аномалия в начальный момент; n — среднее движение спутника; T — период обращения спутника.

$$\left. \begin{aligned} x &= r\alpha, \quad \alpha = \cos u \cdot \cos \Omega - \sin u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i, \\ y &= r\beta, \quad \beta = \cos u \cdot \sin \Omega + \sin u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i, \\ x &= r\gamma, \quad \gamma = \sin u \cdot \sin i, \quad \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1, \end{aligned} \right\}$$

α, β, γ — направляющие косинусы радиус-вектора. Для определения направляющих косинусов (α, β и γ) применяются формулы сферической тригонометрии (рис. 4.1, 4.2).

Геоцентрические расстояния до перигея и апогея: $r_p = a(1 - e)$, $r_a = a(1 + e)$.

Определение скоростей:

$$\frac{dx}{dt} = V_x = \frac{dr}{dt} \alpha + r \frac{d\alpha}{dt} = V_r \alpha + V_\tau \alpha',$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha}{du} \frac{du}{dt} = (-\sin u \cdot \cos \Omega - \cos u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i) \frac{du}{dt} = \alpha' \frac{du}{dt},$$

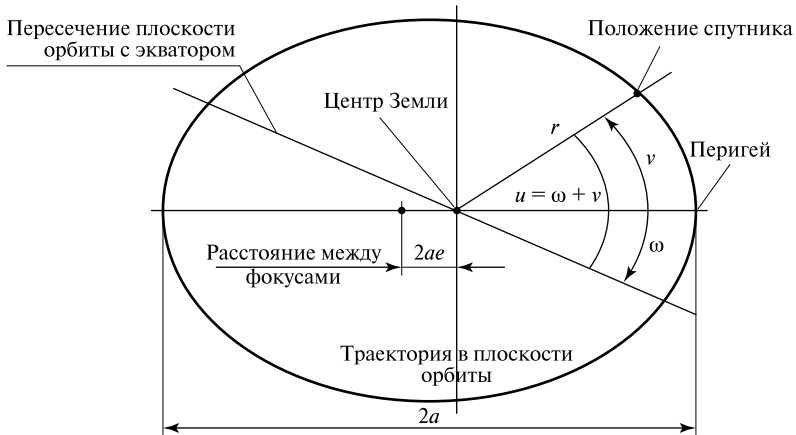


Рис. 4.1. Траектория спутника в плоскости орбиты



Рис. 4.2. Положение плоскости орбиты в инерциальной системе координат

$$\alpha' = -\sin u \cdot \cos \Omega - \cos u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i,$$

$$\frac{dy}{dt} = V_y = \frac{dr}{dt} \beta + r \frac{du}{dt} \frac{d\beta}{du} = V_r \beta + V_\tau \beta',$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{du} \frac{du}{dt} = (-\sin u \cdot \sin \Omega + \cos u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i) \frac{du}{dt} = \beta' \frac{du}{dt},$$

$$\beta' = -\sin u \cdot \sin \Omega + \cos u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i,$$

$$\frac{dz}{dt} = V_z = \frac{dr}{dt} \gamma + r \frac{du}{dt} \frac{d\gamma}{du} = V_r \gamma + V_i \gamma',$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma}{du} \frac{du}{dt} = \cos u \cdot \sin i \frac{du}{dt} = \gamma' \frac{du}{dt},$$

$$\gamma' = \cos u \cdot \sin i,$$

α' , β' , γ' — направляющие косинусы тангенциальной составляющей вектора скорости,

$$\frac{dr}{dt} = pe \sin v \frac{dv/dt}{(1 + e \cos v)^2} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot e \sin v = V_r,$$

$$\frac{du}{dt} r = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos v) = V_\tau.$$

§ 4.1 Возмущённое движение

В реальных условиях наряду с ньютоновской силой притяжения на спутник действуют и другие (возмущающие) силы, которые приводят к существенному отличию реальной орбиты от эллипса (рис. 4.3). Для учёта этих возмущений при построении аналитических моделей движения обычно используются уравнения вида

$$\frac{d\mathfrak{E}(t)}{dt} = f[\mathfrak{E}(t), \text{возмущающие ускорения}]. \quad (4.3)$$

Здесь \mathfrak{E} — вектор элементов орбиты.

Интегрирование уравнений вида (4.3) — основная проблема, решаемая при построении аналитических моделей движения. Эти уравнения не имеют точного аналитического решения, поэтому строятся приближенные решения вида

$$\delta\mathfrak{E}(t) = f[\mathfrak{E}(t_0), t - t_0] + O(). \quad (4.4)$$

Вековые возмущения пропорциональны времени, долгопериодические возмущения имеют период порядка нескольких месяцев, короткопериодические — равный времени одного оборота КО вокруг Земли.

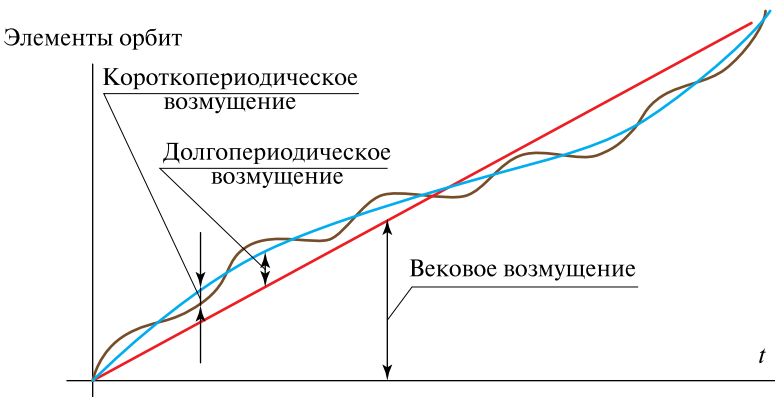


Рис. 4.3. Виды возмущений



Pavel E. Elyasberg, 1914-1988

Ниже изложены данные о возмущениях, которые необходимо учитывать при моделировании мелкого (некаталогизированного) КМ. Обоснование соответствующих формул изложено в большом числе публикаций различных авторов. Авторами первых публикаций были Д. Е. Охочимский, Т. М. Энеев, М. Л. Лидов, П. Е. Эльясберг, И. В. Жонголович, Y. Kozai, D. Brower.

Рассмотрим вековые возмущения ($\bar{\delta}\mathcal{Q}$) за 1 виток. При прогнозировании на несколько витков $u - u_0 = 2\pi N$, $\mathcal{Q}_N = \mathcal{Q}_0 + \bar{\delta}\mathcal{Q} \cdot N$, где \mathcal{Q}_N — элементы орбиты в начале N -го витка.

Возмущения от второй зональной гармоники (c_{20}) геопотенциала за виток [Brower, Clemence, 1961]:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\delta}\Omega &= 2\pi \frac{3}{2} c_{20} \left(\frac{R}{p}\right)^2 \cos i, \\ \bar{\delta}\omega &= -2\pi \frac{3}{4} c_{20} \left(\frac{R}{p}\right)^2 (4 - 5 \sin^2 i), \\ \bar{\delta}M_0 &= -2\pi \frac{3}{2} c_{20} \left(\frac{R}{a}\right)^2 \left(\frac{a}{r_0}\right)^3, \\ \bar{\delta}a &= \bar{\delta}e = \bar{\delta}i = 0, \\ \bar{n} &= n_0 \left[1 - \frac{3}{2} c_{20} \left(\frac{R}{a}\right)^2 \left(\frac{a}{r_0}\right)^3 \right], \\ M(u = 2\pi) &= M_0 + n_0 T + \bar{\delta}M_0 = M_0 + \bar{n} T. \end{aligned} \right\}$$

Оценка возмущений:

при $i = 60^\circ$; $R/p = 0,9$; $\delta\Omega = -3.8E-3$;

при $i = 90^\circ$ $\delta\Omega = 0$;

при $i = 98^\circ$ $\delta\Omega = -1$ град/сут;

при $i = 63,4^\circ$ $\delta\omega = 0$.

$\delta M_0 \approx 7.6E-3$.

Важное свойство приведённых оценок в том, что вековые возмущения возникают только у трёх элементов орбиты: долготе восходящего узла, аргументе перигея и средней аномалии. Поэтому при моделировании мелкого КМ, для которых полный вектор элементов орбит неизвестен, используется допущение, что значения этих элементов орбиты являются случайными с равномерным распределением на интервале $(0, 2\pi)$. У других трёх элементов орбиты вековые гравитационные возмущения отсутствуют.

Короткопериодические возмущения имеют порядок 10 км. Они с течением времени не увеличиваются. При моделировании мелкого КМ они не учитываются. Поэтому здесь не приводятся.

Атмосферные возмущения за 1 виток [Эльясберг, 1958, 1965]. Эти возмущения оказывают влияние на движение спутников в области низких орбит (LEO). Под их влияние уменьшается высота орбиты, что, в конечном счете, приводит к их падению на Землю (сгоранию в верхних слоях атмосферы). Важно, что под действием этого фактора происходит самоочищение ОКП от космического мусора.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\delta}a &= -4\pi(k_b \rho_{per} p) \frac{a^2}{p} e^{-z} [I_0(z) + 2eI_1(z) + \dots], \\ \bar{\delta}e &= -4\pi(k_b \rho_{per} p) e^{-z} \left[I_1(z) + \frac{1}{2}e(I_0(z) + I_2(z)) + \dots \right], \\ \bar{\delta}h_{per} &= -4\pi(k_b \rho_{per} p) a e^{-z} \left[I_0(z) - I_1(z) - \frac{1}{2}e(3I_0(z) + I_2(z)) + \dots \right], \end{aligned} \right\}$$

где k_b — баллистический коэффициент спутника; ρ_{per} — плотность атмосферы в перигее; $(k_b \rho_{per} p)$ — безразмерная величина, значения которой в большинстве случаев $< 10^{-4}$; $z = ae/H$, где H — так называемая высота однородной атмосферы (шкала высот); $I_0(z), I_1(z), I_2(z), \dots$ — так называемые функции Бесселя мнимого аргумента. Их значения приводятся в многочисленных справочниках по математике; $\bar{\delta}i = \bar{\delta}\Omega = \bar{\delta}\omega = \bar{\delta}M_0 \approx 0$, т.е. другие элементы орбиты не имеют существенных вековых возмущений под действием торможения в атмосфере.

Особенности эволюции геостационарных спутников. Большинство геостационарных объектов запускается на орбиты с наклонениями, близкими к нулю. С течением времени их орбитальные характеристики сильно меняются (рис. 4.4, [Nazarenko, Yurasov, 2001]).

В результате влияния возмущений текущие значения наклонения и долготы восходящего узла объектов в области GEO оказываются «размазанными» в широком диапазоне их возможных значений.

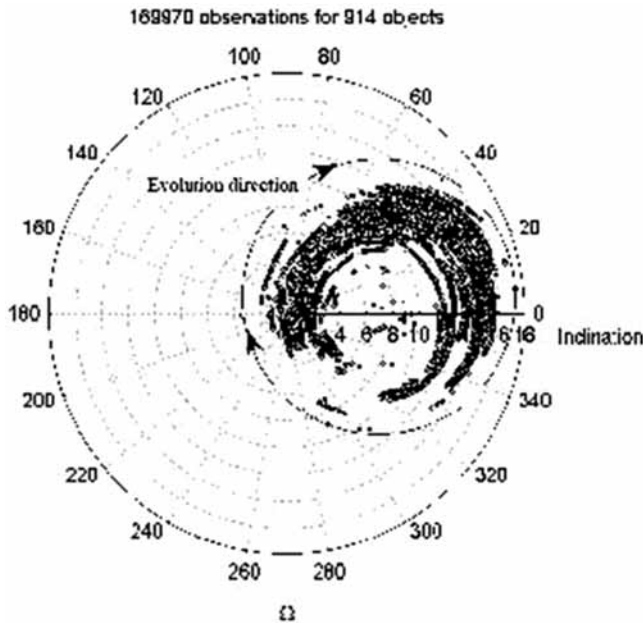


Рис. 4.4. Эволюция наклонения и долготы восходящего узла реальных КО относительно экваториальной плоскости

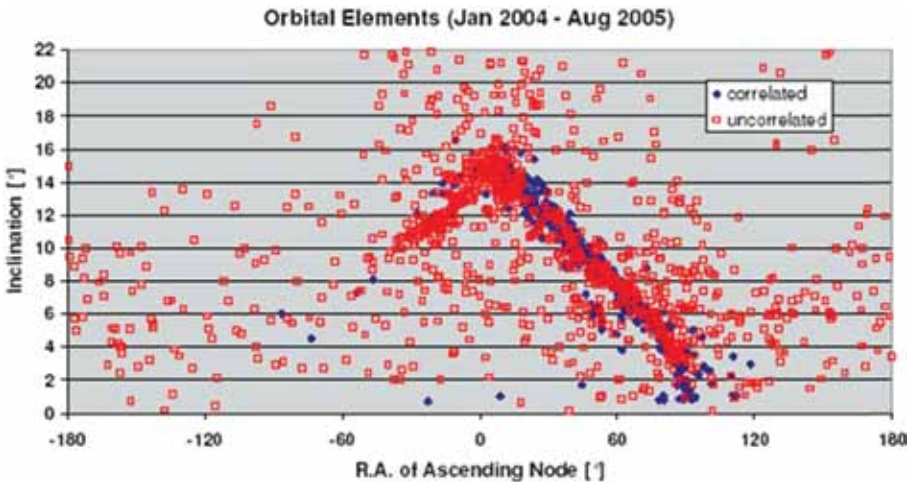


Рис. 4.5. Значения долготы восходящего узла и наклонения разных объектов в области геостационарных орбит

На рис. 4.5 представлены значения этих элементов орбит для разных спутников в 2004–2005 гг. [Schildknecht et al., 2006]. Представлены данные как для каталогизированных, так и некаталогизированных объектов.

На рис. 4.5 видно, что подавляющее большинство объектов находится в области, соответствующей данным рис. 4.4. Меньшая часть объектов, куда входят более мелкие некаталогизированные КО, находится в широкой области значений рассмотренных аргументов.

§ 4.2

Краткий обзор моделей движения

Для обеспечения максимально возможной точности прогнозирования движения спутников используются достаточно сложные модели. Сложившаяся ситуация в их развитии характерна рядом особенностей:

- применяемое профессионалами программное обеспечение, как правило, недоступно для других пользователей;
- в большинстве случаев НУ для прогнозирования движения, получаемые в баллистических центрах, недоступны для широкого круга потребителей;
- имеется единственный источник получения НУ по большому числу разных спутников — данные каталога американской СККП, в форме TLE они доступны в Интернете (<http://www.space-track.org>; <http://celestrack.com> и ряд других).
- наилучшая точность прогнозирования достигается, когда при определении НУ и при прогнозе применяется одна и та же модель движения, и эта модель достаточно совершенна (к сожалению, эти условия в большинстве случаев не выполняются);
- корректное применение TLE в качестве НУ требует определённого профессионализма, поскольку эти элементы орбиты являются усреднёнными, в них отфильтрованы коротко- и долгопериодические возмущения, порождаемые влиянием отклонения гравитационного поля Земли от центрального;
- американская компьютерная программа для прогнозирования движения спутников, приспособленная для использования TLE в качестве НУ (SGP4), а также её детальное описание доступны. Эти материалы можно найти на сайте Т. С. Келсо (T. S. Kelso, <http://celestrack.com>);
- аналитическая модель движения SGP4 разработана в 1960-х гг. Её алгоритм впервые был опубликован в 1980 г. в отчёте [Hoots, Roehrich, 1980]. Модель учитывает малое число параметров гравитационного поля Земли (три члена разложения гравитационного потенциала Земли по полиномам Лежандра) и упрощённую модель плотности атмосферы, поэтому во многих случаях результаты её применения не удовлетворяют возросшим современным требованиям к точности прогнозирования движения;
- модели, аналогичные SGP4, в 1960-х гг. были разработаны и в Советском Союзе [Кугаенко, Эльясберг, 1968; Назаренко, Скребушевский, 1981; Основы..., 1972]. Модель, алгоритм которой опубликован в монографии [Назаренко, Скребушевский, 1981], была реализована в российской СККП в виде стандартного модуля, к которому обращались различные прикладные программы. Она учитывала параметры гравитационного поля с коэффициентами c_{20} — c_{80} , c_{22} , d_{22} и стандартную модель атмосферы. За ~20 лет её применения было выполнено несколько миллиардов обращений к данной модели движения;
- широко применяемый для определения НУ классический метод наименьших квадратов (МНК) не учитывает погрешности движения спутников, обусловленные влиянием возмущающих факторов, что не позволяет использовать имеющиеся резервы повышения точности.

Американские специалисты по TLE



Felix Hoofs



David Vallado



Tomas Kelso

Ознакомление с методикой пересчета TLE

Данная задача решается с помощью программы "TLE_rec.exe".

```
{.....  
.....}
```

Модель движения SGP4 аналитическая. Разработка такого рода моделей весьма трудоёмка, что требует нескольких лет работы квалифицированного математика. В результате выводятся формулы для вековых ($\bar{\mathcal{E}}$), долгопериодических ($\tilde{\mathcal{E}}$) и периодических ($\delta\mathcal{E}$) возмущений элементов орбит. Схема последовательного применения этих формул для учёта возмущений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathcal{E}}(t) &= \bar{\mathcal{E}}(t_0) + \dot{\mathcal{E}}(t - t_0), \\ \tilde{\mathcal{E}}(t) &= \bar{\mathcal{E}}(t) + \tilde{\delta}\mathcal{E}(t - t_0), \\ \mathcal{E}(t) &= \tilde{\mathcal{E}}(t) + \delta\mathcal{E}(t - t_0). \end{aligned} \right\}$$

В результате определяются текущие значения оскулирующих элементов орбит $\mathcal{E}(t)$.

Основное достоинство аналитических моделей — малые затраты машинного времени на выполнение прогноза. Такого рода модели были разработаны на начальном этапе освоения космоса, когда характеристики вычислительной техники были сравнительно низкими.

На сайте автора (<http://satmotion.ru>) изложена методика корректного обращения с TLE.

Недостаток аналитических моделей — невозможность достижения высокой точности прогнозирования движения.

Повышение точности прогнозирования обеспечивают численно-аналитические модели движения. В этом случае для интегрирования уравнений движения применяется так называемый метод усреднения. Он характерен построением дифференциальных уравнений для учёта вековых и долгопериодических возмущений элементов орбит, которые имеют вид

$$\frac{d\tilde{\mathcal{E}}}{dt} = F(\tilde{\mathcal{E}}, t).$$

Эти уравнения интегрируются численно с достаточно большим шагом по времени (порядка 1 сут). Затем к результатам интегрирования добавляются короткопериодические возмущения, которые рассчитываются по аналитическим формулам. По сравнению с аналитическими численно-аналитические модели требуют больше машинного времени.

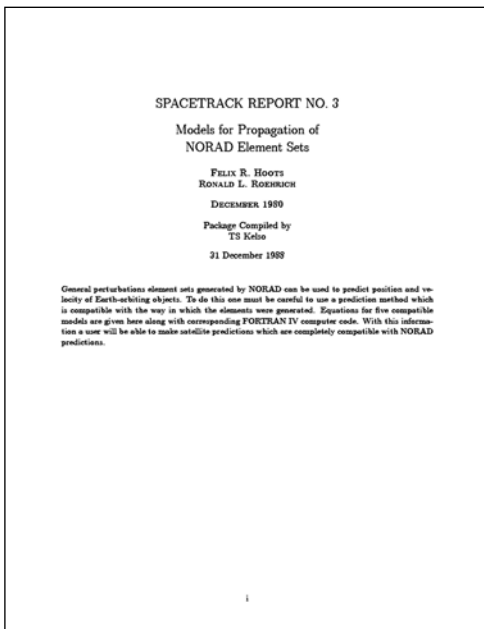
Для достижения максимальной точности интегрирования уравнений движения применяются численные методы. Однако применение численного интегрирования требует ещё больше машинного времени. Тем не менее, в последние годы в связи с феноменальными достижениями в развитии вычислительной техники наблюдается расширение области применения численных моделей движения.

§ 4.3 Стандартный модуль SGP4

При моделировании КМ этот модуль применяется при построении оценок концентрации каталогизированных КО в различных точках ОКП (см. разд. 2 и 3). Детальное описание программы было опубликовано в 1980 г. в отчёте [Hoots, Roehrich, 1980].

В руки автора этот отчёт попал только в начале 1990-х гг. (его подарил в бумажном виде N. Johnson), и был реализован в виде стандартного модуля на языке Паскаль. Ниже приведены краткие данные об этой программе.

UNIT SGP4; { Все обозначения — как в документации }
INTERFACE
CONST
 СК20=0.00051308;
 СК40=0.00000062098875;



Contents	
ABSTRACT	i
CONTENTS	ii
1 INTRODUCTION	1
2 The Propagation Models	1
2 Compatibility with NORAD Element Sets	2
4 General Program Description	2
5 The SGP Model	3
6 The SGP4 Model	10
7 The SDP4 Model	21
8 The SGP8 Model	21
9 The SDP8 Model	47
10 The Deep-Space Subroutine	58
11 Driver and Function Subroutines	69
12 Users Guide, Constants, and Symbols	76
13 Sample Test Cases	79
14 Sample Implementations	85
ACKNOWLEDGEMENTS	86
REFERENCES	87


```

E6A=0.000001;
QOMS2T=0.00000000188027916;
S=1.01222928;
TOTHRD=0.66666667;
XJ3=-0.00000253881;
XKE=0.0743669161;
XKMPPER=6378.135;
XMNPDA=1440.0;
AE=1.0;
DE2RA=0.0174532925;
PI02=1.57079633;
TWOPI=6.2831853;
X3PI02=4.71238898;
VAR
CK2,CK4 :double;
DAT0,TIME0:double;
XM0,XNODE0,OMEGA0,E0,XINCL,XN0,XNDDT20,XNDDT60,BSTAR:double;
{.....}
..... }
function stepX(arg1,arg2:double):double;
procedure CONSTANT4;
procedure INITIALIZATION4;
procedure SECULAR4;
procedure LONGPER;
procedure KEPLER4;
procedure SHORT4;
procedure ORIENTATION;
procedure VECTOR4;
IMPLEMENTATION
{.....}

```

END.

Обращение к стандартному модулю SGP4 из внешней программы.

```

CONSTANT4;
INITIALIZATION4;
TSINCE:=dt; { Интервал прогноза в минутах }
SECULAR4;
LONGPER;
KEPLER4;
SHORT4;
ORIENTATION;
VECTOR4;
Rx:=X*XKMPPER; { 6-мерный вектор состояния (RV) в инерциальной СК }
Ry:=Y*XKMPPER;
Rz:=Z*XKMPPER;
Vx:=XDOT*XKMPPER/60;
Vy:=YDOT*XKMPPER/60;
Vz:=ZDOT*XKMPPER/60;
{.....}
Пересчёт RV → TLE

```

Обратный пересчёт из вектора состояния **RV** в **TLE** — более сложная задача по сравнению с непосредственным обращением к модулю SGP4. Особенностью алгоритма стала организация итерационного процесса определения **TLE** таким образом, чтобы при обращении к модулю SGP4 на выходе получался исходный вектор состояния **RV**. Этот алгоритм реализован в программе

RV_TLE.pas. В табл. 4.1–4.3 приведён пример применения этой программы: табл. 4.1 содержит пять наборов исходных TLE по спутнику № 71052A, табл. 4.2 — соответствующие значения вектора **RV**, табл. 4.3 — результаты обратного пересчёта.

Таблица 4.1. Исходные TLE

1	05281U	71052A	99293.76213166	0.00021551	0	0	68534-3	0	0774
2	05281	073.9561	035.1463	0413710	261.2793	094.1301	14.77271946	43450	
1	05281U	71052A	99294.16845501	0.00020921	0	0	66529-3	0	0775
2	05281	073.9564	034.3430	0413653	260.3597	095.0560	14.77287350	43456	
1	05281U	71052A	99295.25196181	0.00021897	0	0	69591-3	0	0783
2	05281	073.9572	032.2023	0413448	257.9061	097.5548	14.77335922	43472	
1	05281U	71052A	99296.13227989	0.00024733	0	0	78486-3	0	0775
2	05281	073.9561	030.4612	0413302	256.0239	099.4779	14.77385155	43485	
1	05281U	71052A	99296.74170900	0.00027669	0	0	87686-3	0	0776
2	05281	073.9555	029.2560	0413199	254.6998	100.8189	14.77425155	43494	

Таблица 4.2. Значения компонентов вектора **RV**

№	1	2	3	4	5
Дата	99293	99294	99295	99296	99296
Время	0.76213166	0.16845501	0.25196181	0.13227989	0.74170900
x	5765.9824861	5826.1884009	5980.9902246	6100.5595519	6180.4378307
y	4059.2605179	3980.4858620	3766.8980738	3588.3951937	3462.1606185
z	-0.2975260	-0.8058604	0.3887839	1.3581932	0.2997755
V_x	-0.94576369774	-0.91894369015	-0.84955762017	-0.79295147043	-0.75198102216
V_y	1.86645074819	1.87821995929	1.90597849806	1.92690898335	1.94121608161
V_z	7.20511188890	7.20040051697	7.18792198583	7.17839094004	7.17175155243

Здесь время — доли суток, координаты — км, скорость — км/с.

Таблица 4.3. Результаты обратного пересчёта TLE → RV → TLE

№	1	2	3	4	5
Дата	99293	99294	99295	99296	99296
Время	0.76213166	0.16845501	0.25196181	0.13227989	0.74170900
i°	73.9561	73.9564	73.9572	73.9561	73.9555
Ω°	35.1463	34.3430	32.2023	30.4612	29.2560
e	0.0413710	0.0413653	0.0413448	0.0413302	0.0413199
ω°	261.2793	260.3597	257.9061	256.0239	254.6998
M°	94.1301	95.0560	97.5548	99.4779	100.8189
n	14.77271945	14.77287349	14.77335921	14.77385154	14.77425154

Здесь n — обороты в сутки.

Сравнение результатов пересчёта с исходными TLE показывает, что оценки всех элементов совпадают полностью. В результатах расчёта среднего движения отличие имеется только в последнем разряде. Таким образом, обратный пересчёт TLE \rightarrow RV \rightarrow TLE реализован в программе корректно.

Комментарий

Рассмотренный алгоритм не предусматривает определение характеристик торможения $dndt$ и $Bstar$, которые входят в набор TLE. Это обусловлено тем, что компоненты 6-мерного вектора RV не содержат необходимую информацию о торможении спутника. При учёте на входе дополнительной информации (например, параметра ΔT) задача определения упомянутых характеристик торможения может быть решена.

§ 4.4

Усовершенствование методики определения начальных условий и прогноза движения

За последние 30 лет точность прогнозирования движения низкоорбитальных спутников повысить не удалось. В лучшем случае погрешности находятся на уровне примерно 10 % от величины атмосферных возмущений на интервале прогнозирования.

Основы усовершенствованной методики опубликованы автором почти 40 лет назад [Назаренко, Маркова, 1973]. В 1970-х гг. эта методика была реализована в российской СККП для определения и прогнозирования орбит низких спутников [Nazarenko, 1991]. В дальнейшем методика была усовершенствована [Назаренко, 2010; Nazarenko, 1998, 2007, 2009]. Характерной особенностью развитой методики стал учёт статистических характеристик атмосферных возмущений на интервале обработки измерений и при прогнозировании движения.

Рассматриваемый метод был испытан по модельным и реальным измерениям низкоорбитальных спутников. Основной эффект повышения точности достигается на момент времени последнего измерения, а также при прогнозе движения на 1–2 сут, что особенно важно при решении оперативных задач. Этот эффект проявляется в существенно ином (по сравнению с МНК) поведении остаточных невязок между измеренными и уточнёнными параметрами орбиты на мерном интервале (табл. 4.4). Пример [Назаренко, 2012] относится к обработке TLE по ракете, которая отделилась от КА «Фобос-Грунт» при запуске (международный № 11065В). Более подробно эти данные изложены в разд. 14.

Таблица 4.4. СКО остаточных временных невязок по времени (с) при использовании МНК и метода оптимальной фильтрации измерений (ОФИ)

Метод	Номера измерений на мерном интервале						
	k-6	k-5	k-4	k-3	k-2	k-1	k
МНК	–	–	0,315	0,712	0,669	0,789	0,394
ОФИ	18,749	14,785	11,460	7,799	5,534	1,751	0,081

Из табл. 4.4 видно, что при использовании метода ОФИ остаточные невязки очень сильно меняются на мерном интервале. При этом достигается повышение точности определения орбиты в последней точке мерного интервала, т.е. в момент получения НУ для прогноза. В данном случае снижение уровня остаточных невязок почти пятикратное.

При этом оценка 0,081 с соответствует ожидаемой погрешности исходных TLE (порядка 500 м вдоль орбиты). Физический смысл эффекта в том, что исходная измерительная информация не «размывается» равномерно, а концентрируется в окрестности последней точки мерного интервала.

Данный метод [Пат. 2463223..., 2011], учитывающий взаимосвязь результатов уточнения и прогнозирования параметров орбиты, позволяет расширить область его применения, в частности, использовать для прогнозирования движения более высоких спутников (типа ГЛОНАСС и стационарных).



Литература

- [Демин, 1968] *Демин В. Г.* Движение искусственного спутника в нецентральной поле тяготения. М.: Наука, 1968.
- [Кислик, 1960] *Кислик М. В.* Движение искусственного спутника в нормальном гравитационном поле Земли // Космич. исслед. 1960.
- [Кугаенко, Эльясберг, 1968] *Кугаенко Б. В., Эльясберг П. Е.* Эволюция почтикруговых орбит ИСЗ под влиянием зональных гармоник // Космич. исслед. 1968. Т. 6. Вып. 2.
- [Назаренко, 2010] *Назаренко А. И.* Погрешности прогнозирования движения спутников в гравитационном поле Земли. М.: ИКИ РАН, 2010.
- [Назаренко, 2012] *Назаренко А. И.* Применение метода оптимальной фильтрации измерений для уточнения и прогнозирования орбит космических аппаратов // Вестник ФГУП НПО им. С. А. Лавочкина. 2012. № 2. 38–43.
- [Назаренко, Маркова, 1973] *Назаренко А. И., Маркова Л. Г.* Методы определения и прогнозирования орбит ИСЗ при наличии погрешностей в математическом описании движения // Прикладные задачи космич. баллистики: сб. М.: Наука, 1973. С. 36–67.
- [Назаренко, Скребушевский, 1981] *Назаренко А. И., Скребушевский Б. С.* Эволюция и устойчивость спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1981.
- [Основы..., 1972] Основы теории полёта космических аппаратов / Под ред. Нариманова Г. С., Тихонравова М. К. М.: Машиностроение, 1972, 607 с.
- [Пат. 2463223..., 2011] Пат. 2463223 Российская Федерация. Способ определения и прогнозирования движения космического аппарата на низких орбитах, подверженного влиянию торможения в атмосфере: Патент на изобретение / А. И. Назаренко, А. Г. Клименко; ОАО «Российские космические системы». № 2011112179; заявл. 30.03.2011;
- [Эльясберг, 1958] *Эльясберг П. Е.* Зависимость вековых изменений элементов орбит от сопротивления воздуха // Искусственные спутники Земли. 1958. Вып. 1. С. 21–24.
- [Эльясберг, 1965] *Эльясберг П. Е.* Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965.
- [Brower, Clemence, 1961] *Brower D., Clemence G. M.* Methods of Celestial Mechanics. N. Y.: Academic Press, Inc., 1961.
- [Hoots, Roehrich, 1980] *Hoots F. R., Roehrich R. L.* Models for Propagation of NORAD Element Sets: Space-track Report. N. 3. Aerospace Defense Command, United States Air Force, Dec. 1980.
- [Nazarenko, 1991] *Nazarenko A. I.* Determination and Prediction of Satellite Motion at the End of the Lifetime // Intern. Workshop on Salyut-7/Kosmos-1686 Reentry. ESOC, Darmstadt (G), 9 Apr. 1991.
- [Nazarenko, 1998] *Nazarenko A. I.* Determination and Prediction of Orbits with Due Account of Disturbances as a “Color” Noise // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, CA, Feb. 1998. AAS 98191.
- [Nazarenko, 2007] *Nazarenko A. I.* Accuracy of Determination and Prediction Orbits in LEO // Estimation Errors Depending on Accuracy and Amount of Measurements. 7th US/Russian Space Surveillance Workshop. Monterey, Oct.–Nov. 2007.
- [Nazarenko, 2009] *Nazarenko A. I.* Increasing the accuracy of orbit forecasting on the basis of improvement of statistical methods for processing measurements // 5th European Conf. Space Debris. ESA SP-672. 2009.
- [Nazarenko, Yurasov, 2001] *Nazarenko A. I., Yurasov V. S.* Space Debris Modeling in the GEO Vicinity // 3rd European Conf. Space Debris. Darmstadt, Germany, Mar. 2001.
- [Schildknecht et al., 2006] *Schildknecht T. et al.* Recent Results from the ESA Optical Space debris Survey // 24th IADC Meeting, 2006, Tsukuba, Japan.

Раздел 5

КРАТКИЙ ОБЗОР НАБЛЮДЕНИЙ МЕЛКИХ ОБЪЕКТОВ В ОКОЛОЗЕМНОМ КОСМИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ. НАЗЕМНЫЕ РАДИОЛОКАЦИОННЫЕ, ОПТИЧЕСКИЕ И БОРТОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ. ПРОБЛЕМА УТОЧНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ. ДОСТИЖЕНИЯ ПОСЛЕДНИХ ЛЕТ

§ 5.1

Радиолокационные наблюдения

Для наблюдений КО используются в основном два типа РЛС:

- с механическим управлением направленного луча и параболическими зеркальными антеннами (табл. 5.1);
- с электронным управлением направленностью луча и фазированными антенными решётками.

Таблица 5.1. Параметры основных действующих РЛС с механическим управлением направленного луча и параболическими зеркальными антеннами

№	Страна	Организация	РЛС	Сектор обзора, град	Длина волны, м	Диаметр объекта, м / дальность, км
1	Германия	ФГАН		0,5	0,23	0,02 / 1000
2	Япония	Киотский университет	РЛС СВ	3,7	6,4	0,2 / 500
3	США	НАСА/МО	Хайстек	0,1	0,03	0,006 / 1000
4	США	НАСА/МО	НАХ	0,1	0,02	0,05 / 1000
5	США	НАСА	Голдстоун	—	0,035	0,002 / 500
6	США	МО	TRADEX	0,6/0,3	0,23/0,10	0,03 / 500
7	Россия	МО	—	—	—	—



Рис. 5.1. РЛС Cobra Dane (ODQNv8i1) (слева) и «Волга» [Анисимов и др., 2003; Репин, 2011] (справа)

РЛС с фазированными антенными решётками имеют длину волны около 1 м. Они разработаны и используются для контроля движения крупных спутников (КА, РН), а также применяются в системах предупреждения о ракетном нападении и контроля космического пространства (для ведения каталогов КО). На рис. 5.1 представлены фото двух РЛС этого типа — американской и российской.

§ 5.2 Оптические наблюдения

Область применения оптических наблюдений, в основном, для измерения параметров КО на высотах $>10\,000$ км. Минимальный размер наблюдаемых объектов на высоте геосинхронных орбит ~ 1 м (17-й звёздной величины) (табл. 5.2). Существенная зависимость от условий наблюдения (ночь, отсутствие облачности, освещённость).

Таблица 5.2. Параметры основных действующих телескопов

№	Страна	Организация	Апертура, м	Сектор обзора, град	Тип детектора	Предельная звёздная величина
1	Япония	Сундаи	0,75	0,04	ПЗС	17
2	Япония	КРЛ	1,5	0,28	ПЗС	18,7
3	Россия	РАН	1,0	0,2	ПЗС	19
4	Россия	РАН	0,6	0,2	ПЗС	18
5	Россия	РКА МО	0,6	0,2	ТВ	19
6	Швейцария	Бернский университет	1,0	0,5	ПЗС	19,5
7	Великобритания	Гринвичская обсерватория	0,4	0,6	ПЗС	18
8	США	НАСА	0,3	1,5	ПЗС	17,1
9	США	НАСА	3	0,3	ПЗС	21,5



Рис. 5.2. Оптико-электронный комплекс «Окно» (Space Surveillance Sites)

На рис. 5.2 фотография оптико-электронного комплекса «Окно», который используется в России для контроля космического пространства. Комплекс предназначен для автономного автоматического обнаружения КО на высотах 2000...40 000 км, сбора координатной и некоординатной (фотометрической) информации, расчёта параметров движения и некоординатных признаков обслуживаемых объектов и передачи результатов обработки на соответствующие командные пункты.

§ 5.3 Бортовые измерения

В эти измерения входят:

- а) изучение возвращаемых на Землю образцов поверхности КА (табл. 5.3);
- б) наблюдение с помощью датчиков соударений поверхности КА с частицами;
- в) наблюдение с помощью оптических датчиков.

Таблица 5.3. Параметры использованных для измерений возвращённых на Землю КА и образцов их поверхностей

№	Название аппарата	Высота, км / наклонение, град	Годы	Площадь, м ²
1	«Салют-4» и «Салют-7»	350 / 51,6	1974–1979	~7
2	STS-7 (NASA)	~300 / 28,5	Июнь 1983	~2,5
3	«Солар Макс» (NASA)	~350 / 28,5	1980–1984	~2,3
4	STS-52 (Канада)	350 / 28,4	Октябрь 1992 г.	~1,0
5	LDEF (NASA)	350...470 / 28,5	1984–1990	151
6	EURECA (ЕКА)	520 / 28,5	1992–1993	35 + 96
7	Панели КТХ (NASA/ЕКА)	610 / 28,5	1990–1993	62
8	«Мир»	390 / 51,6	1995–1999	Всего ~16
9	КЛА (Япония)	480 / 28,5	1995–1996	50
10	МТКК (США)	300...600 / 28,5...51,6	1992 – н. в.	100



Рис. 5.3. Спутник LDEF

Наиболее информативные измерения были выполнены на американском спутнике LDEF (Long Duration Exposure Facility) [Bernhard et al., 1993; McDonnell, 1993]. Он был выведен на орбиту в 1984 г. и находился к ОКП более 5 лет, после чего в 1990 г. возвращён на Землю с помощью шаттла «Колумбия». На рис. 5.3 фотография этого спутника.

§ 5.4 Некоторые результаты измерений

На рис. 5.4 и 5.5 показаны результаты измерений, выполненных радиолокаторами США (NASA Report, JSC-27971, 1997).

На рис. 5.6 суммарные результаты обработки измерений РЛС Goldstone, Haystack (LRIR) и HAX с целью определения потока КМ разного размера в интервале высот 1000...1200 км (ODQNv10i2).

§ 5.5 Применение измерений для уточнения моделей космического мусора

Анализ измерений, которые применяются для уточнения модели КМ, изложен в ряде документов [Обоснование..., 2002; Анализ..., 2009].

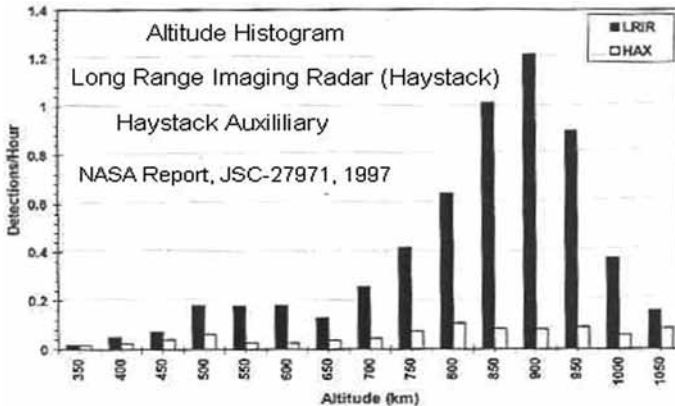


Рис. 5.4. Распределение наблюдаемых объектов по высоте

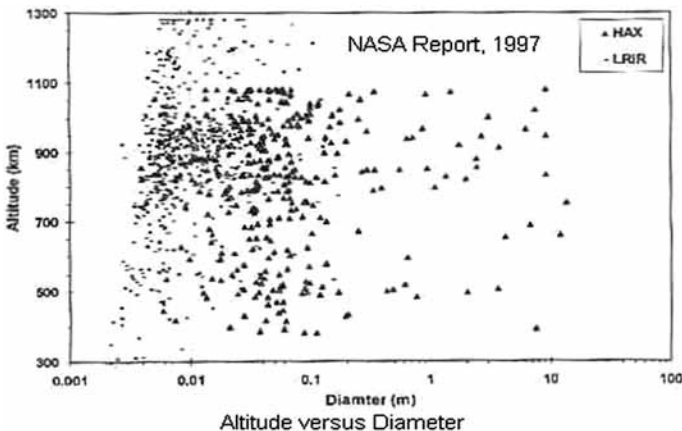


Рис. 5.5. Распределение объектов разного размера на разной высоте по данным РЛС HAX и LRIR

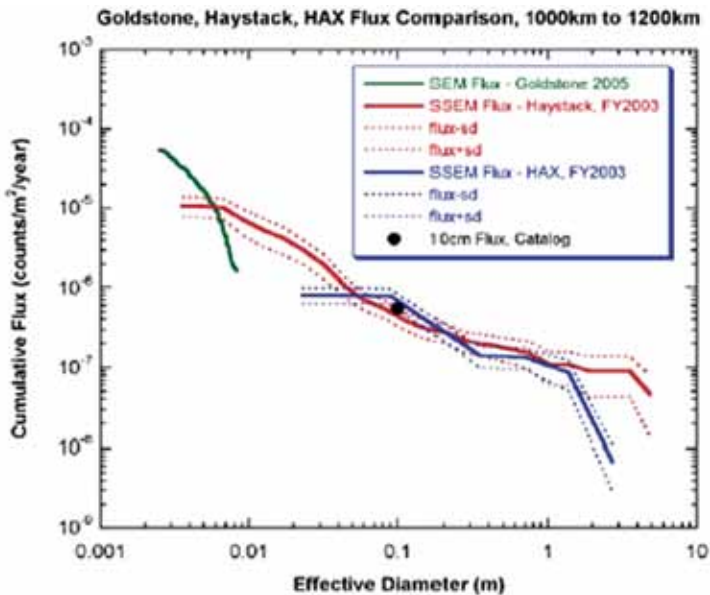


Figure 1. The measured debris flux between an altitude of 1000 km to 1200 km using NASA's primary debris observation radars. Use of all the radars provides data for debris sizes from 2 mm to several meters.

Рис. 5.6. Измерения КМ размером более 2 мм с помощью РЛС

В частности, в отчёте [Обоснование..., 2002] отмечается, что наиболее информативные измерения мелкоразмерной (некаталогизированной) составляющей КМ получены НАСА. Выпущены и доступны для специалистов отчёты о радиолокационных измерениях, проведённых на интервале времени с 1990 по 2003 г. На основе опубликованных данных об измерениях КМ с помощью РЛС Haystack и HAX выполнена коррекция параметров модели SDPA. В результате достигнуто лучшее согласие выходных данных модели с известными экспериментальными данными. Установлено, что наибольшие различия оценок разных моделей имеют место в областях, близких к предельным границам каждого из локаторов (размеры объектов в окрестности 1 и 10 см). Установлено также, что при уточнении параметров модели, в частности, при стыковке с данными каталога СККП, существенную роль играет оценка левой границы размеров каталогизированных объектов. Отсутствие согласованной оценки этой границы одна из причин расхождения разных моделей в области размеров КМ 1...10 см.

В разделе «1.4. Основные источники информации, необходимые для уточнения модели космического мусора» отчёта [Обоснование..., 2002] изложен анализ всех доступных измерений мелких частиц КМ. Отмечено, что за последние годы не были получены какие-либо доступные результаты измерений, достаточные для уточнения текущего уровня загрязнения ОКП мелкими фрагментами. Возможно, эти материалы имеются в соответствующих базах данных НАСА и ЕКА, однако они не доступны для открытого использования. Работы по созданию соответствующей российской базы ведутся уже достаточно много лет (в рамках ОКР «АСПОС ОКП»). Однако этим работам не видно конца, и нет уверенности, что накопленная информация будет полезна для уточнения мелкоразмерной фракции КМ.

Рассмотрим измерения, которые использовались при уточнении последней версии модели ORDEM 2010 [Krisko et al., 2010]. На рис. 5.7 показаны источники информации, использованные при уточнении параметров модели КМ.


Видно, что для уточнения параметров модели использовались различные модели фрагментации и измерения локаторов Haystack и Goldstone, которые обрабатывались по специальной методике с применением «взвешивания» вклада разных источников.

На рис. 5.8 приведены более детальные данные об источниках информации.

Из них следует, что при уточнении параметров модели для частиц размером 1...10 см использовались радиолокационные измерения 9-летней давности. Это подтверждает изложенное выше заключение, что за последние годы не были получены какие-либо доступные результаты измерений, достаточные для уточнения текущего уровня загрязнения ОКП мелкими фрагментами.

National Aeronautics and Space Administration

ORDEM2010 ~1mm to 10cm Population



- **Small-debris modeling generates particles 1mm to 10cm in size.**
 - **Uses results of NASA debris environment models LEGEND and NaKModule**
 - Deposits small debris based on NASA breakup model for known fragmentations and for known NaK (sodium potassium) release events
 - NASA breakup model edited to split fragments by material types
 - > Low density (Plastics), medium density (Aluminum), high density (Steel)
 - **Weights LEGEND small particle population by comparison to Haystack (> 5.5mm), Goldstone (>2mm) radar data**
 - Bayesian statistical model
- Xu Y-L et al, 'Modeling of LEO orbital debris populations in centimeter and millimeter size regimes', submitted to IAC 2010
- Xu Y-L et al, 'Modeling of the orbital debris population of RORSAT sodium-potassium droplets', submitted to COSPAR 2010
- Krisko PH et al, 'Material density distribution of small debris in Earth orbit', accepted by Advances in Space Research

Рис. 5.7. Источники информации для уточнения модели NASA

The engineering model ORDEM series derived environments are based on analysis of existing data available at the time of development of each version.

Observational Data	Role	Region/Size
SSN catalog (radars+ telescopes)	Intacts & large fragments	LEO > 10cm, GEO > 70cm
Cobra Dane (radar)	Compare with SSN	LEO > 4 cm
Haystack (radar)	Statistical populations	LEO > 1cm
Goldstone (radar)	Compare with Haystack	LEO > 2 mm
STS windows and radiators (returned surfaces)	Statistical populations	LEO < 1mm
HST solar panels (returned surfaces)	Compare with STS	LEO < 1mm
MODEST (telescope)	Only GEO data set	GEO > 30cm

Haystack Data (75°E)		
year	# of obs. hrs	# of detections
1999	210.16	256
2000	264.91	299
2001	250.64	267
2002	171.26	171
2003	633.30	1498

Рис. 5.8. Данные об измерениях для уточнения модели ORDEM 2010

Выше также отмечалось, что при предыдущих уточнениях параметров модели SDPA использовались доступные результаты радиолокационных измерений мелких фрагментов. Материалы по уточнению параметров и результатам тестирования модели SDPA достаточно подробно изложены в отчётах за 2007 и 2008 гг. [Исследование..., 2008; Разработка..., 2007].

Была показана зависимость среднего числа ежегодно образующихся частиц от их размера, которая принимается пропорциональной приросту числа каталогизированных объектов и задаётся соотношением

$$n(d > d_j) = k(d_j) n(d_{cat}). \quad (5.1)$$

Значения коэффициента $k(d_j)$ — это настраиваемые параметры модели. Они определяются на основе сравнения результатов моделирования с доступными экспериментальными данными. Настройка коэффициентов проводилась в течение длительного времени (более 10 лет).

В табл. 5.4 приведены применяемые значения коэффициента $k(d_j)$.

Таблица 5.4. Значения коэффициентов $k(d_j)$

	№ диапазона							
	1	2	3	4	5	6	7	8
d_j , см	0,10	0,25	0,5	1,0	2,5	5,0	10	cat
$k(d_j)$	20000	1700	274	44	10	3,6	1,6	1,0

В качестве примера, подтверждающего работоспособность изложенного подхода, рассмотрены результаты его применения для оценки последствий разрушения китайского спутника «Фэнъюнь-1С» в январе 2007 г. и сравнение с материалами статьи [Stokely, Matney, 2008]. На рис. 5.9 представлен график зависимости числа фрагментов от их размеров из этой статьи. На нём показаны результаты расчётов по модели NASA и сравнение с экспериментальными данными.

На рис. 5.10 представлены соответствующие результаты расчётов по модели SDPA и их сравнение с данными рис. 5.9. Число каталогизированных объектов разрушения принято равным 2375. В качестве значений коэффициента $k(d_j)$ применены данные табл. 5.4. Из материалов рис. 5.10 видно, что результаты расчётов по модели SDPA существенно лучше согласуются с экспериментальными данными по сравнению с результатами расчётов по модели NASA.

Таким образом, при уточнении параметров модели SDPA использовались доступные измерения того же типа, что и при уточнении зарубежных моделей. Точность последней версии модели SDPA не уступает зарубежным аналогам. Поэтому накопленный опыт настройки параметров модели SDPA по измерениям целесообразно использовать в дальнейшем для уточнения её параметров и прогноза уровня техногенного загрязнения ОКП.

Комментарии

Факт, что точность модели SDPA не уступает зарубежным аналогам, достаточно парадоксален: её уточнение выполнялось по доступной измерительной информации, объем которой существенно меньше информации,

имеющейся у NASA и ESA. Возможное объяснение этой ситуации в том, что разработка и совершенствование модели КМ достаточно длительный процесс. Соответственно решающую роль имеет стабильность коллектива разработчиков и обеспечение преемственности. Автор модели SDPA работает в области контроля космического пространства около 50-ти лет, из них 20 — непосредственно по тематике КМ. За это время им накоплен большой опыт решения различных прикладных задач по рассматриваемой тематике.

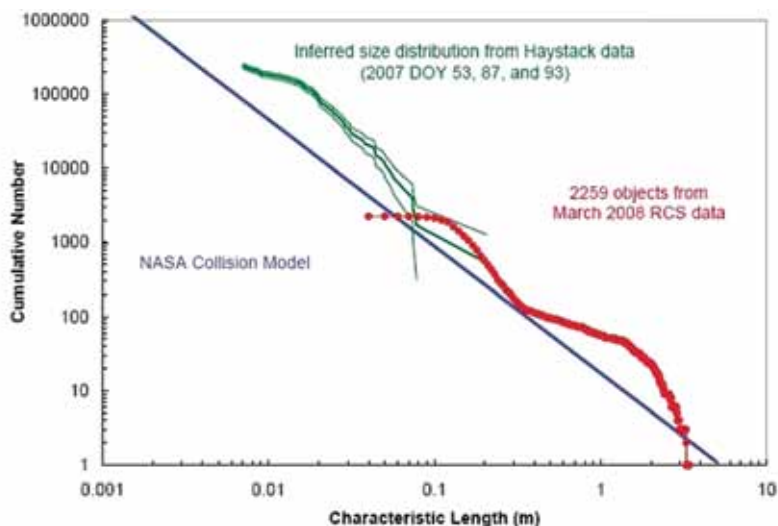


Figure 2. The Penguin-1C cumulative number of debris objects in orbit versus effective size with data from catalogued data from the Space Surveillance Network and Haystack radar ranging mode data.

Рис. 5.9. Зависимость числа фрагментов разрушения китайского спутника от их размеров по данным NASA

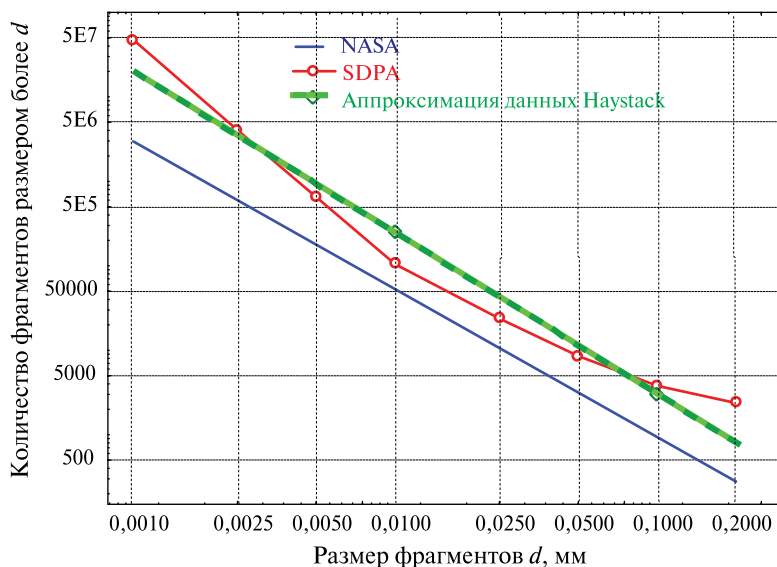


Рис. 5.10. Данные модели SDPA

В то же время в процессе создания модели КМ NASA сменилось несколько поколений специалистов (A. Potter, D. Kessler, P. Anz-Meador, R. Reynolds, P. Eichler, M. Matney, L. C. Liou, P. Krisko, Xu Y. L.).

Кроме того, детальный анализ и применение характеристик каталога КО — основного надёжного источника данных о КМ, требует определённого профессионализма. Опыт, накопленный автором в процессе участия в создании российской СККП, способствовал проведению более детального анализа каталогизированных КО.

Ограниченное количество измерительной информации о некаталогизированной популяции КМ обуславливает необходимость корректной статистической обработки этих данных. В процессе разработки модели SDPA автор исходил из того, что при недостатке экспериментальных данных целесообразно минимизировать число уточняемых параметров [Назаренко, 1968; Nazarenko, 1998]. Речь идёт о необходимости разного подхода к решению задач интерполяции и экстраполяции процессов. В первом случае выгодно применять детальное описание процессов, во втором — не выгодно. Построение модели КМ — типичная задача экстраполяции, так как измерения получены только в локальных районах многомерной области (размеры КМ, высота, время). Поэтому в модели SDPA не применяется детальное моделирование различных источников образования мелкоразмерной фракции, а используется усреднённый подход — уточняются только упомянутые выше коэффициенты $k(d_j)$. Автор неоднократно сталкивался с тем, что многие специалисты не знакомы с необходимостью применения разного подхода к решению задач интерполяции и экстраполяции.

Из изложенных комментариев очевидно, что для дальнейшего развития модели SDPA необходимо обеспечение преемственности. В противном случае мы отстанем в этой области от зарубежных специалистов навсегда (как это уже произошло в ряде других областей современной техники).

§ 5.6

Статья Jerome R. Vetter Fifty Years of Orbit Determination: Development of Modern Astrodynamics Methods (Johns Hopkins APL Technical Digest. 2007. Volume 27. Number 3)

Перевод выводов

На основе строгих научных алгоритмов в течение последних 50 лет были развиты методика определения орбит и спутниковый анализ, начиная с применения лучших на то время оптических измерений, программы Transit Doppler, локационной высотометрии и GPS вплоть до различных спутниковых инструментов, выводимых в космос сегодня. В период с 1957 по 1970 г. уточнение орбиты выполнялось главным образом по оптическим измерениям и данным Transit Doppler. С 1970 по 1980 г. для уточнения орбит стали применяться лазеры (НАСА) и геодезические спутники. Наконец, в период с 1980 до 1990 г. доминировали усовершенствования, связанные с движением полюсов Земли и счётом времени. В течение этого периода точность всех инструментов, включая лазер, Doppler-станции, высотомеры, и часы, постоянно улучшалась.

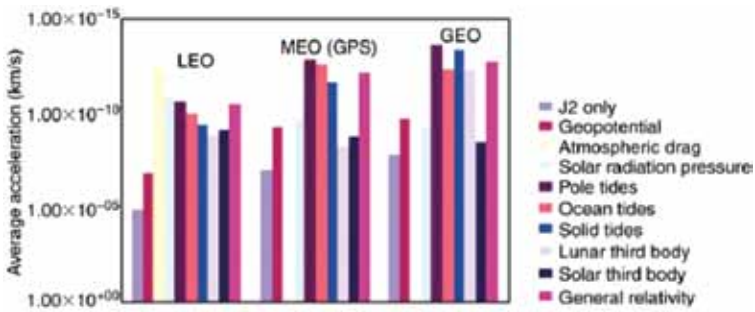


Figure 2. Effect of force model errors on satellite orbit altitudes.

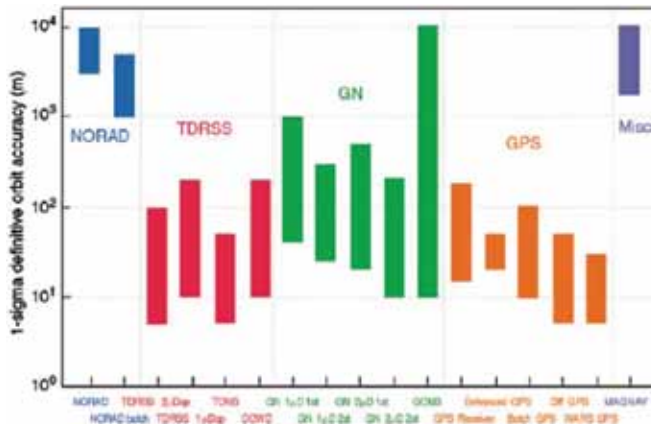


Figure 7. Typical orbital accuracies from GTDS OD.

Это непрерывное развитие имело итерационный характер, состоящий в необходимости выполнения очередного шага по мере получения новых данных о возмущениях и, в частности, о гравитационных силах. Все эти уточнения способствовали получению новых результатов.

Сегодняшние спутники имеют возможность автономной навигации, что позволяет вычислять их орбиты с помощью бортовых систем и добиваться при этом достаточно высокой точности. С новыми спутниками в области LEO, использующими методы SST и бортовые гравиметры, началось десятилетие (2005–2015) высокого разрешения силы тяжести. По мере того, как будут реализованы ожидаемые критические инновации, нас ждут волнительные открытия научного и астродинамического сообщества.

§ 5.7 High Accuracy Satellite Drag Model (HASDM)

По этому вопросу в последние годы появилось довольно много американских публикаций. В них речь идёт о новом способе повышения точности расчёта плотности атмосферы для баллистических расчётов. Для примера сошлёмся на статью [Storz et al., 2002].

В ней приведена ссылка на нашу статью 1998 г. [Nazarenko et al., 1998]. Суть этого способа заключается в определении текущих оценок плотности



В. Bowman, V. Chobotov и A. Nazarenko

атмосферы (погода!) на основе данных о торможении низковысотных спутников, имеющих в каталоге. Впервые этот способ был реализован в российской СККП в начале 1980-х гг. [Горохов, Назаренко, 1982; Nazarenko et al., 1991]. Соответствующая программная система оперативно работала в течение нескольких лет. После передачи роли главного конструктора Межгосударственной акционерной корпорации «Вымпел» эта система была ликвидирована. Однако американские специалисты обратили на нее внимание и решили эту идею реализовать. Сошлюсь на приведённый выше отчёт.

В нём, в частности говорится:

Concurrent direct measurements of the average density variations from installed models can be determined from the observed global variation in drag coefficients for a constellation of satellites of known or, preferably, spherical configuration. These variations can then be used to modify the density modeling or drag interaction coefficients of all satellites then modeled by the installed atmospheric model. *This technique has been used by the Russians since the mid-1980s and recently published¹⁴ results indicated good success for the short-term predictions.* A more ambitious program would continuously adjust the empirical relationship between geomagnetic data and the exospheric temperature, affording some predictive capability for atmospheric density modeling. The latter approach remains to be demonstrated.

¹⁴ Nazarenko, A. I., "Technology of Evaluation of Atmospheric Density Variation," Center for Program Studies, Russian Academy of Sciences (paper presented at International Astrodynamics Meeting, Poznan, Poland, 5 July 1996).

В дальнейшем Б. Боуман (B. Bowman) с коллегами интенсивно работал в этом направлении и реализовал соответствующую систему в американской СККП [Storz et al., 2003]. В какой-то степени этот пример иллюстрирует, как наша неорганизованность, отсутствие заинтересованности и амбиции отдельных руководителей тормозят внедрение новых разработок.

Если не будут приняты меры, то аналогичная судьба ждёт и усовершенствованную методику определения начальных условий и прогноза движения, о которой говорилось в предыдущем разделе.

Литература

[Анализ..., 2009] Анализ измерительной информации по космическому мусору. Разработка предложений по совершенствованию модели SDPA в части учёта частиц размером от 10 мкм до 1 мм, а также области высот полёта навигационных спутников (20 000±2000 км): Научно-технич. отчёт по НИР. Шифр: «Риск-ЦКН», НТЦ КМЗ, 2009.

- [Анисимов и др., 2003] *Анисимов В.Д., Батырь Г.С., Меньшиков А.В., Шилин В.Д.* СККП России: вчера, сегодня, завтра // Воздушно-космическая оборона. 2003. № 6(13).
- [Горохов, Назаренко, 1982] *Горохов Ю. П., Назаренко А. И.* Методические вопросы построения модели флуктуаций параметров атмосферы // Наблюдения искусственных небесных тел. М.: АС АН СССР. 1982. № 80.
- [Исследование..., 2008] Исследование и разработка программы расчёта вероятности аварийных ситуаций КА, связанных с космическим мусором: Отчёт по НИР «Запрет-ЦКН», НТЦ КМЗ, 2008.
- [Назаренко, 1968] *Назаренко А. И.* О целесообразности учёта новых уточняющих факторов в математическом описании движения некоторых систем // Анализ и синтез систем автоматического управления: Сб. М.: Наука, 1968. С. 334–337.
- [Обоснование..., 2002] Обоснование оценок и разработка предложений по вопросам уменьшения засорённости ОКП и повышению безопасности космических полётов в документы МККМ на 2002–2003 гг. Уточнение параметров модели пространственно-временного распределения техногенного засорения ОКП по данным последних измерений. Сравнительный анализ отечественной и современных зарубежных моделей космического мусора (ORDEM 2000, MASTER'99) и выработки рекомендаций по совершенствованию модели и, в частности для высот полёта МКС: Отчёт по НИР «Запрет-ЦКН». ФГУП ЦКН, 2002.
- [Разработка..., 2007] Разработка алгоритмов и программ для расчёта высотно-широтных распределений ненаблюдаемых частиц КМ, их векторов скорости, вероятности столкновения с ними КА, предложений по интерфейсу пользователя СПМО: Отчёт по ОКР «АСПОС ОКП-КМЗ», НТЦ КМЗ, 2007.
- [Репин, 2011] *Репин В. Г.* Основные этапы создания ракетно-космической обороны. URL: <http://www.vimpel.ru/rko5.htm>.
- [Bernhard et al., 1993] *Bernhard R. P., Horz F.* et al. Composition and frequency of impact residues detected on LDEF surface // 1st European Conf. Space Debris. ESA SD01. Darmstadt, Apr. 1993.
- [Haystack..., 2003] Haystack and HAX Radar Measurements of the Orbital Debris Environment: Report JSC62815. NASA. 2003.
- [Krisko et al., 2010] *Krisko P. H.* et al. NASA's ORDEM 2010 Status // 28th IADC Meeting. 8–12 Mar. 2010, Trivandrum, India.
- [McDonell, 1993] *McDonell J. A. M.* The LEO microparticulate environment: LDEF's 5.75 year perspective on orbital space debris and meteoroids // 1st European Conf. Space Debris. ESA SD-01, Darmstadt, Apr. 1993.
- [Nazarenko et al., 1991] *Nazarenko A. I., Kravchenko S. N., Tatevian S. K.* The space-temporal variations of the upper atmosphere density derived from satellite drag data // Advances in Space Research (ASR). 1991. V. 11. N. 6.
- [Nazarenko et al., 1998] *Nazarenko A. I., Cefola P. J., Yurasov V.* Estimating Atmospheric Density Variations to Improve LEO Orbit Prediction Accuracy // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, CA, Feb. 1998. AAS 98190
- [Nazarenko, 1998] *Nazarenko A. I.* Application of average contamination sources for the prediction of space debris environment // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, CA, Feb. 1998. AAS 98161.
- [Stokely, Matney, 2008] *Stokely C., Matney M.* Haystack Radar Observations of Debris from the Fengyun-1C Antisatellite Test // Orbital Debris Quarterly News. July 2008. V. 12. Iss. 3.
- [Storz et al., 2002] *Storz M. F., Bowman B. R., Major James I. Branson.* High Accuracy Satellite Drag Model (HASDM) // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. 5–8 Aug. 2002, Monterey, California. AIAA 20024886.
- [Storz et al., 2003] *Storz M. F., Bowma B. R.* et al. High Accuracy Satellite Drag Model (HASDM) // Space Surveillance Workshop. St. Petersburg, Russia, Sept. 2003.

Раздел 6

РЕЗУЛЬТАТЫ РАЗРУШЕНИЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ И РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ ПРИ ВЗРЫВАХ И СТОЛКНОВЕНИЯХ. ОБЗОР ИЗВЕСТНЫХ МОДЕЛЕЙ

§ 6.1

Краткий обзор моделей фрагментации

В настоящее время существует несколько моделей фрагментации объектов при их гиперзвуковом соударении. Основным результатом столкновения двух объектов с массами M_1 и M_2 становится образование большого количества фрагментов различных форм, масс и размеров. Для описания последствий столкновений используются следующие характеристики:

- $N_f(>m)$, $N_f(>d)$ — число фрагментов с массой больше m , или с размерами больше d . Это одна из основополагающих характеристик. Для пересчёта значений массы в значения размеров используют некоторые допущения о форме образовавшихся фрагментов и оценки удельного веса;
- $A/m(d)$ — отношение площади характерного сечения к массе для фрагментов различного размера. Этот параметр связан с различием форм и материалов сталкивающихся объектов и необходим при анализе эволюции КМ для расчёта торможения фрагментов в атмосфере;
- $p(\Delta V)$ — статистическое распределение добавочной скорости фрагментов по величине и направлению. В результате столкновения часть энергии идёт на изменение скорости фрагментов, что приводит к распространению КМ в некоторой области ОКП;
- u (или E) — отношение количества энергии, которая выделилась при столкновении, к массе объектов (удельная энергия).

В рассмотренных источниках используются статистические и эмпирические зависимости, полученные путём обработки экспериментальных данных о столкновении объектов на Земле и в космосе. Ниже будет кратко изложены некоторые особенности моделирования и примеры моделей.

Одна из первых моделей фрагментации была представлена в работе [Kessler, Cour-Palais, 1978]. В этой достаточно большой статье специалистов NASA были рассмотрены последствия столкновений двух типов: удар по телу сплошной структуры и удар по космическому аппарату.

Вводится два типа столкновений: катастрофические и не катастрофические, отличающиеся разрушением или не разрушением КО меньшей массы (M_1). Предложено условие разрушения обоих КО: $M_2 < \Gamma' M_1$, где коэффициент $\Gamma' = 2600$ для алюминия и 25 000 для базальта. В противном случае тело большего размера не разрушается, а в нем образуется только кратер, материал которого дробится на мелкие частицы. Общая масса образовавшихся частиц $M_e = \Gamma M_1$, где $\Gamma = 130$ для алюминия и 500 для базальта. Оценка параметров относится к скорости столкновения 10 км/с. При катастрофическом столкновении $M_e = M_1 + M_2$. Число образующихся частиц с массой более m определяется соотношением

$$N(> m) = A \left(\frac{m}{M_e} \right)^B. \quad (6.1)$$

$$A = 0,4 \text{ и } B = -0,8.$$

Для столкновения с КА применяются те же соотношения, но при других параметрах: $A=0,8$, $B=-0,8$. Упомянется, что эти параметры определены по результатам двух тестовых экспериментов. Никаких данных о минимальных и максимальных массах осколков и их скорости после столкновения не приводится. Кроме того, со ссылкой на ряд работ приведено соотношение между массой (γ) и ЭПР (S , m^2) осколков

$$m = 62000 \cdot S^{1,13}. \quad (6.2)$$

Комментарий

Соотношение (6.1) позволяет определить суммарную массу фрагментов. Очевидно, что при разрушении обеих частиц она должна быть равна $M_e = M = M_1 + M_2$. Определим суммарную массу всех фрагментов массой более m_{min} на основе выражения (6.1) и условия

$$N(\geq m_{max}) = A \left(\frac{m_{max}}{M_e} \right)^B = 1. \quad (6.3)$$

Здесь m_{max} — масса наибольшего (единственного) фрагмента. Отношение выражений (2.1) и (2.2) приводит к модификации формулы (6.1).

$$N(> m) = \left(\frac{m}{m_{max}} \right)^B. \quad (6.4)$$

В интервале значений масс (m , $m + dm$) находится $dN(m)$ объектов. Это число равно

$$dN(m) = -B \left(\frac{m}{m_{max}} \right)^{B-1} d \left(\frac{m}{m_{max}} \right). \quad (6.5)$$

Масса объектов в этом интервале равна

$$dM(m) = dN(m)m = -Bm_{max} \left(\frac{m}{m_{max}} \right)^B d \left(\frac{m}{m_{max}} \right). \quad (6.6)$$

Просуммируем оценки (6.6) в интервале значений масс от m_{min} до m_{max} . Получим выражение для массы всех фрагментов в этом интервале

$$M(m_{min}, m_{max}) = -\frac{Bm_{max}}{1+B} \left[1 - \left(\frac{m_{min}}{m_{max}} \right)^{1+B} \right]. \quad (6.7)$$

Очевидно, что при $m_{min} = m_{max}$ эта масса равна нулю. Поэтому, а также с учётом условия (6.3) масса всех фрагментов массой более m_{min} будет равна

$$M(> m_{min}) = M(m_{min}, m_{max}) + m_{max} = \frac{m_{max}}{1+B} \left[1 + B \left(\frac{m_{min}}{m_{max}} \right)^{1+B} \right]. \quad (6.8)$$

Этим выражением необходимо пользоваться для вычисления массы m_{max} при известных значениях m_{min} и $M(> m_{min})$.

В частном случае, при $m_{\min} = 0$ суммарная масса всех фрагментов связана с массой максимального фрагмента соотношением

$$m_{\max} = M(1 + B). \quad (6.9)$$

Мы здесь подробно останавливаемся на выводе формул (6.8) и (6.9) потому, что в известных публикациях они или не приводятся, или даны с ошибками. Так, в документации модели MASTER [Sdunnus, Klinkrad, 1993] вместо формулы (6.9) применяется другая (ошибочная) формула

$$m_{\max} = M \frac{1+B}{-B}. \quad (6.10)$$

Эта формула легко выводится из соотношения (6.7), если в нём сохранить только слагаемое $M(m_{\min}, m_{\max})$ и пренебречь слагаемым m_{\max} . Очевидно, что такой вывод представляется грубым упрощением.

Подходы к моделированию последствий столкновений. Упомянутая выше модель фрагментации [Kessler, Cour-Palais, 1978] послужила основой её усовершенствования и разработки новых моделей. Наиболее известные из них — это модели, разработанные в NASA и ЕКА в последующие годы [Bade et al., 1998; Johnson et al., 2001; Krisko, 2011; Sdunnus, Klinkrad, 1993]. На рис. 6.1 представлены подходы, используемые в моделях ЕКА и NASA. Каждая из моделей включает в себя две части: для расчёта последствий взрывов и расчёта последствий столкновений. Мы будем рассматривать только ту часть модели, которая связана со столкновениями.

В верхней части рис. 6.1 представлена модель ЕКА. В качестве исходного параметра для построения распределений используется масса. Для фрагментов с различными массами, в предположении, что все фрагменты сферические, по заданным удельным весам масса пересчитывается в диаметр сферы. Зная диаметр, рассчитывается площадь поверхности и определяется отношение площади к массе. Распределение добавочной скорости находится как функция от размеров.

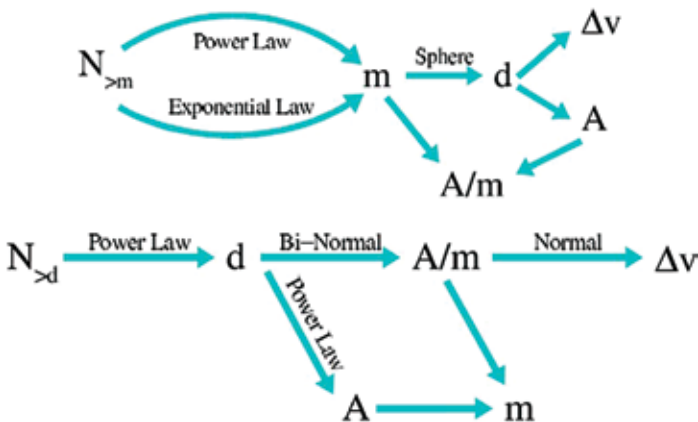


Рис. 6.1. Моделирование последствий столкновений в моделях ЕКА (вверху) и NASA (внизу). Power Law — степенной закон вида (1); Exponential Law — экспоненциальный закон; Bi-Normal и Normal — применение случайного выбора с использованием соответственно биномального и нормального распределений

Модель NASA EVOLVE 4.0 [Krisko, 2011] в большей степени использует статистические распределения: она состоит из распределений, параметры которых определялись исходя из результатов опытов.

Модель NASA включает в себя зависимости для расчёта всех упомянутых выше характеристик. Для определения числа фрагментов с характеристическими размерами больше некоторого заданного значения используется выражение

$$N_f = 0,1 \hat{m}_e^{0,75} \hat{d}^{-1,71}, \quad (6.11)$$

где N_f — количество фрагментов со средними размерами большими \hat{d} , м, образующихся после столкновения. При этом масса, которая будет фрагментирована, выбирается с учётом количества выделившейся при столкновении удельной энергии (E) и оценки энергии, необходимой для разрушения объекта (E^*).

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{M_p V_i^2}{2M_{sat}}, \text{ Дж/Г}, \\ E^* &= 40 \text{ Дж/Г}, \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

где M_p и M_{sat} массы сталкивающихся объектов, обозначенные как “ p ” (снаряд) и “ sat ” (цель); $M_{sat} > M_p$; V_i — относительная скорость столкновения; E — энергия, выделяющаяся на фрагментацию.

В случае, когда энергия столкновения E меньше E^* , объект с меньшей массой полностью разрушается, а в объекте с большей массой образуется кратер.

Для объектов с характеристическими размерами (\hat{d}) меньше 8 см распределение отношения площади к массе A/M имеет вид нормального гауссовского распределения:

$$D_{A/M}^{soc}(\lambda_c, \chi) = N[\chi, \mu^{soc}(\lambda_c), \sigma^{soc}(\lambda_c)],$$

где $\lambda_{\hat{d}} = \log_{10} \hat{d}$, $\chi = \log_{10} A/M$.

Математическое ожидание (μ^{soc}) и среднеквадратическое отклонение (σ^{soc}) для данного распределения находятся как заданные функции размеров фрагментов.

$$\mu^{soc}(\lambda_c) = \begin{cases} -0,3, & \lambda_c \leq -1,75, \\ -0,3 - 1,4(\lambda_c + 1,75), & -1,75 \leq \lambda_c < -1,25, \\ -1,0, & \lambda_c \geq -1,25, \end{cases}$$

$$\sigma^{soc}(\lambda_c) = \begin{cases} 0,2, & \lambda_c \leq -3,5, \\ 0,2 + 1,3333(\lambda_c + 3,5), & \lambda_c > -3,5. \end{cases}$$

Данные распределения относятся к фрагментам с малыми размерами.

Распределение относительной скорости фрагментов после столкновения принимается в следующей форме:

$$\rho(v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(v-\mu)^2}{2\sigma}\right\}, \quad \mu, \sigma = f(\chi),$$

$$\chi = \lg \left(\frac{A}{m} \right), \quad \nu = \lg \Delta v,$$

ρ = probability density,

μ = mean value,

σ = standard deviation,

A/m = fragment area-to-mass ratio, m^2/kg ,

Δv = additional velocity, m/s .

Для используемых здесь параметров рекомендованы следующие значения:

$$\mu = 0,9\chi + 2,90; \quad \sigma = 0,4.$$

На рис. 6.2 представлены пример определения количества фрагментов разного размера по модели (6.10) и сравнение этих данных с предыдущей моделью NASA 1998 г. Рассмотрены случаи катастрофического и не катастрофического столкновений. В первом случае суммарная масса фрагментов равна $M = Mt + Mp$, во втором случае — $M = Mp(V_{imp})^2$. В обоих случаях минимальный размер фрагментов принимался равным 1 мм. Цикл по размерам фрагментов продолжался до тех пор, пока суммарная их масса не сравнивалась с массой M . Видны отклонения результатов от гладкой зависимости, что объясняется применением случайного выбора при моделировании.

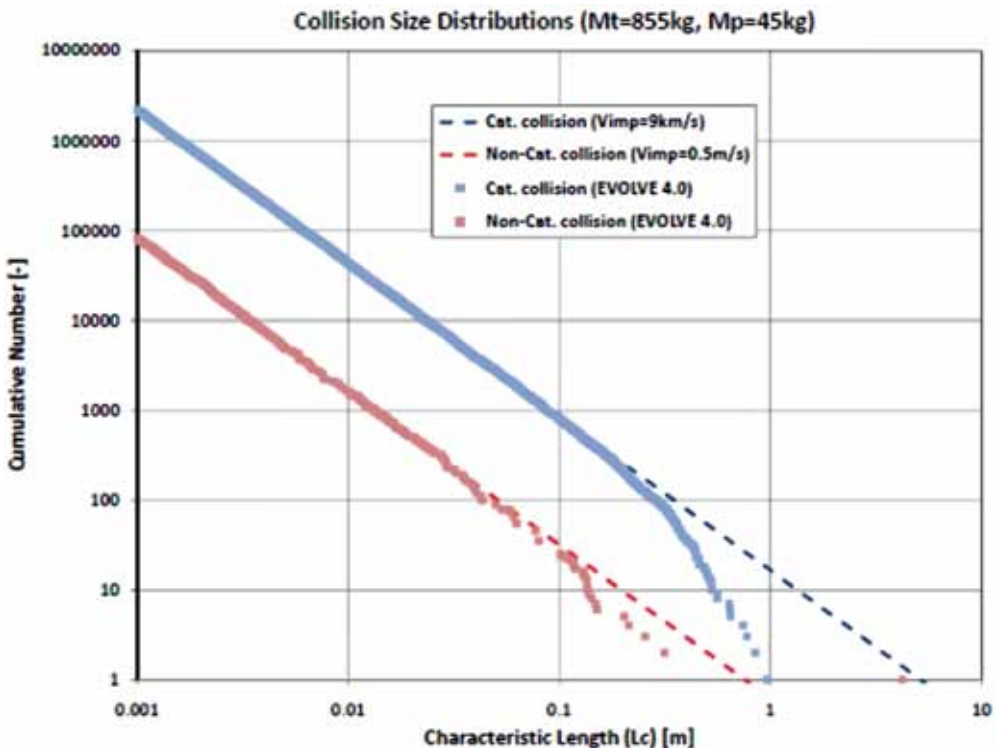


Рис. 6.2. Примеры результатов определения числа фрагментов по моделям NASA для катастрофического и не катастрофического столкновений

Комментарий

Формула (6.11) — модификация формулы (6.1). Она получена подстановкой в (6.1) некоторой функции $m=f(d)$. Параметры модели определены на основе аппроксимации экспериментальных данных, которые, однако, детально не описаны. Характерная особенность применения модели фрагментации (6.11) — ограничение минимального размера фрагментов (1 мм). Обоснование выбора именно такого минимального размера фрагментов отсутствует.

Другая особенность модели NASA — применение оценки выделившейся удельной энергии (6.12) для отнесения столкновения к тому или иному виду. При этом величина граничного значения удельной энергии (40 Дж/г) приведена без обоснования.

Покажем, что формула (6.12) является частным случаем более общей формулы, применимой для различных столкновений. Допустим, что столкновение не является упругим, т. е. в момент столкновения объекты «вминаются» друг в друга. Воспользуемся законом сохранения количества движения

$$M_p \bar{V}_p + M_t \bar{V}_t = M \bar{V}_M, \quad (6.13)$$

Откуда следует, что скорость суммарной массы в момент столкновения равна

$$\bar{V}_M = k_1 \bar{V}_p + k_2 \bar{V}_t, \quad (6.14)$$

где $k_1 = M_p/M$ и $k_2 = M_t/M$. Построим выражения для значений кинетической энергии до и после столкновения. Для угла между векторами \bar{V}_p и \bar{V}_t введём обозначение α .

$$E_0 = \frac{1}{2} (M_p V_p^2 + M_t V_t^2) = \frac{1}{2} M (k_1 V_p^2 + k_2 V_t^2), \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} E_{col} &= \frac{1}{2} M (\bar{V}_M \cdot \bar{V}_M) = \frac{1}{2} M \left[(k_1 \bar{V}_p + k_2 \bar{V}_t) \cdot (k_1 \bar{V}_p + k_2 \bar{V}_t) \right] = \\ &= \frac{1}{2} M (k_1^2 V_p^2 + k_2^2 V_t^2 + 2k_1 k_2 V_p V_t \cos \alpha) = \\ &= \frac{1}{2} M (k_1 V_p + k_2 V_t)^2 - \frac{1}{2} M 2k_1 k_2 V_p V_t (1 - |\cos \alpha|). \end{aligned} \quad (6.16)$$

Нетрудно заметить, что при равенстве скоростей $V_p = V_t = V$ первое слагаемое в (6.16) совпадает со значением кинетической энергии до столкновения (6.15). Второе слагаемое в (6.16) является отрицательным. Это означает, что после столкновения кинетическая энергия уменьшилась на эту величину, которая имеет смысл выделившейся при столкновении энергии (U). При упрощении выражения для энергии U удобно учесть обстоятельство, что относительная скорость сталкивающихся объектов равна

$$V_{imp} = 2V \sin(\alpha/2) = 2V \sqrt{1 - \cos \alpha}. \quad (6.17)$$

С учётом этого выражения формула для удельной энергии принимает компактный и красивый вид

$$u = \frac{U}{M} = \frac{1}{2} k_1 k_2 V_{imp}^2. \quad (6.18)$$

Очевидно, что в частном случае, когда $M_i(M_{sat}) \gg M_p$ выражение (6.18) совпадает с формулой (6.12). В этом случае выделившаяся энергия U равна

$$U = \frac{1}{2} m_1 V_{imp}^2, \quad (6.19)$$

т. е. кинетической энергии частицы меньшего размера (ударника).

Модель ЕКА MASTER [Flegel et al., 2011; Sdunnus, Klinkrad, 1993]. Данные об этой модели опубликованы в большом числе статей.

Для расчёта последствий столкновений крупных спутников с мелкими частицами космического мусора используется формула вида (6.1) при значениях параметров:

$$M_e = M_1 V^2 1 \left(s^2 / km^2 \right); \quad (6.20)$$

$$A = 0,439; B = -0,75.$$

В формуле (6.20) скорость имеет размерность $км \cdot с^{-1}$. При $V = 10,72 км \cdot с^{-1}$ эта формула даёт результат, совпадающий с рекомендациями статьи [Kessler, Cour-Palais, 1978]: $\Gamma = 115$. Данные о выборе минимальной массы фрагментов в статье не приводятся, но даются данные о скорости разлёта фрагментов. Эта скорость зависит от размеров частицы и кинетической энергии удара. При указанном значении коэффициента B максимальное значение массы фрагментов оказывается равным $1/3$ от массы M_e .

В последующих публикациях по модели MASTER приведены несколько иные соотношения для оценки последствий столкновения. Так, для случая не катастрофического столкновения (low intensity events) предложена зависимость

$$N(> m) = N_0 \exp \left(- \frac{bcm^a}{c + m^a} \right), \quad (6.21)$$

где N_0 — общее число образовавшихся фрагментов; $c = 4$; $a = 0,55$; $b = 3 \dots 7$ в зависимости от энергии столкновения. Параметр b определяется путём «подгонки» таким образом, чтобы он максимальным образом соответствовал числу образовавшихся при разрушении каталогизированных объектов разного размера.

Комментарий

Рассмотренная модификация методики приспособлена только к расчёту последствий столкновений, для которых значения параметров N_0 и b известны из каких-то других источников.

Для приращения скорости применяется следующая формула:

$$\log(\Delta V) = \begin{cases} 0,875 - 0,0676 \left(\log \frac{d}{d_m} \right)^2, & d > d_m, \\ 0,875, & d \leq d_m, \end{cases} \quad (6.22)$$

где

$$d_m = \frac{\sqrt[3]{E_p}}{c}, \quad E_p = \frac{1}{2} M_1 V_p^2. \quad (6.23)$$

Модель А. Б. Киселева [Киселев, 1996]. Хотя эта модель описывает последствия фрагментации в результате взрыва топливного бака, она содержит ряд полезных методических результатов, которые можно применить при моделировании последствий столкновений. В первую очередь это касается учёта энергии, которая тратится на разрушение спутника. Так как на образование мелких частиц требуется больше энергии, чем на крупные, то учёт энергии на разрушение приводит к ограничению минимального размера фрагментов. Другим полезным усовершенствованием представляется определение площади осколков (s), с учётом не только их массы (m) и удельного веса (ρ), но и коэффициента формы (k_f), который позволяет учесть многообразие возможных форм осколков:

$$s = \left(\frac{m}{\rho k_f} \right)^{2/3}. \quad (6.24)$$

Таким образом, существующие модели фрагментации спутников в результате взрывов и столкновений имеют существенные различия. Они постоянно модифицируются авторами с целью получения более достоверных оценок. В процессе анализа выявлен ряд некорректностей известных моделей. В частности, обнаружена ошибка в формуле для определения массы максимального фрагмента, отсутствует обоснование выбора минимального размера фрагментов, формула для определения выделившейся при столкновении энергии, по сути, частный случай более общей формулы, применимой для различных столкновений.

§ 6.2

Ограничение минимального размера фрагментов

В данном разделе рассмотрена возможность коррекции модели фрагментации КА при его столкновении с КМ. В основу положены данные статьи [Tsuruda et al., 2006], в которой изложены результаты двух наземных экспериментов по оценке фрагментации КА при его столкновении с более мелкими объектами.

Условия эксперимента. Рассмотрены столкновения с малой (*англ.* Low Velocity Impact, *сокр.* LVI) и большой (*англ.* High Velocity Impact, *сокр.* HVI) скоростью удара частицы по цели. В первом случае алюминиевый сферический ударник весом 40 г имел скорость 1,5 км/с. Во втором — ударник весом 4 г имел скорость 4,4 км/с. В обоих случаях удельная энергия столкновения была одной и той же ($u = 55$ Дж/г) и в этих условиях в результате столкновения образовалось по 1500 фрагментов. Эти фрагменты были взвешены, измерены и проанализированы с использованием стандартной модели фрагментации NASA [Johnson et al., 2001]. В табл. 6.1 приведены основные данные об эксперименте.

Цель в виде модели спутника имела размеры $150 \times 150 \times 150$ мм и вес 740 г (рис. 6.3). Внешние слои и боковые панели были выполнены из углеродного волокна, армированного пластиком — углепластика (*англ.* Carbon Fiber Reinforced Plastic, *сокр.* CFRP), внутренние три слоя — из углеродистого графи-

тового волокна (*англ.* Grass Fiber Reinforced Plastic, *сокр.* GFRP) и скреплены угловыми полосками и пластиковыми вставками. Толщина внешних слоёв — 2 мм, внутренних и боковых панелей — 1 мм.

Таблица 6.1. Данные об эксперименте

Тип столкновения	Масса цели, M_t , кг	Масса ударника, M_p , г	M_p/M_t , %	Скорость, км/с	Катастрофическое?
LVI	0,74	39,2	5,3	1,5	Да
HVI	0,74	4,0	0,54	4,4	Да

Таблица 6.2. Данные о фрагментах

	Эксперимент	
	LVI	HVI
<i>Число фрагментов</i>		
Всего	1500	1500
CFRP	773	780
прочие	727	720
<i>Масса, г</i>		
Всего	700,31	700,31
CFRP	313,22	304,38
прочие	387,09	400,94
%	89,9	94,8

При анализе использовалась модель NASA для оценки числа объектов разного размера (разной массы M_f) вида (6.1) при значениях параметров $A=0,78$, $B=-0,68$. Характерной особенностью этой и других аналогичных моделей (см. § 2.1) является монотонный рост числа фрагментов по мере уменьшения их размеров (массы).

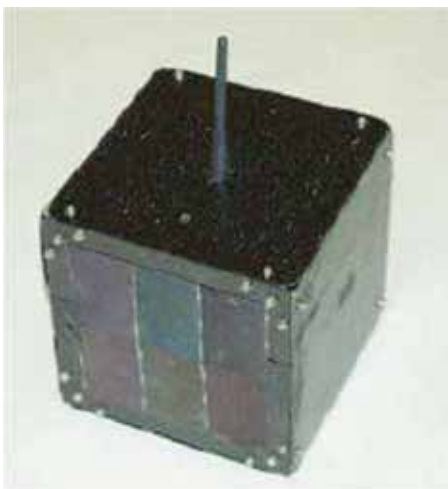


Рис. 6.3. Вид цели (модели спутника) до столкновения

На рис. 6.4 фотографии образовавшихся фрагментов (по 500 фрагментов для каждого из экспериментов). Видно, что при высокоскоростном ударе образовалось больше фрагментов линейной формы (см. правый нижний угол), чем при низкоскоростном ударе. В табл. 6.2 приведены данные об образовавшихся фрагментах.

Для обоих экспериментов на рис. 6.5 показано распределение фрагментов по размерам. Сплошная линия относится к оценке по аналитической модели фрагментации NASA.

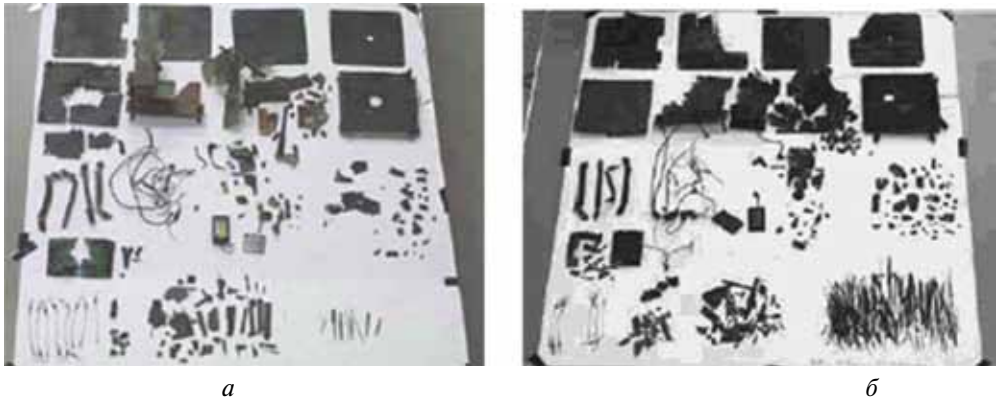


Рис. 6.4. Фрагменты, образовавшиеся при столкновении: *a* — LVI; *б* — HVI

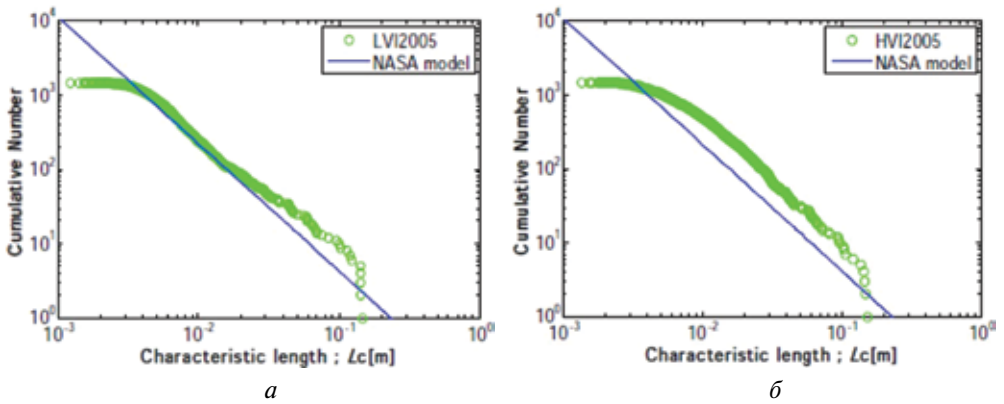


Рис. 6.5. Распределение фрагментов по размерам: *a* — LVI; *б* — HVI

Характерно, что число частиц размером менее 3 мм не увеличивается по мере уменьшения их размеров. Это вступает в противоречие с модельными данными. Для частиц размером более 3 мм согласие с результатами моделирования вполне приемлемо. При высокоскоростном столкновении (HVI) количество частиц малого размера несколько большее, чем при столкновении LVI.

Отмеченное расхождение между экспериментальными и расчётными данными имеет принципиальное значение для рассматриваемой проблемы моделирования последствий столкновений. Очевидно, что невозможно корректно оценивать по модели число фрагментов малых размеров (порядка нескольких миллиметров и меньше), поскольку в этом диапазоне размеров модель фрагментации даёт недостоверные результаты.

Причина расхождения между модельными и экспериментальными оценками числа фрагментов малых размеров кроется в том, что модель вида (6.1) является аппроксимационной. Она построена по экспериментальным данным, которые относились к ограниченному диапазону размеров. Такая модель не гарантирует возможность получения достоверных результатов в более широких условиях по сравнению с исходными экспериментами. Как показано в работах А. Б. Киселева [Киселев, 1996], модель фрагментации вида (6.1) не учитывает ограниченное количество энергии, которое выделяется при

столкновении. Очевидно, что необходимые затраты энергии на фрагментацию растут по мере уменьшения размеров фрагментов и увеличения их числа. Поэтому размер фрагментов не может бесконечно уменьшаться. Всегда существует некий минимальный размер (масса) образующихся фрагментов, который зависит от количества энергии, выделившейся при столкновении.

Для оценки энергии, которая выделяется при столкновении, применяется понятие удельной энергии (см. выше). Это количество выделившейся энергии, отнесённое к единице массы ($1 \text{ Дж/г} = 1 \text{ кДж/кг}$). При этом для вычисления удельной энергии фрагментации u используется формула (6.18).

При расчёте энергии, необходимой для образования фрагмента, имеющего площадь поверхности разрушения S_j , мы используем допущение, что эта энергия пропорциональна площади поверхности разрушения, т. е.

$$u_j = S_j g, \quad (6.25)$$

где g — некоторая константа, которая зависит от материала фрагмента.

Алгоритм расчёта на модели последствий столкновения, учитывающий оценку выделенной энергии (u), состоит из нескольких операций:

- вычисляются максимальная масса и размер фрагментов из условия $N_{cum}(m_{max}) = 1$;
- организуется цикл по возможным (дискретным) значениям размеров фрагментов (d_{j-1}), начиная с самого крупного;
- для каждого размера фрагментов в диапазоне (d_j, d_{j+1}) вычисляются значения средней площади поверхности разрушения S_j , объёма и величины массы m_j, m_{j+1} . При этом используются допущения о возможной форме фрагментов и их удельном весе, и, следовательно, возможен случайный выбор этих параметров (метод Монте-Карло);
- выполняется оценка (6.25);
- на основе модели вида (6.1) вычисляется число фрагментов N_j в рассматриваемом диапазоне размеров;
- рассчитывается энергия $S(u_j) = u_j N_j$, необходимая для образования всех фрагментов размером (d_j, d_{j+1});
- в цикле по уменьшающимся размерам фрагментов суммируются оценки $\sum u_j = \sum u_{j-1} + S(u_j)$;
- цикл завершается при выполнении условия $\sum u_j \geq u$.

Последний размер фрагментов d_j и есть наименьший, который возможен при данной величине выделившейся при столкновении энергии (u).

Приведённый алгоритм был применён для адаптивного определения параметра g , который используется в формуле (6.25) для расчёта затрат энергии на фрагментацию. В результате определялось значение параметра g , обеспечивающее согласие результатов моделирования с данными эксперимента, а именно общее число фрагментов ~ 1500 , а их минимальный размер ~ 2 мм. Использовалось допущение, что вся конструкция выполнена из алюминия. Результаты применения адаптивного уточнения параметра g ($\sim 3000 \text{ Дж/г}\cdot\text{м}^2$) показаны на рис. 6.6 и 6.7.

На рис. 6.6 и 6.7 левая граница размеров фрагментов (~ 2 мм), соответствует равенству выделившейся энергии (u) и затратам энергии на фрагментацию (красная кривая). Количество фрагментов размером более 2 мм в обоих случаях оказалось близким к 1500.

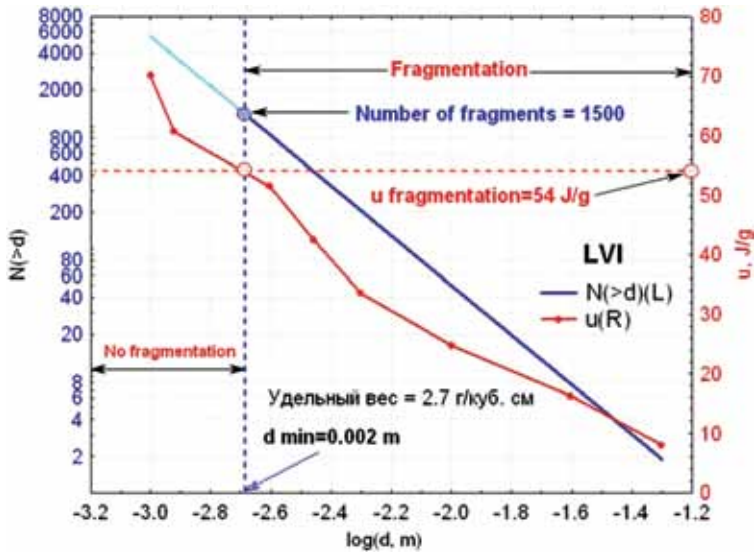


Рис. 6.6. Моделирование низкоскоростного столкновения (LVI)

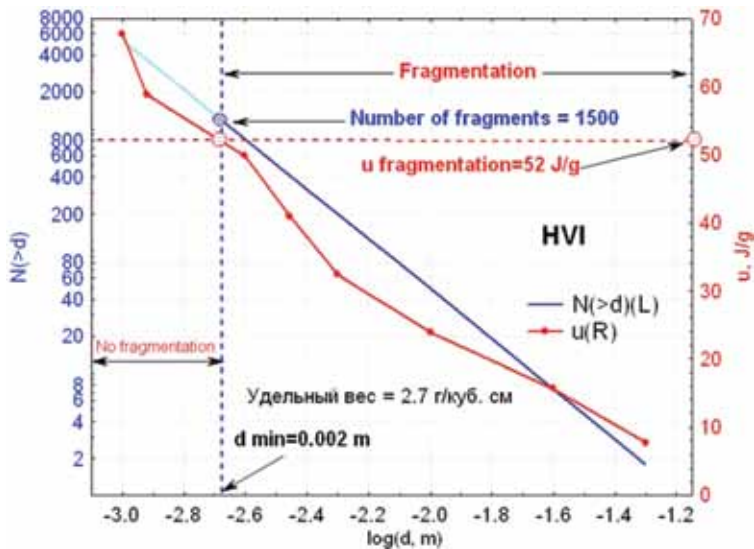


Рис. 6.7. Моделирование высокоскоростного столкновения (HVI)

Левее этой границы размеры фрагменты не образуются. Соответствующий участок кривой $N(>d) = f[\log(d)]$ окрашен в синий цвет. Это тот диапазон размеров, для которого по данным рис. 6.5 число фрагментов не увеличивается по мере уменьшения их размеров.

Таким образом, разработанный алгоритм учёта затрат энергии на фрагментацию обеспечивает приемлемое соответствие расчётных и экспериментальных данных о размерах, массе и количестве фрагментов.

При моделировании фрагментации важную роль играют не только данные о размере и количестве объектов, но и форме и удельном весе. В качестве

характеристики, которая отражает эти свойства фрагментов, широко применяется отношение площади сечения к массе (A/M , баллистический коэффициент). Эта характеристика оказывает существенное влияние на эволюцию параметров орбит фрагментов под действием торможения в атмосфере. Объекты с большим отношением A/M «долго не живут». Это обстоятельство представляется важным, поскольку приводит к «самоочищению» ОКП от мелких фрагментов КМ.

В связи с большим разнообразием форм полезно использовать статистический подход, выбирая случайным образом (метод Монте-Карло) ту или иную форму фрагментов. В нашей модели рассмотрено множество форм в виде цилиндра диаметром d_j и высотой h_j , которая выбирается случайным образом:

$$h_j = 0,2(1 + 4 \cdot \text{random})d_j. \quad (6.26)$$

Здесь случайная величина расположена в интервале значений (0, 1). В соответствии с таким выбором высота цилиндра находится в диапазоне значений $(0, 2d_j, d_j)$. Естественно, что такой подход к случайному выбору формы фрагментов не единственно возможный. Однако он достаточно прост и более реалистичен по сравнению с часто применяемым подходом, в котором все фрагменты принимаются сферическими. В соответствии с изложенным способом учёта разнообразных форм и удельных весов фрагментов было выполнено моделирование столкновения вида LVI при двух значениях удельных весов и при случайном выборе высоты фрагментов. Для каждого из значений этих характеристик вычислялось отношение площади к массе $A/M + 0,25d_j/m$. Все полученные значения отношения A/M показаны на рис. 6.8.

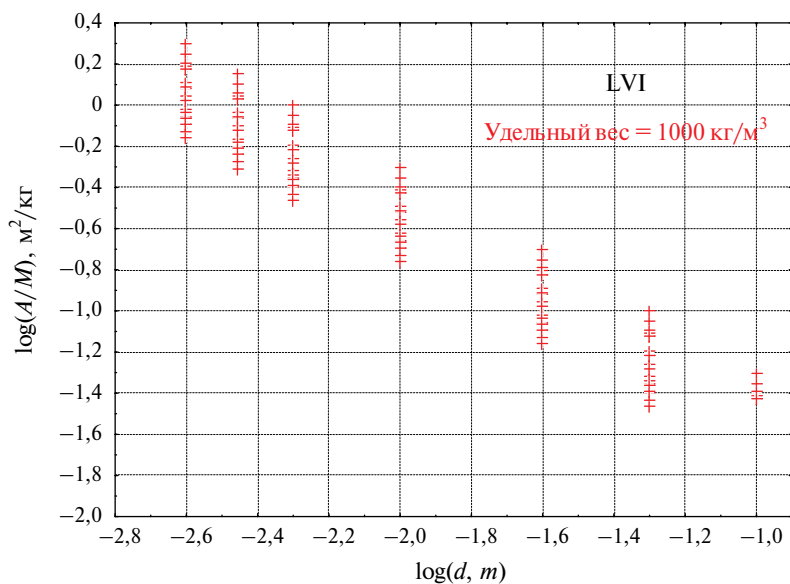
Данные рис. 6.8б достаточно хорошо согласуются с результатами эксперимента и моделью NASA. Этот результат относится к алюминиевым фрагментам и представляется наиболее распространённым. Оценка отношения A/M по данным рис. 6.8а (удельный вес 1000 кг/м^3) несколько больше результатов расчёта по варианту б, что согласуется с экспериментальными данными.

В заключение отметим, что представленные результаты моделирования отношения A/M достаточно хорошо согласуются с оценками возможных значений баллистического коэффициента, которые применяются в модели SDPA при моделировании эволюции КМ [Назаренко, 2000] (табл. 6.3).

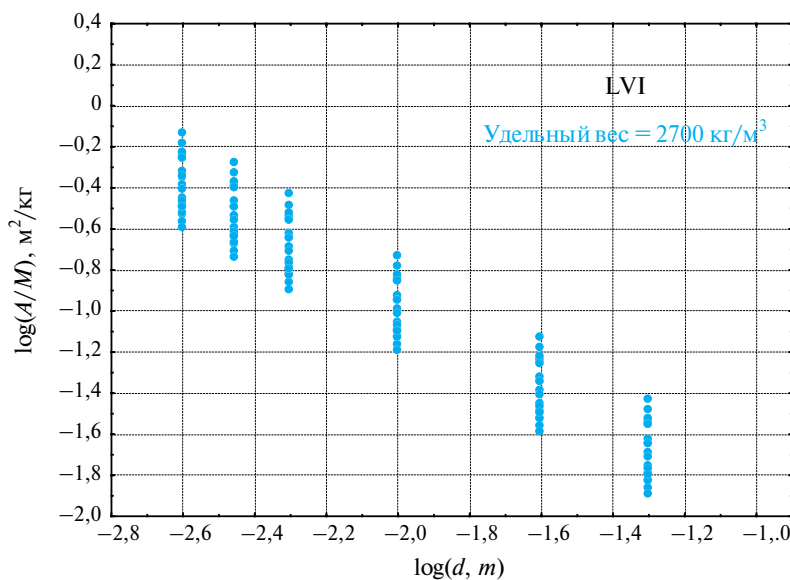
Таблица 6.3. Модель SDPA. Статистическое распределение баллистических коэффициентов фрагментов $p(S_b, d_j)$ в момент их образования

$S_b (A/M), \text{ м}^2/\text{кг}$	Левая граница размеров объектов d_j , см							
	0,1	0,25	0,5	1,0	2,5	5,0	10	20
1,5	0,14	0,14	0,091	0,077	0,066	0,060	0,056	0
0,5	0,43	0,43	0,272	0,230	0,200	0,176	0,157	0,05
0,15	0,43	0,35	0,364	0,308	0,267	0,235	0,210	0,15
0,05	0	0,08	0,272	0,308	0,267	0,235	0,210	0,40
0,015	0	0	0	0,077	0,202	0,235	0,210	0,35
0,005	0	0	0	0	0	0,059	0,157	0,05

Здесь сумма вероятностей в каждом из столбцов равна единице.



а



б

Рис. 6.8. Возможные значения отношения площади сечения (A) к массе фрагментов (M) при удельном весе: а — 1000 кг/м^3 ; б — 2700 кг/м^3

Литература

[Киселев, 1996] Киселев А. Б. Численное моделирование процессов деформирования и разрушения при взрывном нагружении: Препринт механико-мат. ф-та МГУ им. М. В. Ломоносова. М.: МГУ, 1996. № 6. 36 с.

- [Назаренко, 2000] *Назаренко А. И.* Проблема «Космического мусора» в околоземной среде. Раздел 8. Экологические проблемы и риски воздействий ракетно-космической техники на окружающую среду: Справочное пособие / Под ред. Адушкина В. В., Козлова С. И., Петрова А. В. М.: Изд-во «Анкил», 2000. С. 382–432.
- [Разработка..., 2012] Разработка методики, алгоритма и программы для учёта в модели SDPA последствий взаимных столкновений космических объектов (КО) разных размеров: Отчёт по НИР «Риск-ЦКН» НТЦ «КОСМОНИТ» ОАО «Российские космические системы», 2012 г.
- [Уточнение..., 2010] Уточнение параметров модели космического мусора SDPA и прогноз засорённости ОКП на период до 2025–2030 гг.: Отчёт по НИР «Риск-ЦКН» НТЦ «КОСМОНИТ» ОАО «Российские космические системы» 2010 г.
- [Bade et al., 1998] *Bade A. et al.* Breacup Model Update at NASA/JSC // 49th Intern. Astronautical Congress. 1998. IAA-98-IAA.6.3.02.
- [Flegel et al., 2011] *Flegel S. et al.* MASTER-2009 Model update // 29th IADC Meeting. Berlin, Germany. 2011
- [Johnson et al., 2001] *Johnson N. L., Krisko P. H., Liou J.-C. et al.* NASA's new breakup model of EVOLVE 4.0 // *Advances in Space Research (ASR)*. 2001. V. 28(9). P. 1377–1384.
- [Kessler, Cour-Palais, 1978] *Kessler D. J., Cour-Palais B. G.* Collision Frequency of Artificial Satellites: The Creation of Debris Belt. // *J. Geophysical Research*. 1978. V. 83. A6.
- [Krisko, 2011] *Krisko P.* Proper Implementation of the 1998 NASA Breakup Model // *Orbital Debris Quarterly News*. 2011. V. 15. Iss. 4.
- [Sdunnus, Klinkrad, 1993] *Sdunnus H., Klinkrad H.* An Introduction to the ESA Reference Model for Space Debris and Meteoroids // 1st European Conf. Space Debris. ESA SD-01. 1993.
- [Tsuruda et al., 2006] *Tsuruda Y., Hanada T. et al.* Comparison between New Satellite Impact Test. Results and NASA Standard Breakup Model. // 57th Intern. Astronautical Congress. 2–6 Oct. 2006, Valencia, Spain. IAC-06-B6.3.8.

Раздел 7 КОНЦЕНТРАЦИЯ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ. МЕТОДЫ ЕЁ РАСЧЁТА. ДАННЫЕ О КОНЦЕНТРАЦИИ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ РАЗНОГО РАЗМЕРА

§ 7.1

Общие данные (см. разд. 2)

Концентрация (ρ) — среднее число объектов (N) в единице объёма.

Точность расчёта концентрации — СКО($\delta\rho/\rho$) $\approx 1/\sqrt{N}$. Для достижения 5%-й точности должно быть $N > 400$. Обоснование алгоритмов расчёта концентрации приведены в работах [Назаренко, 1993; Kessler, 1981].

§ 7.2

Аналитическая методика расчёта концентрации

В модели ORDEM 2000 применяется «смесь» детерминированного и стохастического подходов. Каждый из объектов характеризуется тремя элементами орбиты: геоцентрическими расстояниями перигея и апогея (r_p и r_a), и наклоном i . Концентрация принимается независимой от долготы. «Вклад» объекта в концентрацию КМ в точке с геоцентрическими координатами (r, β) определяется по формуле

$$\rho(r, \beta) = \frac{1}{2\pi^3 r a \left[(\sin^2 i - \sin^2 \beta)(r - r_p)(r_a - r) \right]^{1/2}}, \quad (7.1)$$

где β — широта точки; $a = (r_p + r_a)/2$ — большая полуось орбиты. Затем результаты расчётов для различных точек ОКП суммируются (по объектам).

В модели SDPA сделан следующий шаг в направлении уменьшения роли детерминированного подхода: вместо элементов орбит каждого из объектов в качестве исходных данных рассматриваются статистические нормированные распределения трёх элементов орбиты: перигея, эксцентриситета и наклона (соответственно $p(h_p)$, $p(e)$, $p(i)$).

Всё ОКП разбивается на двумерные «ящики» по высоте h и широте φ с шагом соответственно Δh и $\Delta\varphi$. В таком «ящике» концентрация равна

$$\rho(h, \varphi) = \frac{\Delta N(h, h + \Delta h, \varphi, \varphi + \Delta\varphi)}{2\pi(R + h)^2 \cos \varphi \cdot \Delta h \Delta\varphi}. \quad (7.2)$$

Этап 1. Определяется количество объектов $\Delta N(h, h + \Delta h)$ в сферическом слое ($h, h + \Delta h$). По эллиптической теории движения спутников рассчитываются интервалы времени $\Delta t(h_p, e)$, в течение которых КО с элементами орбиты h_p, e находится в высотном диапазоне ($h, h + \Delta h$). Нормированная величина $\Delta\tau(h_p, e) = \Delta t(h_p, e)/T$, где T — период обращения, имеет смысл вероятности нахождения КО с элементами орбиты h_p, e в рассматриваемом сферическом слое. Тогда

$$\Delta N(h, h + \Delta h) = N_{\Sigma} \int_{h_p} \int_e \Delta \tau(h_p, e) \cdot p(h_p) p(e) dh_p de. \quad (7.3)$$

Этап 2. Рассматривается широтный слой ($\varphi, \varphi + \Delta\varphi$). В него попадают все КО, у которых $\sin i > \sin \varphi$. Для времени Δt , в течение которого КО пересекает рассматриваемый широтный слой (в общем случае два раза), выведена формула

$$\Delta t = \frac{T}{\pi} \Phi(h_p, e, h) \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}} \Delta \varphi, \quad (7.4)$$

где $\Phi(h_p, e, h) = \frac{(1-e)^2}{\sqrt{1-e^2}} \left(\frac{h+R}{h_p+R} \right)^2$.

Отношение $\Delta \tau(\varphi, \varphi + \Delta\varphi) = \Delta t / T$ имеет смысл условной вероятности попадания КО в рассматриваемый широтный слой при условии нахождения его в данном высотном слое ($h, h + \Delta h$). Вероятность ΔP попадания КО в область ($h, h + \Delta h, \varphi, \varphi + \Delta\varphi$) равна произведению вероятностей

$$\Delta P = \Delta \tau(\varphi, \varphi + \Delta\varphi) \Delta \tau(h_p, e).$$

Отсюда следует выражение

$$\Delta N(h, h + \Delta h, \varphi + \Delta\varphi) = N_{\Sigma} \int_i \int_{h_p} \int_e \Delta P p(h_p) p(e) p(i) dh_p de di. \quad (7.5)$$

Здесь интегралы по аргументам h_p и e берутся по всей области их возможных значений, а по наклонению i — только по области, где $\sin i > \sin \varphi$. Так как зависящие от наклонения множители подынтегрального выражения не содержат элементов h_p и e , то интеграл по i можно взять отдельно:

$$F(\varphi) = \int_i \frac{p(i) di}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}} \text{ при } \sin i \geq \sin \varphi. \quad (7.6)$$

В результате подстановки (7.5) в (7.2) получаем формулу

$$\rho(r, \beta) = \frac{N_{\Sigma} F(\beta)}{2\pi^2 r^2 \Delta h} \sum_{h_p} \sum_e \Delta \tau(h_p, e) \Phi(h_p, e, r) p(h_p) p(e) \Delta h_p \Delta e. \quad (7.7)$$

Приведём результаты сравнения высотно-широтных распределений концентрации каталогизированных КО — модельных и рассчитанных по каталогу за 2007 г. Они представлены на рис. 7.1 и 7.2. Видно хорошее согласие модельных и реальных распределений.

В табл. 7.1 представлены оценки максимальной концентрации КМ разного размера в 2007 и в 2009 гг. и сравнение с соответствующими данными 2003 г.

Из приведённых оценок видно, что максимальная концентрация КМ разного размера увеличилась в 2007 г. по сравнению с 2003 г. в 1,7...1,9 раз. Для 2009 г. соответствующее увеличение составило 2,3...2,6 раз, и стало следствием разрушения китайского спутника Fengun 1С в январе 2007 г.

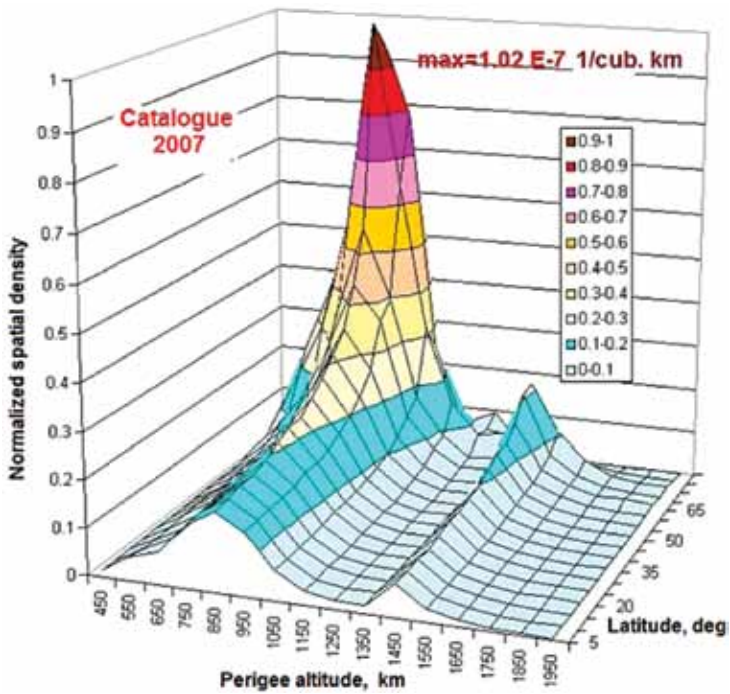


Рис. 7.1. Высотно-широтное распределение концентрации по данным каталога

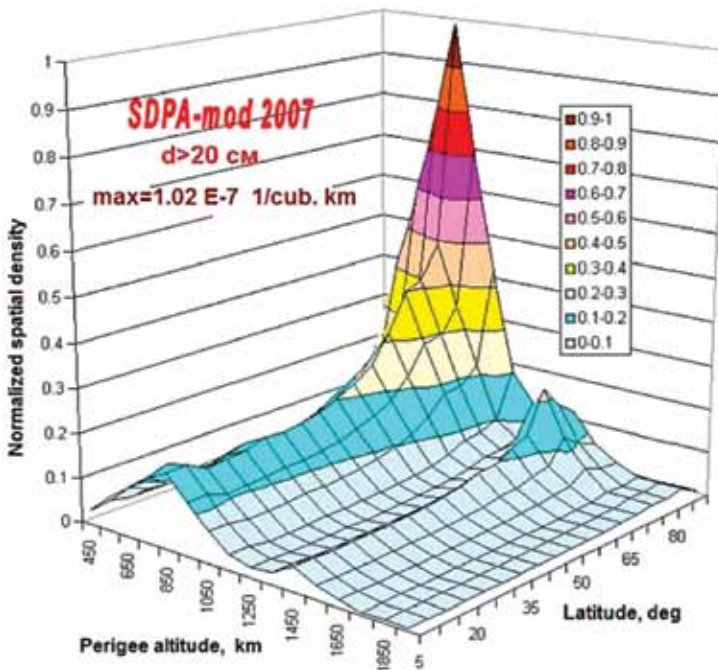


Рис. 7.2. Высотно-широтное распределение концентрации по данным модели SDPA-2007

Таблица 7.1. Оценки максимальной концентрации КМ, км⁻³

Год	Диапазон размеров, см							
	0,1...0,25	0,25...0,5	0,5...1,0	1,0...2,5	2,5...5,0	5,0...10	10...20	>20
2003	4.068E-4	3.312E-5	6.375E-6	1.035E-6	2.092E-7	7.140E-8	2.336E-8	5.454E-8
2007	7.117E-4	5.976E-5	1.156E-5	1.978E-6	4.032E-7	1.369E-7	4.488E-8	1.020E-7
2009	1.039E-3	8.775E-5	1.626E-5	2.731E-6	5.539E-7	1.851E-7	5.995E-8	1.264E-7

Комментарий

В процессе организации вычислений по формуле (7.7) в модели SDPA выполняется также вычисление статистических распределений величины радиальной и тангенциальной скоростей КМ разного размера на разных высотах. Пример построения статистического распределения тангенциальной составляющей скорости КМ размером 1,0...2,5 см представлен на рис. 7.3. Особенность такого распределения в том, что возможные значения скорости находятся в некотором диапазоне, который составляет 0,2...0,3 км/с. Это объясняется влиянием некруговых орбит, т.е. возможным разбросом их эксцентриситетов. Если бы все орбиты были круговыми, то на каждой высоте тангенциальная скорость принимала бы единственное значение.

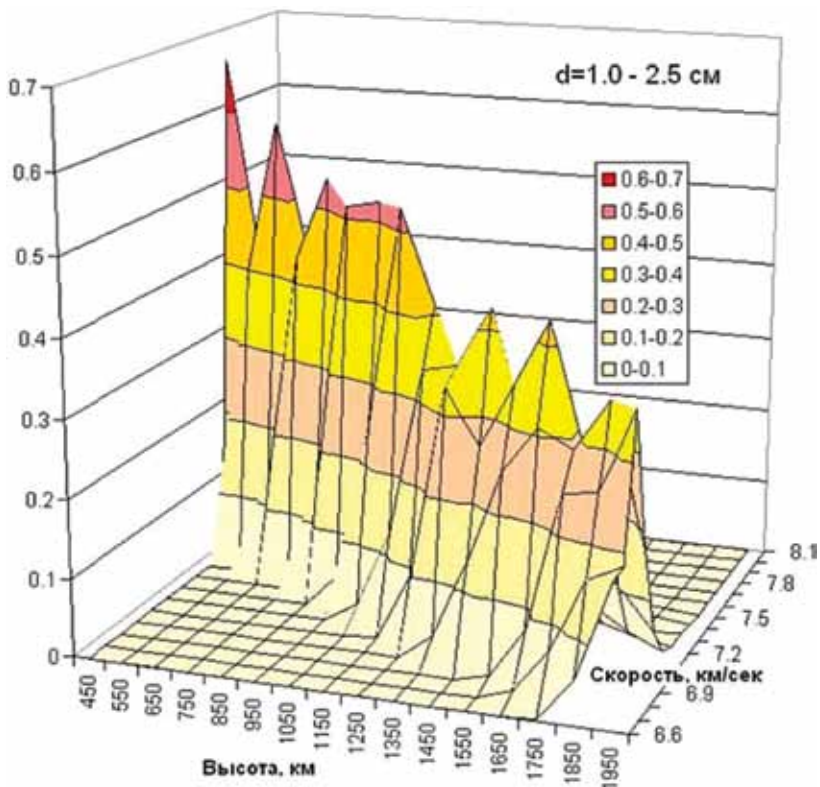


Рис. 7.3. Распределение тангенциальной составляющей скорости на разных высотах

Из изложенного следует, что применяемые методики расчёта концентрации различаются способами разбиения ОКП на ячейки (трёхмерные или двумерные) и степенью детализации учёта элементов орбит КМ. При одинаковых исходных данных для случая, когда концентрация не зависит от долготы, и в северном, и в южном полушариях она принимается равной, все рассмотренные методики будут приводить к практически одинаковым результатам. Различия относятся только к затратам машинного времени и памяти. Наиболее экономной представляется методика, применяемая в модели SDPA.

§ 7.3

Концентрация космических объектов в области геостационарных орбит [Nazarenko, Yurasov, 2003]

Our analysis is based on the TLE catalogue data for December 2002. These data contained 827 GEO objects. The motion forecasts were performed under initial conditions for every space object (SO). The average SOs number passing over boxes with different altitude (h), declination (d) and right ascension (α) was calculated. The number of forecasts for each SO was taken to be equal from 100 to 1000. The time intervals for forecasting were determined as random-number sequence with values from 0 to 1.0 day. Then the SO spatial density was calculated for different points in GEO.

Figures 4a and 4b show the spatial density distributions vs. altitude and declination, constructed for two versions of range and bin.

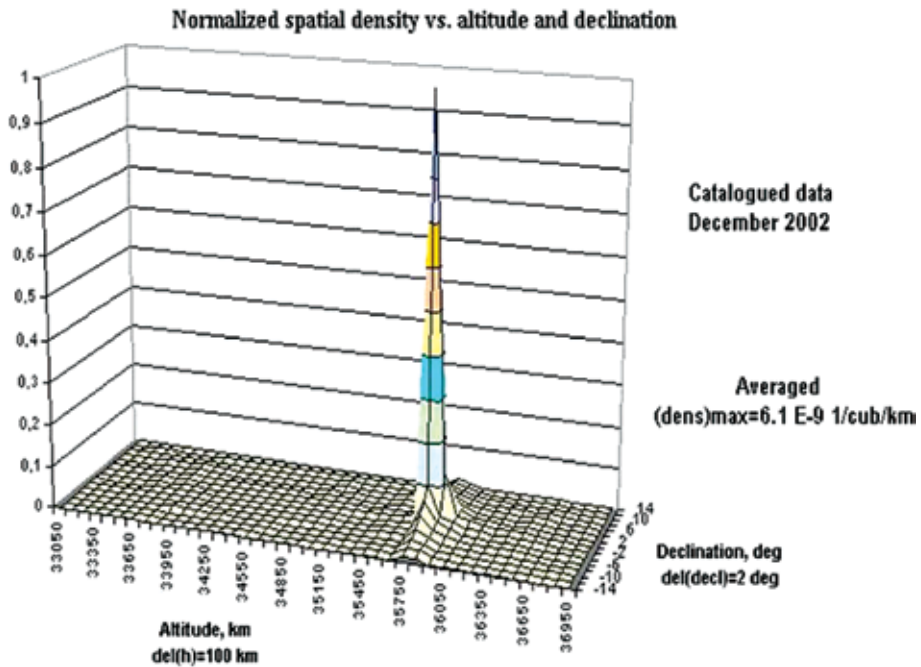
The maximum values of density equal $6.1\text{E-}9\text{ km}^{-3}$ and $2.1\text{E-}7\text{ km}^{-3}$ for large and small bins respectively. These estimates of spatial density differ as much as 35 times! So, it is necessary to apply smaller bins for the correct spatial density estimation in the GEO area of $h = 35\,800 \pm 100\text{ km}$ and $\delta = 0 \pm 0.1^\circ$. The other important result of this analysis consists in the fact that the spatial density maximum in GEO ($2.1\text{E-}7\text{ km}^{-3}$) occurred to be about 4 times greater than that in LEO ($5.4\text{E-}8\text{ km}^{-3}$).

The analysis has shown, that by using the offered large bins of arguments, the density values (with maximum of $6.1\text{E-}9$) for catalogued objects do not correctly describe the actual density values for the altitude range from 35 700 km to 35 800 km and for the declination range from -1° to $+1^\circ$. It is obvious from this data, that the density of catalogued objects varies 2 orders of magnitude in the altitude range from 35 700 to 35 900 km (with the step of 10 km) and in the declination range from -1° to $+1^\circ$ (with the bin of 0.1°). So, the application of large bins in this area does not allow to “see” the actual relation between the density and considered arguments.

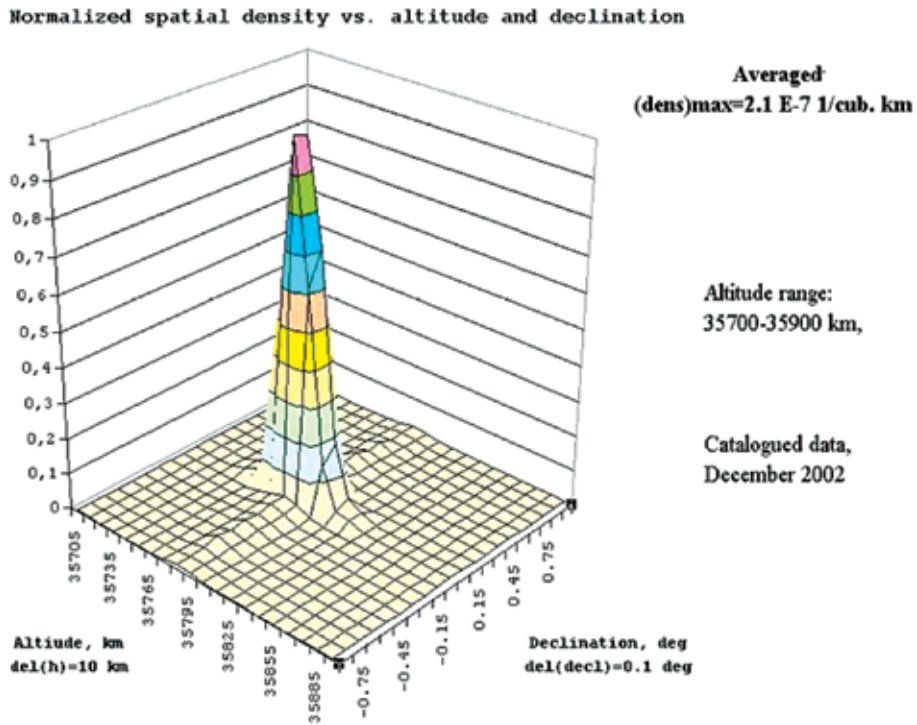
Distribution of catalogued objects over the right ascension (α)

The distribution of such type was constructed for two altitude shells:

35 700...35 800 km and 35 780...35 790 km. We assumed the large declination bin for the first case ($\delta = 2.0^\circ$), and the small one for the second case ($\delta = 0.1^\circ$). In both cases the right ascension bin was identical (10°). The main calculation results are presented in Figures 6a and 6b.



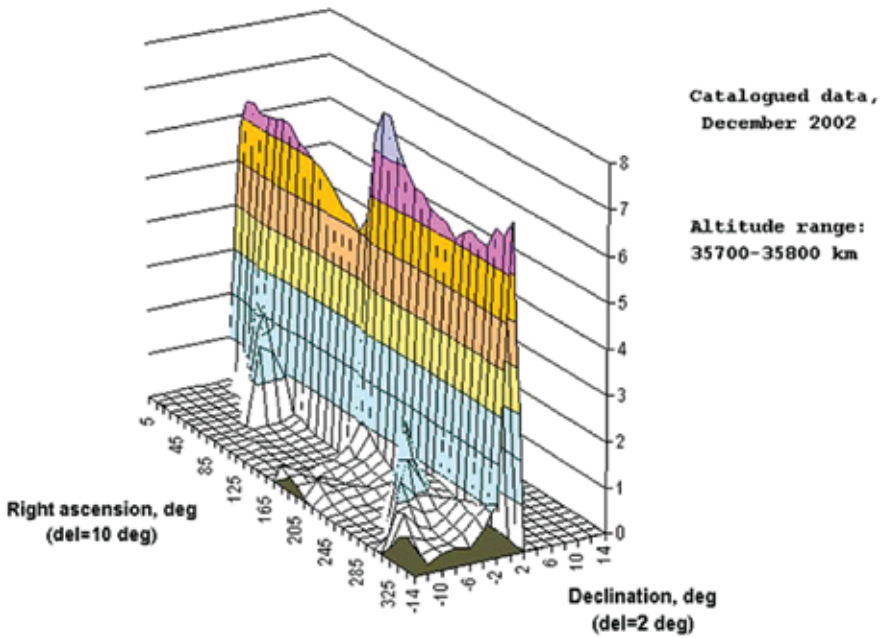
a



b

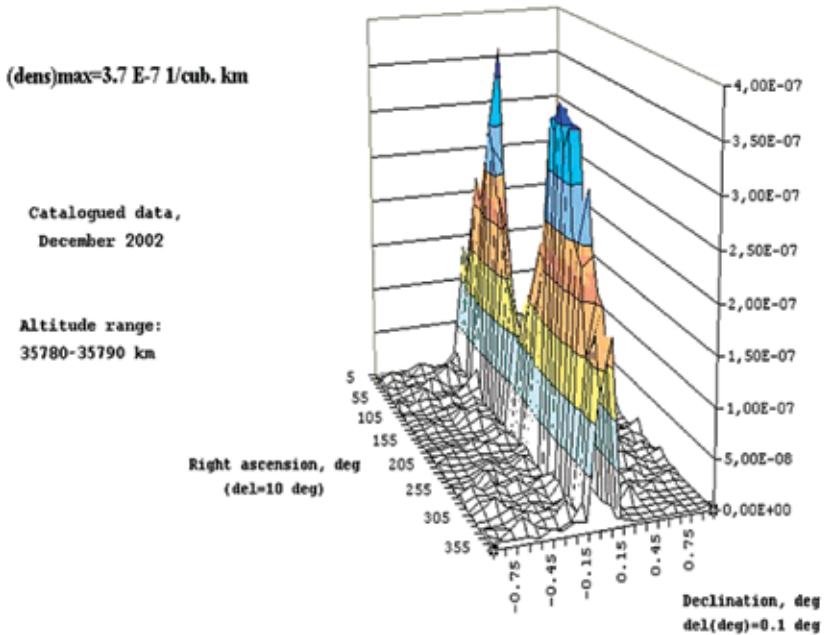
Figure 4. Density values vs. altitude and declination: *a* — $\text{del}(h)=100$ km, $\text{del}(\text{decl})=2^\circ$; *b* — $\text{del}(h)=10$ km, $\text{del}(\text{decl})=0,1^\circ$

Averaged SO number in different boxes



a

Spatial density (1/cub. km) vs. Right ascension and Declination



b

Figure 6. Influence of right ascension: *a* — altitude range 35 700...35 800 km, $\text{del}(\text{decl})=2^\circ$; *b* — altitude range 35 780...35 790 km, $\text{del}(\text{decl})=0.1^\circ$

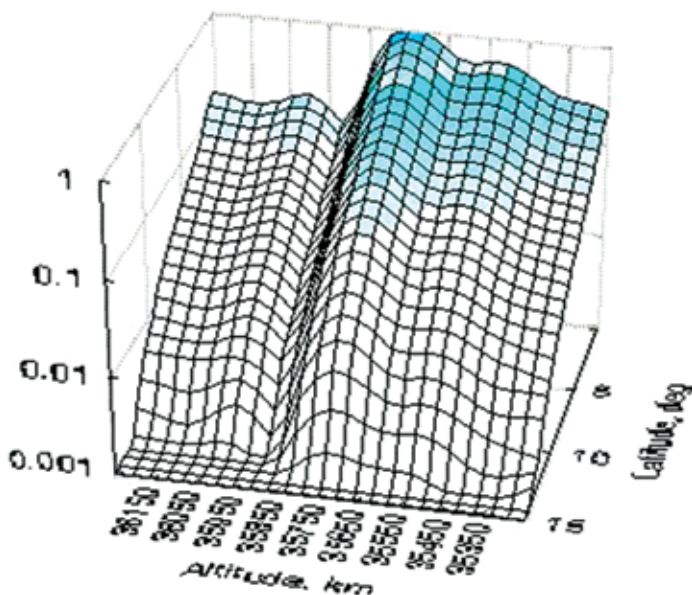


Рис. 7.4. Высотно-широтное распределение концентрации КО размером 0,1...0,22 см

Данные о более мелких объектах в области GEO

Высотно-широтное распределение концентрации КО размером 0,1...0,22 см в диапазоне высот 35 300...36 200 км представлено на рис. 7.4. Максимум концентрации — $1.69E-5 \text{ км}^{-3}$. Видно, что при изменении высоты на ± 400 км концентрация КО в районе экватора меняется в 5–8 раз, т. е. намного меньше, чем у каталогизированных КО. Эта закономерность — следствие распределения объектов в более широком высотном диапазоне и характерна для всех мелких фрагментов (табл. 7.2).

Таблица 7.2. Максимальные значения концентрации (ρ) КО разного размера (d_j, d_{j+1})

d_j, d_{j+1} , см	От 0,1 до 0,22	От 0,22 до 0,46	От 0,46 до 1,0	От 1,0 до 2,2	От 2,2 до 4,6	От 4,6 до 10	От 10 до 20	От 20 до 75
$\rho, \text{ км}^{-3}$	1.69E-5	1.50E-6	2.44E-7	4.15E-8	1.01E-8	4.00E-9	1.96E-9	1.36E-9

§ 7.4

Программа для расчёта высотно-широтного распределения концентрации космических объектов

Исходные данные для области низких орбит (2010):

Распределение числа КО разного размера по высоте перигея

450	14020043	1059766	185572	28266	5934	2053	674	762
550	18394696	1407521	254228	40926	8671	2959	970	1357
650	24947499	1918823	345058	53378	10520	3387	1068	1799

750	42400676	3176719	545262	79441	14944	4582	1405	2845
850	35395578	2587160	422456	61642	11373	3446	1044	2338
950	17873535	1311263	213116	31014	5854	1791	534	1269
1050	8248683	623733	101815	14884	2839	892	257	539
1150	3562410	276362	46383	7116	1460	472	153	170
1250	3613885	287581	47958	7412	1497	484	161	160
1350	6413645	514745	78513	11989	2325	751	239	387
1450	15428324	1120495	172462	24825	4645	1463	444	1232
1550	1741427	125636	20386	2992	559	176	55	138
1650	696830	50953	8103	1190	227	72	23	51
1750	269506	20622	3422	490	98	32	10	20
1850	457081	34017	5335	776	146	46	14	37
1950	180873	13493	2128	305	56	20	6	16
sum	193644689	14528889	2452198	366646	71151	22627	7057	13119

Распределение эксцентриситета КО разного размера

0.0010	0.0368	0.0442	0.0512	0.0645	0.0735	0.0882	0.1007	0.1789
0.0035	0.0606	0.0751	0.0862	0.1086	0.1239	0.1536	0.1814	0.1960
0.0075	0.0761	0.0903	0.1031	0.1299	0.1479	0.1754	0.1953	0.1907
0.0150	0.1118	0.1329	0.1488	0.1799	0.2044	0.2293	0.2543	0.2222
0.0400	0.2611	0.3039	0.3407	0.3502	0.3351	0.2959	0.2356	0.0850
0.0800	0.1772	0.1611	0.1255	0.1017	0.0804	0.0450	0.0299	0.0542
0.2000	0.2389	0.1779	0.1397	0.0648	0.0348	0.0125	0.0028	0.0114
0.4000	0.0375	0.0146	0.0048	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.0616

Распределение наклонения ($\rho_{i,2010}.dat$) показано на рис. 7.5.

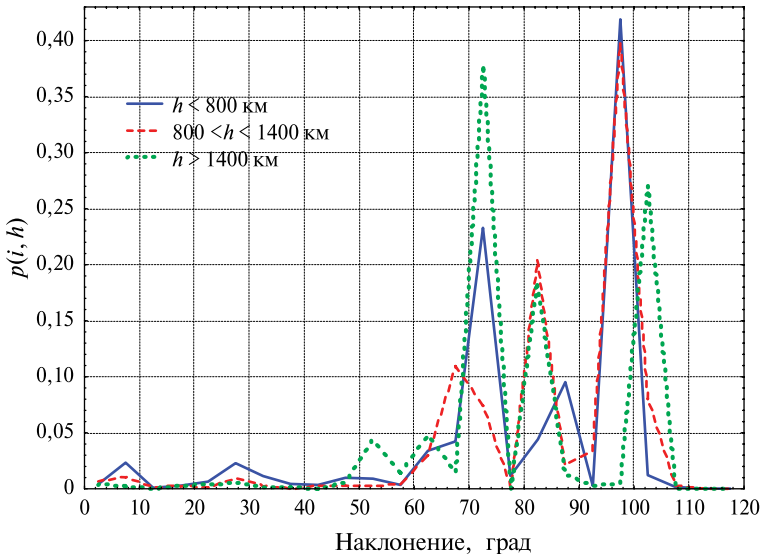


Рис. 7.5. Распределение наклонения ($\rho_{i,2010}.dat$)

Текст программы

```

program plotn_10;                                { 14.01.2010. For lecture 7 }
uses dos,crt;
const  nd=8;
        nh=16;
        dh=100;
        hmin=400;
        nb=18;   {Число разбиений по широте с шагом 5 гр}
        ne=8;
        ni=36;   {Число разбиений по наклонению с шагом 5 гр }
        nV=20;   {      Число разбиений по скорости      }
        Vtmin=6.5;
        nk=10;   {число реализаций}
        dV=0.1;  { Шаг по тангенциальной скорости, км в сек }
        dVr=0.04; { Шаг по радиальной скорости, км в сек }
        Re=6378;
        corm=631.348;
        cq=31.536;

type  . . . . . ;
        . . . . . ;

var  . . . . . ;
        . . . . . ;

function Man(cosv,e1:real); real;   { Расчет средней аномалии }
        . . . . . ;
        . . . . . ;
        {-----}
BEGIN                                { !! Начало }
jd1:=1;
jd2:=8;
assign(f1,'phd_2010.dat'); reset(f1); { Открытие файлов }
        . . . . . ;
        . . . . . ;

for jd:=1 to nd do Sd[jd]:=0;
for j:=1 to nh do begin                { Чтение файлов исходных данных }

    readln(f1,phd[j,1],phd[j,2],phd[j,3],phd[j,4],phd[j,5],
           phd[j,6],phd[j,7],phd[j,8]);

    hj1[j]:=hmin+dh*(j-0.5);
        . . . . . ;
        . . . . . ;

{-----}
{1} FOR jd:=jd1 to jd2 do BEGIN      { Цикл №1 по размерам jd }
    for j:=1 to nh do ph[j]:=phd[j,jd];
    for j:=1 to ne do pe[j]:=ped[j,jd];
    writeln(\ jd= \,jd:2);
        . . . . . ;
        . . . . . ;

{-----}
    { Построение функции наклонения  $F(\varphi)=fb[ j ]$  }
{2} for jh:=1 to 3 do begin          { Цикл №2 по диапазонам высот jh }
    if jh=1 then for j:=1 to ni do pi0[j]:=pi1[j];
    if jh=2 then for j:=1 to ni do pi0[j]:=pi2[j];
    if jh=3 then for j:=1 to ni do pi0[j]:=pi3[j];
        . . . . . ;

{2.1} for l:=1 to nb do begin        { Цикл № 2.1 по широте nb }
    xh:=db*(l-1);
    S:=0;cosb:=cos(xh);
{2.2} for j1:=1 to nb do begin      { Цикл № 2.2 по наклонениям }

```



```

else begin {***}
  t:=5;
  cosv1:=(xh-h1-Re)/(e1*(h1+Re));
  M1:=Man(cosv1,e1);
  cosv2:=(xh-h2-Re)/(e1*(h2+Re));
  M2:=Man(cosv2,e1);
end; {***}
if t=1 then dt[j1,l,j]:=0; { Значения dt[hp,e,hj] }
if t=2 then dt[j1,l,j]:=1;
if t=3 then dt[j1,l,j]:=(pi-M1)/pi;
if t=4 then dt[j1,l,j]:=M2/pi;
if t=5 then dt[j1,l,j]:=(M2-M1)/pi;
{3.3} FOR k:=1 to nk do begin {Расчет Vt,Vr, Применение случайного выбора}
  Vt:=corm*corp/(h1+100*random+Re);
  jt:=trunc((Vt-Vtmin)/dV)+1;
  if jt<1 then jt:=1;
  if jt>nV then jt:=nV;
xh:=dt[j1,l,j]*ph[j1]*pe[l]/nk; {*** xh ***}
pVt[jt,j]:=pVt[jt,j]+xh; { Распределение pVt[Vt,hj] }
. . . . . ;
. . . . . ;
  pVr[jt,j]:=pVr[jt,j]+xh; { Распределение pVr[Vr,hj] }
  end; { конец цикла 3.3, Vt,Vr }
  end; { конец цикла 3.2, e }
  end; { конец цикла 3.1, hp }
  end; { конец цикла 3, hj }
{*****}
for jh:=1 to nh do SFh[jh]:=0; { 21.01.03}
SF:=0;
{4} for jh:=1 to 3 do begin { Цикл по 3-м диапазонам высот }
  if jh=1 then begin jmin:=1; jmax:=4; end;
  if jh=2 then begin jmin:=5; jmax:=9; end;
  if jh=3 then begin jmin:=10; jmax:=nh; end;
for j:=1 to nh do pph[j]:=0;
{4.1}for j:=1 to nh do begin { Цикл по высоте hj } h1:
=hmin+100*(j-0.5);
S:=0; Sh:=0;
{4.2} for j1:=jmin to jmax do begin { цикл по высоте перигея hp }
  hp:=hmin+100{50}*(j1-0.5);
{4.3} for l:=1 to ne do
if dt[j1,l,j]>0 then begin { цикл по значениям эксцентриситета e }
  S:=S+dt[j1,l,j]*ph[j1]*pe[l];
  xh:=1-e[l]*e[l];
  fhe:=sqr((h1+Re)*(1-e[l])/(hp+Re))/sqrt(xh);
  Sh:=Sh+dt[j1,l,j]*fhe*ph[j1]*pe[l];{ Распределение по высоте }
  end; { Конец цикла 4.3 }
  end; { Конец цикла 4.2 }

dn[j]:=S;
Fh[j]:=Sh;
SS:=SS+S;
SS0:=SS0+ph[j1];
  end; { Конец цикла 4.1 }
{4.4}for j:=1 to nh do begin {hj} { Цикл по высоте hj, учет широты }
  hj:=hmin+50+100*(j-1);
{4.4.1} for l:=1 to nb do begin { Цикл по широте nb }
if jh=1 then qhb[j,l]:=Fb1[l]*Fh[j];
if jh=2 then qhb[j,l]:=Fb2[l]*Fh[j];
if jh=3 then qhb[j,l]:=Fb3[l]*Fh[j];
phb1[j,l]:=qhb[j,l]/(2*pi*cos(db*(l-1))*sqr(Re+hj)*db)/100; {phb1[hj,b]}
  end; { Конец цикла 4.4.1 }
. . . . . ;
. . . . . ;
  end; { Конец цикла 4.4 }

```

```

S:=0;

for l:=1 to nb do begin
  for k:=1 to nh do begin
    phb[k,l]:=phb[k,l]+phb1[k,l];      { Высотно-широтное распределение }
    if phb[k,l]>S then S:=phb[k,l];    { Максимум }
    end;
  end;
for j:=1 to nh do begin
  for l:=1 to nb do begin
    cosb:=cos(pi*(1-0.5)/2/nb);
    pph[j]:=pph[j]+phb1[j,l]*cosb*pi/nb/2; { Усреднение по широте }
    end;
  end;
for j:=1 to nh do begin
  if jh=1 then pph1[j]:=pph[j];
  if jh=2 then pph2[j]:=pph[j];
  if jh=3 then pph3[j]:=pph[j];
  end;
end;                                { Конец цикла 4 }
{*****}
{ Начало вывода результатов в файлы }
. . . . . ;
. . . . . ;
{ Конец вывода результатов в файлы }
END; { Конец цикла № 1 по размерам }
{ Начало вывода результатов в файлы }
{*****}
. . . . . ;
. . . . . ;
{ Конец вывода результатов в файлы }
END. { !!! Конец }

```

Результаты расчётов

Файл plotnhd.d10. Распределение концентрации по высоте и широте
 Нормированная концентрация для 1-го диапазона размеров (1,0...2,5 мм)

450	0.043	0.048	0.036	0.037	0.039	0.042	0.040	0.040	0.043	0.047	0.052	0.058	0.071	0.084	0.125	0.088	0.195	0.052
550	0.078	0.086	0.065	0.067	0.070	0.076	0.072	0.073	0.077	0.086	0.093	0.104	0.129	0.152	0.227	0.159	0.352	0.094
650	0.116	0.128	0.097	0.100	0.105	0.114	0.107	0.109	0.115	0.127	0.139	0.155	0.192	0.227	0.337	0.237	0.524	0.140
750	0.182	0.201	0.152	0.157	0.165	0.178	0.169	0.171	0.181	0.200	0.218	0.243	0.301	0.356	0.530	0.372	0.823	0.219
850	0.194	0.203	0.165	0.169	0.175	0.188	0.183	0.189	0.201	0.220	0.242	0.274	0.339	0.418	0.524	0.479	1.000	0.191
950	0.166	0.172	0.141	0.145	0.150	0.161	0.157	0.163	0.174	0.190	0.209	0.237	0.294	0.366	0.440	0.427	0.880	0.154
1050	0.127	0.131	0.108	0.111	0.114	0.123	0.120	0.125	0.133	0.146	0.161	0.182	0.225	0.282	0.334	0.331	0.679	0.116
1150	0.097	0.101	0.083	0.085	0.088	0.094	0.092	0.095	0.101	0.111	0.122	0.138	0.171	0.212	0.260	0.246	0.509	0.093
1250	0.086	0.090	0.073	0.075	0.078	0.083	0.081	0.084	0.089	0.098	0.108	0.122	0.151	0.186	0.231	0.215	0.446	0.083
1350	0.084	0.086	0.073	0.075	0.077	0.082	0.081	0.084	0.090	0.099	0.110	0.122	0.151	0.184	0.244	0.218	0.398	0.071
1450	0.089	0.088	0.080	0.082	0.084	0.089	0.089	0.094	0.101	0.111	0.128	0.138	0.170	0.204	0.290	0.254	0.364	0.053
1550	0.064	0.064	0.057	0.059	0.061	0.064	0.064	0.067	0.072	0.079	0.091	0.098	0.121	0.144	0.210	0.177	0.255	0.041
1650	0.049	0.050	0.043	0.045	0.046	0.049	0.048	0.050	0.054	0.060	0.068	0.074	0.091	0.108	0.158	0.130	0.200	0.036
1750	0.038	0.040	0.033	0.034	0.036	0.038	0.037	0.039	0.041	0.046	0.052	0.056	0.070	0.083	0.119	0.098	0.166	0.032
1850	0.037	0.039	0.033	0.034	0.035	0.037	0.036	0.038	0.040	0.044	0.050	0.055	0.068	0.081	0.116	0.095	0.161	0.031
1950	0.038	0.039	0.033	0.034	0.036	0.038	0.037	0.039	0.041	0.046	0.052	0.056	0.069	0.083	0.121	0.098	0.158	0.030

Spatial density maximum equal 1.080E-0003 km⁻³

Здесь данные столбцов относятся к 18 значениям широты в интервале 0...90° с шагом 5°.

Нормированная концентрация для следующих семи диапазонов размеров (2,5...5,0 мм, 5...10 мм, 1...2,5 см, 2,5...5 см, 5...10 см, 10...20 см и >20 см).

.....; ;
; ;

Файл pVr.d10. Статистическое распределение модуля радиальной скорости $p(V_r, h)$ для 1-го диапазона размеров.

450	0.559	0.222	0.097	0.025	0.045	0.032	0.015	0.000	0.006	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
550	0.448	0.233	0.116	0.024	0.026	0.050	0.029	0.015	0.015	0.014	0.009	0.003	0.003	0.005	0.002	0.007	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
650	0.439	0.153	0.145	0.023	0.035	0.021	0.073	0.038	0.016	0.003	0.008	0.007	0.012	0.006	0.002	0.004	0.002	0.003	0.003	0.002	0.004
750	0.444	0.152	0.120	0.048	0.028	0.044	0.037	0.058	0.011	0.002	0.008	0.006	0.011	0.011	0.002	0.002	0.003	0.003	0.000	0.009	0.009
850	0.338	0.153	0.146	0.034	0.054	0.037	0.064	0.085	0.000	0.010	0.012	0.010	0.015	0.011	0.009	0.001	0.000	0.003	0.003	0.015	0.015
950	0.199	0.150	0.173	0.035	0.044	0.047	0.101	0.113	0.004	0.005	0.016	0.019	0.018	0.014	0.019	0.003	0.014	0.002	0.002	0.024	0.024
1050	0.152	0.132	0.121	0.023	0.057	0.050	0.132	0.125	0.010	0.008	0.016	0.021	0.029	0.016	0.037	0.004	0.002	0.011	0.003	0.052	0.052
1150	0.112	0.078	0.097	0.035	0.069	0.022	0.180	0.141	0.006	0.005	0.007	0.013	0.028	0.042	0.069	0.003	0.003	0.006	0.002	0.083	0.083
1250	0.105	0.086	0.092	0.048	0.083	0.047	0.148	0.102	0.001	0.005	0.006	0.005	0.020	0.056	0.089	0.001	0.002	0.002	0.002	0.098	0.098
1350	0.138	0.146	0.098	0.054	0.069	0.078	0.106	0.027	0.002	0.002	0.003	0.012	0.023	0.041	0.101	0.000	0.001	0.001	0.001	0.098	0.098
1450	0.259	0.119	0.099	0.113	0.036	0.065	0.034	0.017	0.005	0.011	0.012	0.010	0.023	0.043	0.068	0.000	0.001	0.001	0.001	0.083	0.083
1550	0.125	0.088	0.144	0.052	0.069	0.047	0.064	0.035	0.016	0.014	0.021	0.029	0.034	0.090	0.051	0.003	0.001	0.003	0.000	0.113	0.113
1650	0.125	0.089	0.084	0.008	0.029	0.021	0.111	0.040	0.032	0.036	0.043	0.030	0.078	0.068	0.037	0.002	0.013	0.005	0.002	0.147	0.147
1750	0.065	0.058	0.042	0.039	0.003	0.027	0.141	0.048	0.029	0.033	0.060	0.103	0.066	0.067	0.008	0.001	0.001	0.005	0.008	0.196	0.196
1850	0.057	0.048	0.070	0.029	0.028	0.040	0.148	0.076	0.061	0.016	0.039	0.077	0.044	0.057	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.207	0.207
1950	0.029	0.004	0.067	0.102	0.117	0.118	0.121	0.012	0.070	0.035	0.023	0.029	0.016	0.056	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.199	0.199

Данные 20 столбцов относятся к радиальной скорости в интервале значений 0...0,8 км/с с шагом 0,04 км/с. В каждой строке сумма значений вероятностей равна единице.

Файл pVt.d10. Статистическое распределение тангенциальной скорости $p(V_t, h)$ для всех диапазонов размеров
 а) $jd=1$

450	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.024	0.529	0.245	0.056	0.084	0.000	0.000	0.000	0.052	0.010	0.010
550	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.300	0.421	0.137	0.043	0.029	0.000	0.007	0.038	0.019	0.005	0.005
650	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.157	0.436	0.230	0.058	0.048	0.000	0.004	0.018	0.044	0.000	0.005	0.005
750	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.009	0.403	0.280	0.163	0.055	0.016	0.002	0.015	0.044	0.007	0.000	0.005	0.005
850	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.097	0.560	0.179	0.057	0.028	0.001	0.011	0.034	0.027	0.000	0.000	0.005	0.005
950	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.091	0.437	0.244	0.095	0.044	0.004	0.015	0.025	0.034	0.005	0.000	0.000	0.006	0.006
1050	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.058	0.288	0.353	0.131	0.059	0.014	0.018	0.034	0.032	0.005	0.000	0.000	0.001	0.005	0.005
1150	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.007	0.208	0.390	0.200	0.064	0.022	0.017	0.036	0.035	0.012	0.002	0.000	0.001	0.002	0.004	0.004
1250	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.147	0.344	0.293	0.072	0.022	0.032	0.042	0.026	0.011	0.004	0.000	0.001	0.002	0.003	0.001	0.001
1350	0.000	0.000	0.000	0.000	0.075	0.316	0.286	0.153	0.039	0.034	0.038	0.029	0.009	0.010	0.003	0.001	0.003	0.001	0.001	0.001	0.001
1450	0.000	0.000	0.000	0.004	0.188	0.195	0.333	0.103	0.056	0.057	0.020	0.006	0.019	0.011	0.001	0.002	0.002	0.000	0.001	0.001	0.001
1550	0.000	0.000	0.000	0.055	0.245	0.305	0.171	0.068	0.079	0.025	0.008	0.020	0.015	0.001	0.003	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
1650	0.000	0.000	0.065	0.176	0.250	0.210	0.110	0.083	0.051	0.009	0.015	0.019	0.004	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
1750	0.000	0.043	0.205	0.193	0.198	0.120	0.106	0.064	0.019	0.016	0.020	0.006	0.004	0.003	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
1850	0.000	0.137	0.239	0.246	0.122	0.117	0.071	0.019	0.011	0.024	0.004	0.005	0.003	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1950	0.000	0.348	0.145	0.254	0.108	0.075	0.022	0.007	0.024	0.004	0.006	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Данные 20 столбцов относятся к скорости в интервале значений 6,5...8,5 км/с с шагом 0,1 км/с. В каждой строке сумма значений вероятностей равна единице.

b) $jd=2$

.....;

Заключение

Изложенная методика построения высотно-широтного распределения концентрации использует ряд упрощающих допущений.

1. Принимается, что концентрация не зависит от долготы (прямого восхождения). Это допущение представляется приемлемым, поскольку в большинстве случаев долгота восходящего узла объектов равномерно распределена в интервале (0...360°). Исключением будет распределение по долготе каталогизированных геостационарных спутников. Как показано в § 7.3, для этого случая удобно пользоваться детерминированной методикой построения концентрации.

2. Используется допущение, что трёхмерное статистическое распределение элементов орбит h_p, e, i можно представить в виде произведения одномерных распределений $p(h_p, e, i) = p(h_p)p(e)p(i)$. Для ослабления негативного влияния этого допущения весь высотный диапазон в модели SDPA разбивается на 3 поддиапазона, в каждом из которых используется данное допущение.

3. Для аргументов статистических распределений в представленной программе расчёта концентрации используется конкретное дискретное разбиение аргументов на «ящики». Естественно, что возможно применение и других разбиений. Важно иметь в виду, что с учётом изменения обстановки во времени нет смысла строить детальные распределения. Поэтому во всех случаях приходится искать компромисс между детальностью и усреднением.

Приложение

Вычисление интеграла (7.6) в особой точке (при $i = \varphi$)

Рассмотрим интеграл (7.6) в интервале значений широты ($\varphi, \varphi + \Delta$) при значениях наклона i внутри этого интервала, т. е. при $\varphi \leq i < \varphi + \Delta$. Учтём, что при малом Δ можно принять $p(i) = p(\varphi)$. На указанном интервале выполним в интеграле (7.6) замену аргумента i на $y = i - \varphi$ и представим знаменатель в виде

$$\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi} = \sqrt{2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi} \sqrt{y}. \quad (7.8)$$

Подстановка (7.8) в (7.6) приводит к выражению

$$F(\varphi) = \frac{p(\varphi)}{\sqrt{\sin 2\varphi}} \int_0^{\Delta} \frac{dy}{\sqrt{y}} + \int_{\varphi+\Delta}^{i_{\max}} \frac{p(i) di}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi}}. \quad (7.9)$$

Здесь первый из интегралов легко вычисляется. Он равен $2\sqrt{\Delta}$. Тем самым преодолевается отмеченная выше особенность функции (7.5) при $i = \varphi$.

Литература

- [Назаренко, 1993] *Назаренко А.И.* Построение высотно-широтного распределения объектов в околоземном космическом пространстве // Проблема загрязнения космоса (космический мусор): Сб. науч. тр.; Ин-т астрономии РАН. М.: Космосинформ, 1993.
- [Flegel et al., 2011] *Flegel S. et al.* MASTER-2009 Model Update // 29th IADC Meeting. Berlin, Germany, 2011.
- [Kessler, 1981] *Kessler D.* Derivation of the collision probability between orbiting objects: The lifetime of Jupiter's outer moons // *Icarus*. 1981. V. 48. P. 39–48.
- [Nazarenko, Yurasov, 2003] *Nazarenko A. I., Yurasov V. S.* The detailed study of catalogued objects distribution in GEO // Intern. Agency Debris Commeety (IADC) 2003.

Раздел 8 СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И НАПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТИ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ИНЕРЦИАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

§ 8.1

Методика построения статистического распределения скорости космических объектов

Рассмотрим методику построения оценок величины и направления скорости объектов в разных точках ОКП. Основная трудность построения этих оценок обусловлена их зависимостью от параметров орбит объектов и положения рассматриваемой точки. Возможные значения величины и направления вектора скорости изменяются в широких пределах. Поэтому естественным будет применение статистических характеристик величины и направления скорости объектов (частиц КМ).

Методика построения статистического распределения *величины тангенциальной и радиальной скорости* объектов была кратко проанализирована в предыдущем разделе. Напомним её основные положения. Рассматриваются объекты, высота перигея и эксцентриситет которых находится в диапазоне значений $(h_p, h_p + \Delta h_p)$, $(e, e + \Delta e)$. Пролёту некоторого объекта через сферический слой с высотами $(h, h + \Delta h)$ соответствуют значения тангенциальной и радиальной составляющих скорости $V_t(h_p, e)$ и $V_r(h_p, e)$ и конкретная вероятность его попадания в указанный сферический слой, равная

$$P(h, h_p, e) = \Delta\tau(h_p, e)p(h_p)p(e)\Delta h_p\Delta e, \quad (8.1)$$

где $\Delta\tau(h_p, e)$ имеет смысл вероятности попадания данного КО в рассматриваемый широтный слой $(h, h + \Delta h)$; $p(h_p)$, $p(e)$ — статистические нормированные распределения высоты перигея и эксцентриситета соответственно.

Применение вероятности (8.1) позволяет легко построить гистограммы распределений величины рассматриваемых составляющих вектора скорости.

Перейдём к анализу *направления тангенциальной составляющей скорости*, которое характеризуется углом A (рис. 8.1). Основные положения применяемой методики изложены в публикациях [Назаренко, 2000, 2002; Модель Космоса, 2007; Nazarenko, 1997]. На рис. 8.1 видно, что направление тангенциальной составляющей скорости характеризуется углом A . Значение этого угла зависит от параметров сферического прямоугольного треугольника, у которого известны два катета (углы L и широта точки φ) а также наклонение орбиты i . Для расчёта значения азимута A применяются известные формулы сферической тригонометрии:

$$\operatorname{tg} i \cdot \sin L = \operatorname{tg} \varphi, \quad (8.2)$$

$$\sin A = \frac{\cos i}{\cos \varphi} = \frac{\sin L}{\sqrt{\sin^2 L \cdot \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}}. \quad (8.3)$$



Рис. 8.1. Положение заданной точки в ОКП

Это значение азимута находится в том же самом квадранте, что и долготы L . Имеется однозначное соответствие между элементами орбиты и направлением вектора скорости (8.3).

Положение произвольной точки в ОКП характеризуется тремя координатами: геоцентрическим расстоянием r , широтой φ и долготой L . При решении задачи в качестве долготы удобно использовать угловое расстояние L между меридианом данной точки и положением восходящего узла орбиты. При анализе всего множества пролётов спутника через эту точку используется допущение, что *долгота L равномерно распределённая случайная величина*. Плотность распределения p равна

$$p(L) = 1/2\pi. \tag{8.4}$$

Другое важное допущение — *статистическое распределение значений наклона $p(i)$ принимается известным*. Задача заключается в построении статистических распределений азимута A в точках с разной широтой φ .

В частном случае, когда заданная точка находится на экваторе ($\varphi = 0$), решение задачи сильно упрощается. Из формулы (8.3) очевидно, что в этом случае $A = \pi/2 - i$, а решение задачи будет иметь вид $p(A) = p(i = \pi/2 - A)$. Это распределение представлено на рис. 8.2. «Пики» в этом распределении относятся к наиболее часто применяемым наклонениям спутников, а именно, окрестностям наклона 100; 83 и 70°. Более 60 % всех запусков выполняется в область таких наклонений.

В общем случае решение задачи усложняется. С математической точки зрения оно сводится к построению статистического распределения функции двух аргументов — случайных величин с известным распределением.

Принимая концентрацию $\rho(r, \varphi)$ в данной точке известной, на первом этапе определим число объектов, которые проходят в её окрестности через перпендикулярное к скорости сечение (cross-section) площадью $\delta F = \delta r \delta r$ за единицу времени (один период). Общее число объектов, находящихся в высотном слое $(r, r + \delta r)$, равно $\delta n = p(h) \delta r$, где

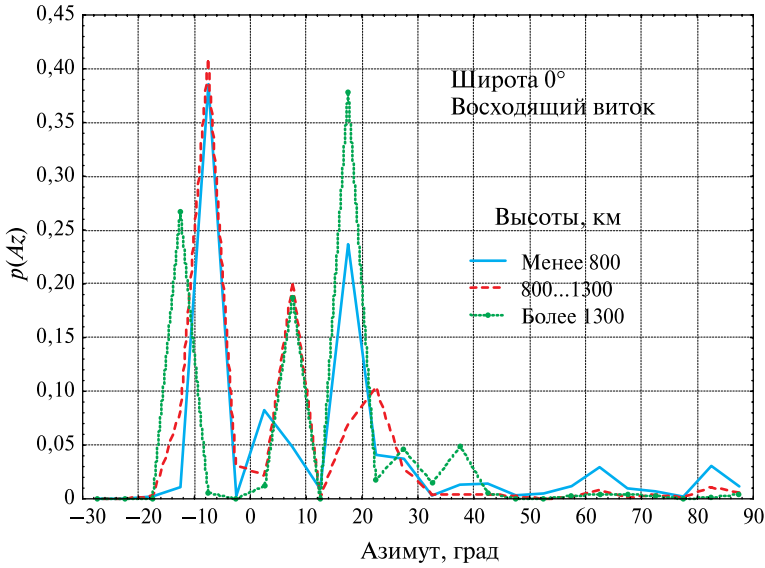


Рис. 8.2. Азимутальное распределение направления тангенциальной скорости на экваторе

$$p(h) = 2\pi r^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \rho(h, \varphi) \cos \varphi \, d\varphi. \quad (8.5)$$

При определении доли объектов (вероятности $p(A)\Delta A$), которые пролетают через заданный азимутальный сектор ($A, A + \Delta A$), надо иметь в виду, что только малая их часть (δn) пролетает в окрестности данной точки. Проблема состоит в определении числа объектов, которые пролетают в окрестности данной точки в азимутальном секторе ($A, A + \Delta A$) и на расстоянии δb по бинормали, удовлетворяющем условию

$$\delta b \leq \delta r. \quad (8.6)$$

Выполнение этого условия зависит от двух элементов орбит: наклона i и долготы точки L относительно восходящего узла. В случае прохождения КО через заданную точку эти параметры связаны соотношением (8.2). Если при некоторых заданных значениях L и $i = f(L, \varphi)$ мы определим отклонения δL и $\delta i = F(\delta L)$, при которых выполняется условие (8.6), то тогда при заданных априорных распределениях $p(i)$ и $p(L)$ нетрудно определить искомую долю объектов, попадающих в указанную окрестность:

$$\delta n(\delta L) = p(i)p(L)\delta i \delta L. \quad (8.7)$$

Это будет доля объектов из числа $\delta n = p(h)\delta r$, которые имеют долготу в интервале $(L, L + \delta L)$ и пролетают в δb -окрестности заданной точки.

Основная проблема состоит в определении области S значений δi и $\delta \Omega$ («трубки» траекторий), для которых выполняется условие (8.6). Как только эта область S построена, криволинейный интеграл

$$\delta n(\delta b) = \int_S p(i)p(L) dS \quad (8.8)$$

будет характеризовать долю объектов (из числа δn), которые находятся в этой «трубке». В результате построения области S вычисление криволинейного интеграла сведено к вычислению обыкновенного (см. прилож.)

$$\delta n(\delta b) = \frac{p(L)\delta b}{2r \sin \varphi} \int_0^{2\pi} p(i(L)) \sin i(L) dL. \quad (8.9)$$

В этом выражении наклонение i связано с долготой соотношением (8.2). Общее число объектов, которые пролетают в δF -окрестности данной точки за один период, будет равно

$$p(h)\delta r \delta n(\delta b) = \frac{\delta F p(h)p(L)}{2r \sin \varphi} \int_0^{2\pi} p(i(L)) \sin i(L) dL. \quad (8.10)$$

Таким образом, задача первого этапа решена.

Перейдём ко *второму этапу* — построению нормированного азимутального распределения объектов $p(A)$. Это распределение удовлетворяет условию

$$\int p(A) dA = 1. \quad (8.11)$$

При фиксированной широте множители перед интегралом в выражении (8.10) не зависят от аргумента L . Их произведение можно считать постоянной величиной (k). Поэтому подынтегральное выражение $p(i(L))\sin i(L) dL$ пропорционально числу объектов (доле от δn), которые при заданных L и dL попадают в δb -окрестность заданной точки. Вероятность такого события можно представить как

$$dp(L, dL) = kp(i(L))\sin i(L) dL. \quad (8.12)$$

Поскольку конкретному значению L соответствует единственное значение азимута $A=f(L)$, то величина (8.12) имеет смысл вероятности $P(A, dA)$ попадания объекта в азимутальный сектор $(A, A+dA)$, где $dA=(dA/dL)dL$.

Расчёты азимутального распределения с использованием формулы (8.12) проводятся с использованием конкретного разбиения аргумента A на «ящики». В модели SDPA применяется дискретное разбиение с шагом $\Delta A=2^\circ$. При достаточно мелком шаге по долготе ΔL по сравнению с шагом ΔA оценки $A=f(L)$ попадают в сектор $(A, A+\Delta A)$ многократно. Сумма оценок (8.12) для всех этих попаданий в сектор $(A, A+\Delta A)$ и есть искомая оценка распределения $P(A)$, т. е.

$$p(A) = \sum dp(L, dL)_{A, A+\Delta A}. \quad (8.13)$$

Для получения корректного распределения $p(A)$ необходимо, чтобы число попаданий было не менее ста. Поэтому шаг по долготе должен иметь величину не менее $360^\circ/(180 \cdot 100)$.

На основе приведённой методики разработана компьютерная программа для построения распределения возможных направлений тангенциальной скорости в различных точках ОКП. В качестве начальных условий задаётся распределение $p(i)$ и набор значений широты φ . Распределение $p(L)$ принимается равномерным.

§ 8.2

Примеры азимутального распределения

На рис. 8.3 по горизонтальной оси отложены значения долготы L . На верхнем графике приведены значения наклона i (функция (8.1)), на нижнем — значения функции (8.12), которая характеризует вероятность попадания объектов в δb -окрестность заданной точки.

На рис. 8.4 представлено азимутальное распределение на высоте 500 км для точек с различной широтой. Аналогичное распределение для высот 900 и 1400 км представлено на рис. 8.5 и 8.6.

Из представленных распределений видно, что они симметричны относительно направления запад — восток. Для малых широт (до 35°) азимутальные распределения «похожи» на соответствующее распределение на экваторе (см. рис. 8.2), которое совпадает с распределением наклона. При увеличении широты максимумы распределения сдвигаются в сторону линии симметрии и «лепестки» становятся шире. На высоких широтах «лепестки» сливаются и в районе полюса распределения приближаются к равномерному.

На рис. 8.7 показан пример расчёта азимутального распределения в российской модели космического мусора SDPA (см. разд. 2).

Таким образом, азимутальное распределение очень сильно различается на разных широтах и высотах. Оно оказывает существенное влияние на величину и направление скорости возможных столкновений КА с КМ, и поэтому его необходимо учитывать при решении этой задачи.

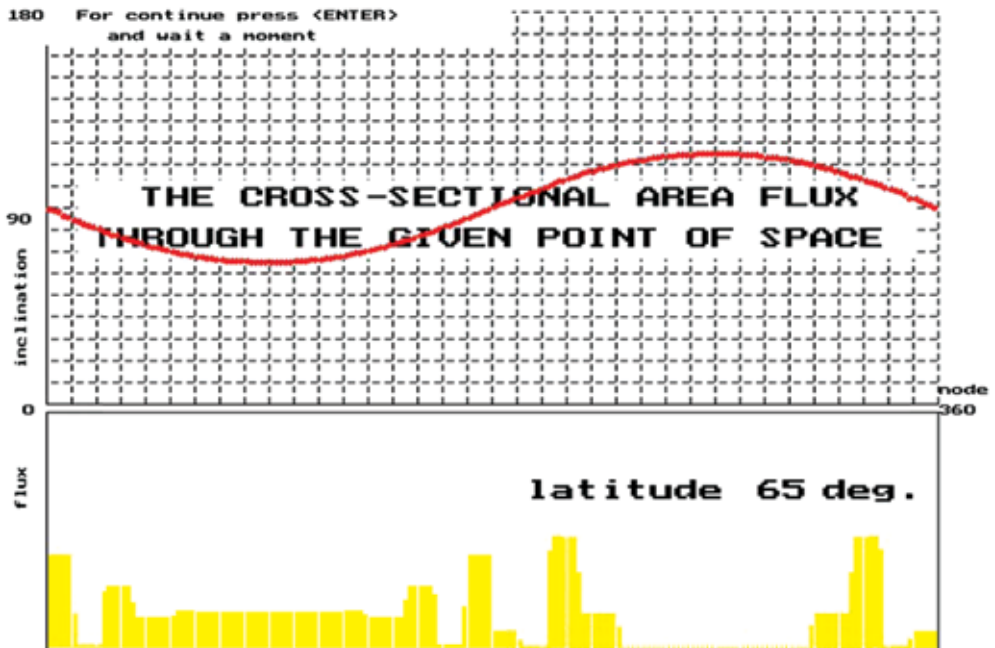


Рис. 8.3. Построение азимутального распределения для точки с широтой 65°

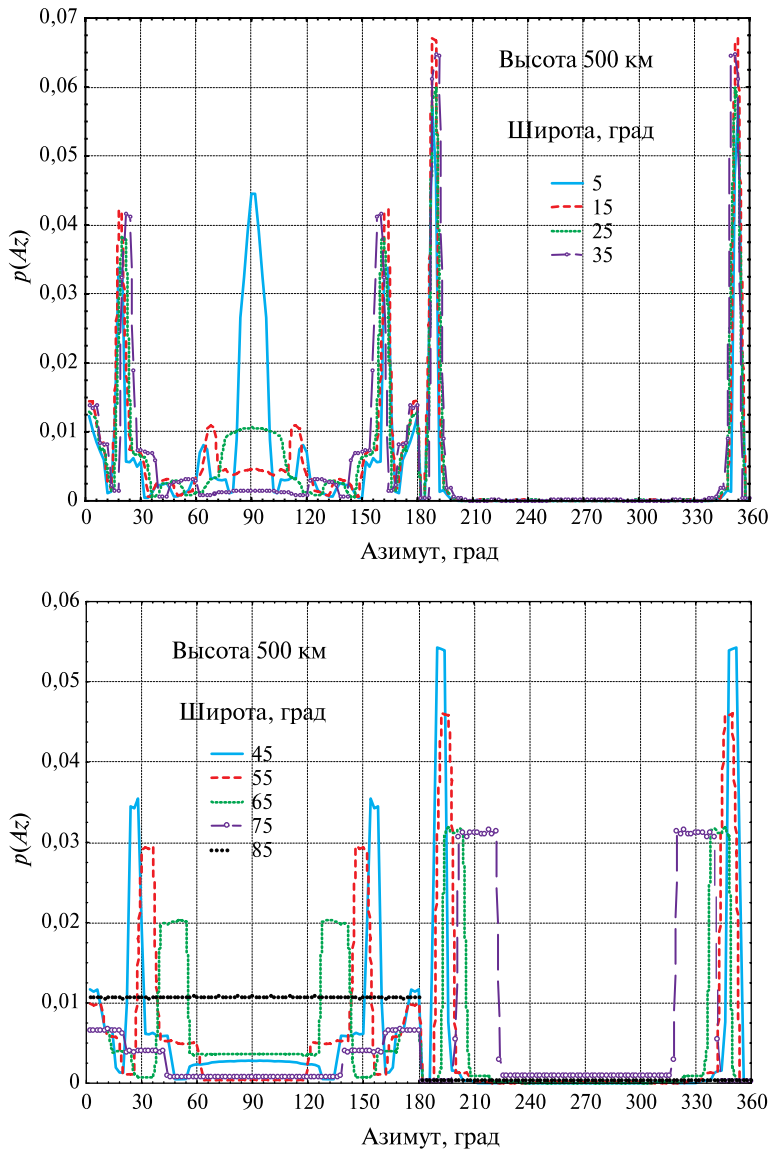


Рис. 8.4. Азимутальное распределение для точек с различной широтой на высоте 500 км

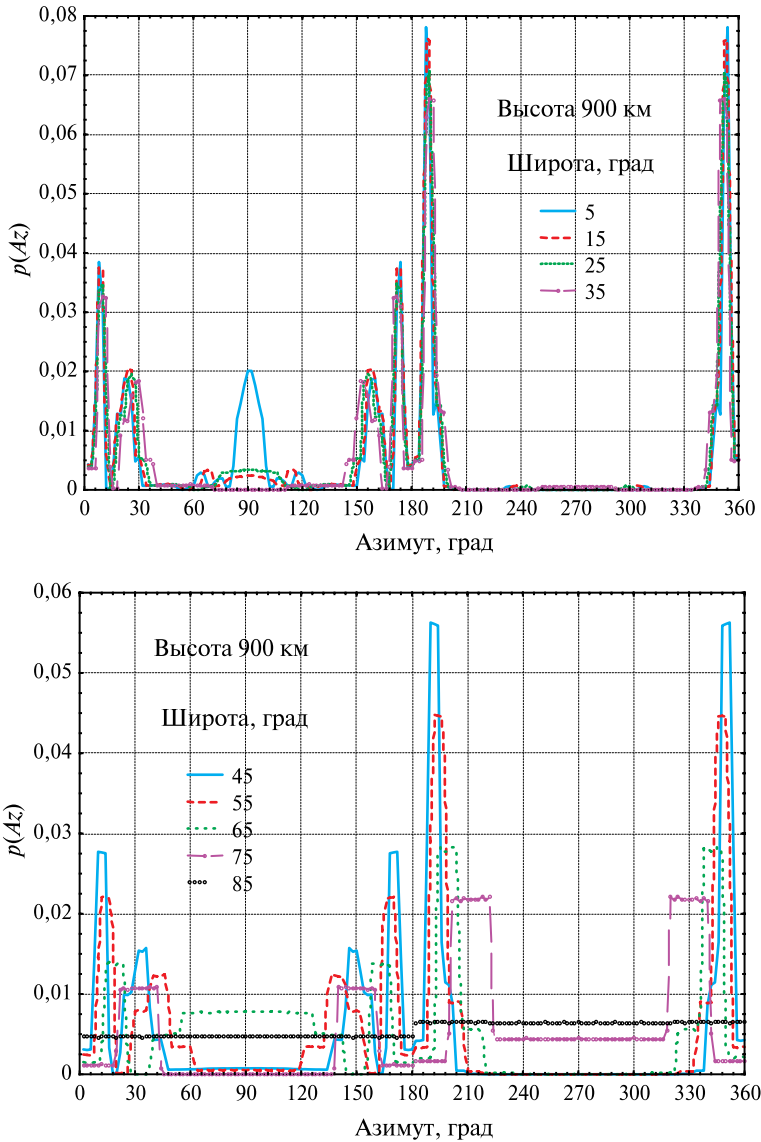


Рис. 8.5. Азимутальное распределение для точек с различной широтой на высоте 900 км

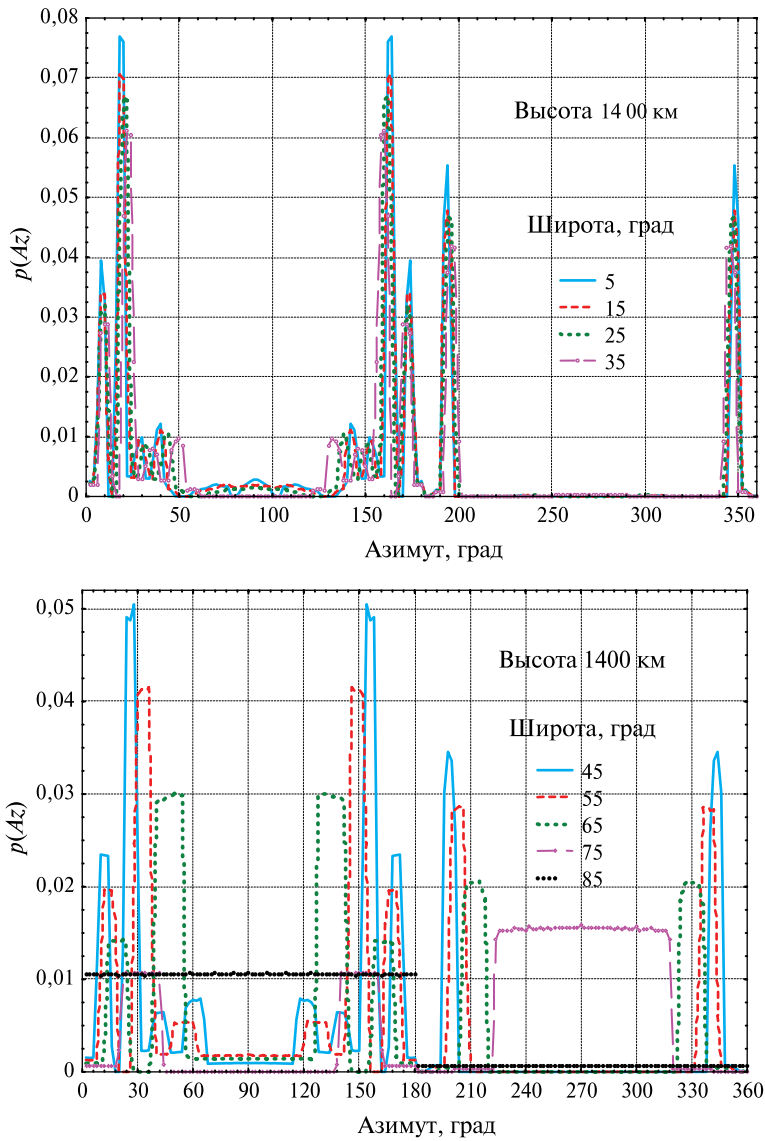


Рис. 8.6. Азимутальное распределение для точек с различной широтой на высоте 1400 км

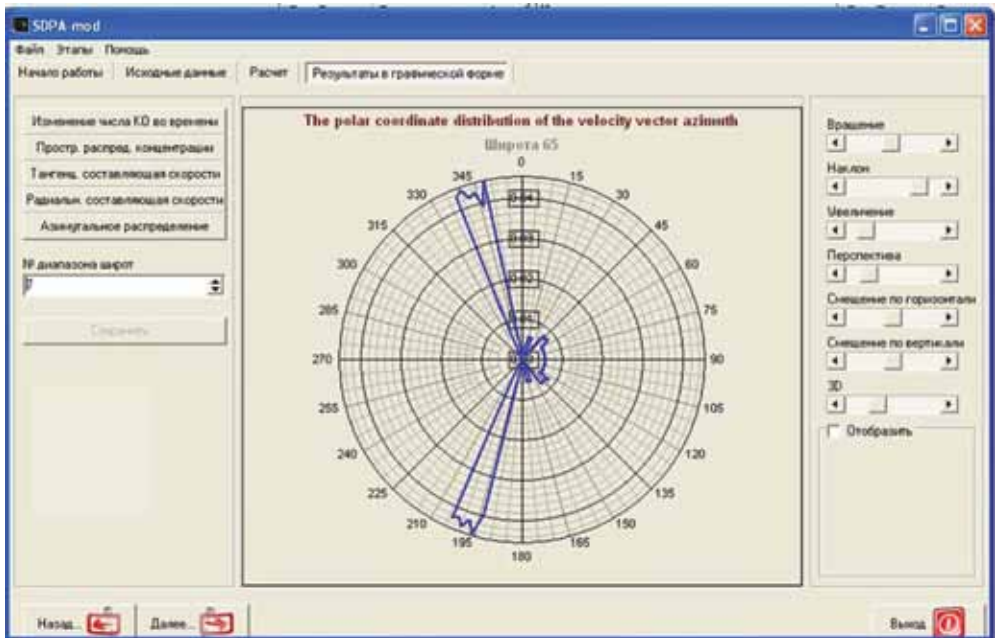


Рис. 8.7. Азимутальное распределение

§ 8.3

Программа расчёта азимутального распределения

Ниже приведён текст программы `raz_new2.pas` на языке Паскаль. Исходное распределение наклонения объектов $p(i)$ записано в файл `ri.dat`. Это распределение представлено на рис. 8.2. Характерная его особенность в построении для трёх диапазонов высоты: <800 , $800\dots1300$ и >1300 км. Результаты расчёта азимутального распределения $p(A)$ на разной широте для каждого из этих диапазонов высоты записываются в файлы `pAz1new.dat`, `pAz2new.dat` и `pAz3new.dat` соответственно.

```

program raz_new2;
    nb=9;                { разбиение по широте }
    ni=36;              { разбиение по наклону }
    nom=180;            { разбиение по азимуту }
    eps=0.00000001;
    ommax=21600;        { разбиение по долготе }
type vb=array[1..nb] of double;
    vbom=array[1..nom] of vb;
    vi=array[1..ni] of double;
    vhi=array[1..3] of vi;
    vom=array[1..nom] of double;
var b, Sb:vb;
    pi0:vi;
    phi:vhi;
  
```

```

    paz:vomi;
    mpAz:vbom;
    sinb,cosb,sinom,omj,fom,incl,db,dom,di,xl,cx,cy,
    SinAz,CosAz,Az,S,SS,xl,xx,SSk:double;
    i,cod,nk,j,jl,l,t,k,x,y,z:integer;
    F,F1,F2,F3,F4:text;
    stk:string[3];
{-----}
function IOmega(xom,xb:real):real;
var xi:double;
begin
    sinom:=sin(xom);
    sinb:=sin(xb);
    cosb:=cos(xb);
    if (abs(sinom)<eps) and (sinom>=0) then sinom:=eps;
    if (abs(sinom)<eps) and (sinom<0) then sinom:=-eps;
    if ((pi/2-xb)<eps) and (xb<pi/2) then xb:=pi/2-eps;
    if ((xb-pi/2)<eps) and (xb>pi/2) then xb:=pi/2+eps;
    xi:=arctan((sinb/cosb)/sinom);
    if cos(xom)<0 then xi:=xi+pi;
    if xi>pi then xi:=xi-pi;
    if xi<0 then xi:=xi+pi;
    IOmega:=xi;
end;
{-----}
BEGIN
assign(F1,'pI.dat');reset(F1);      { Распределение p(i) }
assign(F2,'pAz1new.dat');rewrite(F2);
assign(F3,'pAz2new.dat');rewrite(F3);
assign(F4,'pAz3new.dat');rewrite(F4);
{-----}
For k:=1 to ni do begin
    readln(fl,xx,phi[1,k],phi[2,k],phi[3,k]);
    end;
writeln('For every latitude (5,15,...,85 deg.)');
db:=pi/nb/2;
dom:=2*pi/ommax;
di:=pi/ni;
FOR i:=1 to 3 do BEGIN    { 1, цикл по диапазонам высот }
    for j:=1 to ni do pi0[j]:=phi[i,j];
    for jl:=1 to nom do
        for t:=1 to nb do mpAz[jl,t]:=0;
for j:=1 to nb do begin    { 2, цикл по широте } {b}
    b[j]:=db*(j-0.5);
for jl:=1 to nom do paz[jl]:=0;
    S:=0;
    SS:=0;
for jl:=0 to ommax do begin    { 3, цикл долготы } {om}
    omj:=dom*jl;
    incl:=IOmega(omj,b[j]);
    l:=trunc(incl*36/pi)+1;
    fom:=pi0[l]*sin(incl)/di;
    SinAz:=cos(incl)/cos(b[j]);

```

```

xx:=SinAz*SinAz;
if xx<1 then CosAz:=sqrt(1-xx)
           else CosAz:=eps;
if cos(omj)<0 then CosAz:=-CosAz;
Az:=Arctan(SinAz/CosAz);
if CosAz<0 then Az:=Az+pi;
if Az<0 then Az:=Az+2*pi;
Az:=Az*180/pi;           { Az }
incl:=incl*180/pi;      { incl }
S:=S+fom;
t:=trunc(Az/2)+1;
pAz[t]:=pAz[t]+fom;     { pAz }
                        end;           { 3 om }

for t:=1 to 180 do
mpaz[t,j]:=pAz[t]/S;
Sb[j]:=SS;
SSk:=0;
for t:=1 to 180 do SSk:=SSk+mpaz[t,j];
                        end;           { 2 b }

if i=1 then begin { Вывод результатов для данной широты }
for t:=1 to nom do begin
for j:=1 to nb-1 do begin
if j=1 then Write(F2,t*2:3);
Write(F2,mpAz[t,j]:8:5);
end;
WriteLn(F2,mpAz[t,9]:8:5);
end;
end;
if i=2 then begin
for t:=1 to nom do begin
for j:=1 to nb-1 do begin
if j=1 then Write(F3,t*2:3);
Write(F3,mpAz[t,j]:8:5);
end;
WriteLn(F3,mpAz[t,9]:8:5);
end;
end;
if i=3 then begin
for t:=1 to nom do begin
for j:=1 to nb-1 do begin
if j=1 then Write(F4,t*2:3);
Write(F4,mpAz[t,j]:8:5);
end;
WriteLn(F4,mpAz[t,9]:8:5);
end;
end;
                        END;           { 1 Конец цикла }
{-----}
close(F2);
close(F3);
close(F4);
END.

```

Приложение
Преобразование криволинейного интеграла (8.8)
к форме обыкновенного интервала (8.9)

Разобьём область изменения аргумента $L_j = \Delta L j, j = 0, \dots, n$, на множество дискретных отрезков размером ΔL . Каждому из отрезков $(L_j, L_j + \Delta L)$ будет соответствовать область S_j значений δi и δL и составляющая интеграла (8.8), которую обозначим как I_j .

$$I_j = \int_{S_j} p(i)p(L) dS. \tag{8.14}$$

С учётом этого обозначения интеграл (8.8) принимает вид суммы

$$\delta n(\delta b) = \sum_{j=0}^{n-1} I_j. \tag{8.15}$$

Рассмотрим этот интеграл более детально. Его можно представить в виде двойного интеграла по аргументам $d\delta L$ и $d\delta i = F(d\delta L)$, которые изменяются в интервале значений $(0, \Delta L)$ и $(0, \delta i_{\max})$ соответственно. С учётом малости шага ΔL плотности распределений можно вынести за знак интеграла. Получим

$$I_j = p(i_j)p(L) \int_0^{\Delta L} \int_0^{\delta i_{\max}} d\delta L d\delta i = p(i_j)p(L)\Delta L \delta i_{\max}. \tag{8.16}$$

Для определения значения δi_{\max} используем:

а) связь между вариациями δi и δL , которая вытекает из соотношения (2) и имеет вид

$$\delta i = -c \operatorname{tg} u \cdot \sin i \delta L, \tag{8.17}$$

где u — аргумент широты, однозначно связанный с переменными L и i соотношением

$$\operatorname{tg} L = \operatorname{tg} u \cdot \cos i; \tag{8.18}$$

б) известное соотношение между вариациями долготы восходящего узла, наклона и отклонением по бинормали [Назаренко, Скребушевский, 1981]

$$\delta b = r \sin u \delta i - r \cos u \cdot \sin i \delta L. \tag{8.19}$$

Решение уравнений (8.17) и (8.19) относительно δi_{\max} при $\delta L = \Delta L$ имеет вид

$$\delta i_{\max} = \frac{\delta b}{2r \sin u}. \tag{8.20}$$

Подстановка (8.20) в (8.16) и использование формулы сферической тригонометрии $\sin u = \sin \varphi / \sin i$ приводит к следующему выражению для интеграла

$$I_j = \frac{\delta b p(L)}{2r \sin \varphi} p(i_j) \sin i_j \Delta L. \tag{8.21}$$

С учётом допущения (8.4) значение дроби не зависит от аргументов L_j и i_j . Обозначим это значение как k . Подстановка (8.21) в (8.15) приводит к формуле

$$\delta n(\delta b) = k \sum_{j=1}^{n-1} p(i_j) \sin i_j \Delta L. \quad (8.22)$$

Здесь при стремлении ΔL к нулю сумма принимает форму интеграла, т. е.

$$\lim_{\Delta L \rightarrow 0} \sum_{j=1}^{n-1} p(i_j) \sin i_j \Delta L = \int_0^{2\pi} p(i(L)) \sin i(L) dL. \quad (8.23)$$

Таким образом, мы преобразовали криволинейный интеграл (8.14) в форму обыкновенного интеграла.

Литература

- [Модель космоса..., 2007] Модель космоса: научно-информ. издание: в 2 т. Т. 2: Воздействие космической среды на материалы и оборудование космических аппаратов / Под. ред. Л. С. Новикова; МГУ им. М. В. Ломоносова; НИИ ядер. физики им. Д. В. Скобельцына. 8-е изд. М.: Книжный дом «Университет», 2007.
- [Назаренко, 2000] *Назаренко А. И.* Проблема «Космического мусора» в околоземной среде. Раздел 8 // Экологические проблемы и риски воздействий ракетно-космической техники на окружающую среду: Справочное пособие / Под ред. Адушкина В. В., Козлова С. И., Петрова А. В. М.: Изд-во «Анкил», 2000. С. 382–432.
- [Назаренко, 2002] *Назаренко А. И.* Моделирование техногенного загрязнения околоземного космического пространства // *Астрономич. вестн.* 2002. Т. 36. № 6. С. 555–564.
- [Назаренко, Скребушевский, 1981] *Назаренко А. И., Скребушевский Б. С.* Эволюция и устойчивость спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1981. 284 с.
- [Nazarenko, 1997] *Nazarenko A.* The Development of the Statistical Theory of a Satellite Ensemble Motion and its Application to Space Debris Modeling // 2nd European Conf. Space Debris. ESOC, Darmstadt, Germany, 17–19 Mar. 1997.

Раздел 9

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНОГЕННОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

§ 9.1

Основные положения

При прогнозировании техногенного загрязнения ОКП [Назаренко, 1993; Чернявский, Назаренко, 1995; Eichler, Reynolds, 1995; Nazarenko, 1993; Reynolds, 1991; Reynolds, Matney, 1996] принимается, что на эволюцию пространственно-временного распределения КМ основное влияние оказывают два основных фактора: прирост количества новых объектов в результате запусков, технологических операций, взрывов, аварий и т. п. и торможение КО в атмосфере, в результате которого происходит уменьшение их высоты перигея и сгорание в верхних слоях атмосферы.

Зарубежными специалистами для прогноза широко применяется традиционный (детерминированный) подход. Он, в частности, используется в модели NASA EVOLVE. Его методика моделирования основана на поштучном прогнозе движения каждого образующегося объекта независимо от размера. На предшествующем временном интервале (с 1957 г.) в качестве источника образования КМ моделируются все запуски и все случаи разрушений (фрагментации) спутников (при этом используется стандартная модель разрушений Джонсоновского космического центра NASA, а также модель последствий столкновений). Объекты, вошедшие в плотные слои атмосферы, считаются сгоревшими и исключаются из числа рассматриваемых. Отличие моделирования на будущий временной интервал в том, что все случаи фрагментации формируются по методу Монте-Карло. При этом делается несколько вариантов прогноза. Очевидно, что эта методика очень трудоёмка по затратам машинного времени. Даже на современных больших ЭВМ она не позволяет корректно прогнозировать обстановку на сотни лет.

В российской модели SDPA применяется статистический подход к формированию источников загрязнения ОКП и прогнозированию обстановки. Его основное отличие в том, что вместо данных о конкретных запусках и случаях разрушения используется усреднённая информация об их пространственном распределении и числе ежегодно образующихся объектов разного размера. Количество КО разного размера в течение года меняется незначительно (на несколько процентов). Поэтому такой подход вполне обоснован. Более детальное (по времени) моделирование источников загрязнения излишне, поскольку практически не влияет на точность и сильно усложняет модель.

Примечание

Данное утверждение не исключает возможность и целесообразность детального моделирования последствий разрушения на коротких временных интервалах, когда «облако» фрагментов остаётся достаточно компактным. Однако известно, что процесс «рассасывания» облака идёт обычно достаточно быстро. Продолжительность этого процесса — порядка нескольких месяцев.

Причины и условия разрушения спутников, в результате которого образовалось большинство мелких фрагментов КО, исключительно разнообразны. Поэтому трудно ожидать, что результаты моделирования последствий разрушений (число частиц, скорости разлёта в будущие моменты времени) станут достаточно точными. Уровень погрешности такого моделирования неизвестен.

В российской модели SDPA при прогнозировании обстановки с учётом торможения КО в атмосфере рассматриваются различные КО, перигей которых не превышает 2000 км. Принимается, что из учитываемых факторов только перигей (h_p) оказывает существенное влияние на эволюцию распределения числа КО по высоте. Остальные элементы орбиты обозначаются как \mathcal{E} . Все множество объектов с различными элементами \mathcal{E} разбивается на некоторое конечное количество подмножеств (групп) с элементами \mathcal{E}_l , $l=1, 2, \dots, l_{\max}$. Плотность распределения перигея объектов из выбранной группы в момент времени t обозначается как $p(h, t)$. Требуется изучить закономерности изменения этой плотности во времени. Ниже при анализе эволюции распределения конкретной группы КО индекс l опущен.

При расчёте эволюции распределения числа КО по высоте учитываются следующие факторы: торможение КО в атмосфере на высоте до 2000 км; разбиение всех КО по элементам \mathcal{E} на группы, отличающиеся размером d , значениями эксцентриситета e и баллистического коэффициента S ; исходное распределение КО различных типов по высоте; ожидаемая интенсивность $p(h, t)_{new}$ образования новых КО в результате запусков и взрывов; нестационарность учитываемых факторов, в частности, плотности атмосферы в связи с изменением солнечной активности в 11-летнем цикле и интенсивности новых запусков.

Среди этих факторов (параметров) особую роль играет высота перигея. Его характерная особенность в том, что она, оказывая основное влияние на торможение, сама изменяется под его воздействием (перигей опускается и спутники сгорают в атмосфере в окрестности высоты 100 км). Поэтому высота перигея — один из аргументов эволюционного уравнения и в разбиение не входит. Совсем иной характер имеет влияние баллистических коэффициентов и размеров КО: они практически не изменяются в процессе эволюции орбиты. Промежуточный характер имеет влияние эксцентриситета — он также изменяется (уменьшается) под действием торможения, но это изменение не играет существенной роли, так как большая часть КО имеет орбиты с малыми эксцентриситетами.

§ 9.2

Вывод и решение эволюционного уравнения

Рассмотрим методику прогнозирования распределения КО $p(t, h)$ по высоте перигея. Выведем соотношение для определения этой плотности на разных высотах в момент времени $t + \Delta t$. При дискретном разбиении аргумента h на некотором заданном интервале с шагом Δh исходное распределение $p(t, h)$ задаётся дискретно на этой сетке значений аргумента.

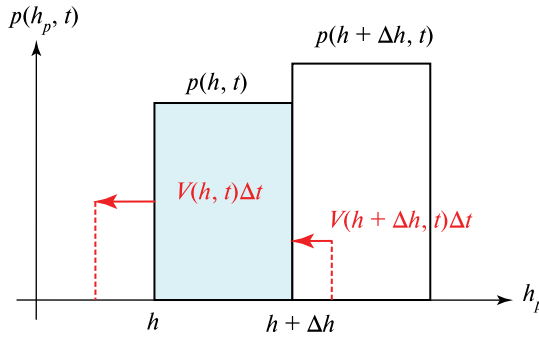


Рис. 9.1. Распределение КО $p(t, h)$ по высоте перигея

На рис. 9.1 представлены значения распределения $p(h_p, t)$ при двух значениях аргумента: h и $h + \Delta h$. Количество объектов в этом интервале высот перигея равно

$$N(t)_{h, h+\Delta h} = p(h, t)\Delta h. \quad (9.1)$$

Скорость уменьшения перигея объектов с высотой h обозначена как $V(h, t)$. Аналогично скорость уменьшения высоты перигея объектов с высотой $h + \Delta h$ обозначена как $V(h + \Delta h, t)$.

Рассмотрим, что произойдет с распределением $p(h, t)$ через некоторое время, а именно в момент времени $t + \Delta t$. Очевидно, что количество объектов (9.1) в рассматриваемом интервале высот изменится в результате трёх обстоятельств:

- часть объектов в окрестности высоты h снизится настолько, что высота перигея станет меньше высоты h . Количество этих объектов равно

$$N(t, t + \Delta t)_{h+\Delta h}^{(1)} = V(h, t)\Delta t p(h, t); \quad (9.2)$$

- часть объектов в окрестности высоты $>(h + \Delta h)$ снизится настолько, что высота перигея станет меньше высоты $h + \Delta h$. Количество этих объектов равно

$$N(t, t + \Delta t)_{h+\Delta h}^{(2)} = V(h + \Delta h, t)\Delta t p(h + \Delta h, t); \quad (9.3)$$

- в результате запусков и взрывов добавятся новые КО. Количество этих объектов равно

$$N(t, t + \Delta t)_{h+\Delta h}^{(3)} = p(h, t)_{new} \Delta h \Delta t. \quad (9.4)$$

Общее количество объектов в рассматриваемом интервале перигея в момент времени $t + \Delta t$ будет равно

$$\begin{aligned} N(t + \Delta t)_{h, h+\Delta h} &= N(t)_{h, h+\Delta h} - N(t, t + \Delta t)_{h+\Delta h}^{(1)} + \\ &+ N(t, t + \Delta t)_{h+\Delta h}^{(2)} + N(t, t + \Delta t)_{h+\Delta h}^{(3)}. \end{aligned} \quad (9.5)$$

По своему содержанию соотношение (9.5) и есть решение эволюционного уравнения в дискретной форме при прогнозе распределения КО по высоте перигея на один шаг по времени.

Искомая плотность распределения перигея в момент времени $t + \Delta t$ определяется на основе оценки (9.5) по формуле

$$p(h, t + \Delta t) = \frac{N(t + \Delta t)_{h, h + \Delta h}}{\Delta h}. \quad (9.6)$$

Таким образом, соотношения (9.5) и (9.6) позволяют рассчитать изменения распределения числа КО по высоте перигея при прогнозе обстановки на один шаг по времени. Последовательное применение этих соотношений в цикле по высоте и по времени обеспечивает решение задачи в целом.

Определённый интерес представляет преобразование соотношений (9.5) и (9.6) в форму дифференциального уравнения, принимая дискретные значения Δh и Δt бесконечно малыми величинами (dh и dt). В этом случае выражения (9.1)–(9.4) и (9.6) принимают вид:

$$\begin{aligned} N(t)_{h, h + dh} &= p(h, t) dh, \\ N(t, t + dt)_{h + \Delta h}^{(1)} &= V(h, t) dt p(h, t), \\ N(t, t + dt)_{h + dh}^{(2)} &= V(h + dh, t) dt p(h + dh, t) = \\ &= V(h + dh, t) dt \left[p(h, t) + \frac{\partial p(h, t)}{\partial h} dh \right], \\ N(t, t + \Delta t)_{h + dh}^{(3)} &= p(h, t)_{new} dh dt, \\ N(t + dt)_{h, h + dh} &= p(h, t + dt) dh = p(h, t) dh + \frac{\partial p(h, t)}{\partial t} dt dh, \end{aligned}$$

где $V(h + dh, t) = V(h, t) + \frac{\partial V(h, t)}{\partial h} dh$.

Подстановка этих выражений в (9.5) после сокращения в правой и левой частях одинаковых слагаемых, а также множителя $dt dh$ приводит к уравнению в частных производных, которое описывает эволюцию распределения числа КО по высоте перигея

$$\frac{\partial p(h, t)}{\partial t} = V(h, t) \frac{\partial p(h, t)}{\partial h} + p(h, t) \frac{\partial V(h, t)}{\partial h} + p(h, t)_{new}. \quad (9.7)$$

Рассмотрим полный дифференциал распределения $p(h, t)$ в точке (h, t)

$$dp(h, t) = \frac{\partial p(h, t)}{\partial h} dh + \frac{\partial p(h, t)}{\partial t} dt. \quad (9.8)$$

С учётом определения скорости снижения перигея $V(h, t) = -dh/dt$ подстановка в (9.8) выражения (9.7) приводит к уравнению

$$\frac{dp(h, t)}{dt} = \frac{\partial V(h, t)}{\partial h} p(h, t) + p(h, t)_{new} = A(t)p(h, t) + p(h, t)_{new}. \quad (9.9)$$

По своему содержанию — это *эволюционное уравнение в дифференциальной форме*. Его интегрирование выполняется с использованием решения однородного уравнения $dx/dt = A(t)x$, которое может быть записано так:

$$x(t) = x_0 \exp \left[\int_{\xi=t_0}^t A(\xi) d\xi \right] = x_0 u(t, t_0). \quad (9.10)$$

С использованием функции $u(t, t_0)$ решение уравнения (9.9) имеет вид

$$p(h, t) = u(t, t_0) p(h, t_0) + \int_{\xi=t_0}^t u(t, \xi) p(h, \xi)_{new} d\xi. \quad (9.11)$$

Важный результат проведённого анализа: для решения рассматриваемой задачи достаточно простого дифференциального уравнения (9.9).

Рассмотрим более подробно производную $\partial V(h, t)/\partial h$, которая в соотношении (9.9) обозначена как $A(t)$. Учтём обстоятельство, что при заданных элементах орбиты КО и известном баллистическом коэффициенте скорость снижения перигея $V(h, t)$ пропорциональна плотности атмосферы в перигее $\rho(h, t)$. По мере увеличения высоты плотность атмосферы уменьшается. При экспоненциальной зависимости плотности атмосферы от высоты производная $d\rho(h, t)/dh$ имеет вид

$$\frac{d\rho(h, t)}{dh} = -\frac{\rho(h, t)}{H(h, t)}, \quad (9.12)$$

где $H(h, t)$ — так называемая шкала высот (высота однородной атмосферы). С учётом этих данных рассматриваемая производная может быть записана как

$$A(t) = \frac{dV(h, t)}{dh} = -\frac{V(h, t)}{H(h, t)}. \quad (9.13)$$

В частном случае, когда коэффициент A не зависит от времени, решение уравнения (9.11) упрощается

$$p(h, t) = \exp[A(t-t_0)] p(h, t_0) + \int_{\xi=t_0}^t \exp[A(t-\xi)] p(h, \xi)_{new} d\xi. \quad (9.14)$$

В связи с отрицательным значением коэффициента A значение функции $\exp[A(t-t_0)]$ уменьшается с течением времени. Это характеризует процесс самоочищения ОКП от КМ в результате торможения объектов в атмосфере. Он идёт тем сильнее, чем ниже перигей спутников и, соответственно, чем больше скорость снижения перигея.

Таким образом, в данном разделе обоснованы два способа решения эволюционного уравнения. Первый основан на решении (9.5) эволюционного уравнения в дискретной форме. Второй — на применении аналитического решения уравнения (9.11).

Для использования решения (9.5) применяется специально разработанная численно-аналитическая процедура. При выборе числа разбиений множества КО на группы необходим компромисс между детальностью анализа и реализуемостью алгоритма: при слишком детальном разбиении требуется много памяти и увеличивается время счёта. Кроме того, следует учитывать, что исходные данные для прогноза обстановки имеют довольно значительную неопределённость, которая делает бессмысленной излишнюю детализацию.

§ 9.3

Определение скорости снижения перигея

Движение многих КО происходит в разреженных слоях верхней атмосферы, где аэродинамические силы невелики по сравнению с их значениями в нижних её слоях. Однако длительное время полёта КО и диссипативный характер влияния сопротивления воздуха приводят к тому, что на высотах до 600...1000 км торможение в атмосфере оказывает существенное влияние на эволюцию орбит КО. Действие силы аэродинамического сопротивления на КО с массой m вызывает ускорение

$$F = k_b \rho V_{rel}^2, \quad (9.15)$$

где параметр

$$k_b = \frac{C_x S}{2m} \text{ [м}^2/\text{кг]} \quad (9.16)$$

называется баллистическим коэффициентом.

Здесь C_x — безразмерный коэффициент аэродинамического сопротивления; S — характерная площадь КО; ρ — плотность атмосферы; V_{rel} — скорость набегающего потока газа, равная скорости полёта КО относительно воздуха. Коэффициент C_x — функция многих величин: геометрической формы и ориентации КО, свойств материала его поверхности, состава атмосферы и её параметров. В большинстве случаев для верхних слоёв атмосферы этот коэффициент находится в пределах 2,0...2,5.

Площадь S — это площадь максимального сечения КО, нормального к вектору скорости V_{rel} . Для ориентированных КА она строго определяется его геометрией; для неориентированных КО оказывается переменной, что приводит к необходимости применения её усреднённых значений.

Плотность атмосферы ρ — пространственно-временная функция

$$\rho = f(h, \alpha, \delta, F_{10,7}, a_p, C_i), \quad i = 1, 2, \dots \quad (9.17)$$

Конкретный вид этой функции задаётся моделями верхней атмосферы [Earth's Upper Atmosphere..., 1985; Jacchia, 1970; Picone et al., 2002]. Основными аргументами динамических моделей верхней атмосферы будут: h — высота точки над поверхностью Земли; α, δ — сферические координаты точки в геоцентрической инерциальной системе координат; $F_{10,7}$ — индекс солнечной активности, равный интенсивности радиоизлучения Солнца (1 solar flux units (SFU) = 10^{-22} Вт/(м²·Гц) на длине волны 10,7 см); a_p (или K_p) — индекс, характеризующий геомагнитную активность; t — время, которое используется в соотношении (9.16) при вычислении полугодового эффекта; C_i — параметры модели. Высота h зависит от радиус-вектора (r) и широты точки (φ)

$$h = r - R_E(1 - \varepsilon \sin^2 \varphi). \quad (9.18)$$

Наиболее существенным аргументом в модели (9.17) будет высота. Например, при её изменении в диапазоне 200...600 км плотность меняется в 700...3100 раз. В относительно небольшом диапазоне зависимость плотности от высоты достаточно хорошо аппроксимируется выражением

$$\rho(h) = \rho(h_0) \exp\left\{-\frac{h-h_0}{H}\right\}. \quad (9.19)$$

Здесь H — так называемая высота однородной атмосферы (шкала высот).

Влияние координат α и δ на плотность атмосферы связано с суточным эффектом — различной степенью разогрева верхней атмосферы в дневное и ночное время. Влияние тепловой инерции приводит к тому, что максимум суточного изменения плотности приходится на 14–15 ч местного времени. Амплитуда суточного эффекта зависит от высоты точки и уровня солнечной активности. Максимальная разница в дневной и ночной плотности наблюдается на высотах 500...600 км и составляет 2...3.

Рассмотрим, как изменяется высота перигея под действием торможения в атмосфере. Воспользуемся формулами для возмущения полуоси ($\bar{\delta}a$) и эксцентриситета ($\bar{\delta}e$) за виток, опубликованными в статьях [Охочимский и др., 1957; Эльясберг, 1958; King-Hele, 1956]:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}h = (1-e)\bar{\delta}a - a\bar{\delta}e = -4\pi(k_b \rho p) \frac{a}{1+e} \exp(-z) \times \\ \times \{I_0(z) - I_1(z) + e[I_1(z) - 0,5I_0(z) - 0,5I_2(z)] + \dots\}. \end{aligned} \quad (9.20)$$

Здесь a и p — полуось и параметр орбиты; ρ — плотность атмосферы в перигее; $z = ae/H$, $I_j(z)$ — функции Бесселя мнимого аргумента порядка j .

Множитель $(k_b \rho p)$ безразмерный. Он характеризует уровень атмосферных возмущений. Произведение $\exp(-z)\{\dots\}$ учитывает влияние формы орбиты. Для круговой орбиты ($e = 0$) оно равно 1. При увеличении эксцентриситета его значение уменьшается.

Формула (9.20) приближенная [Назаренко, Скребушевский, 1981]. В фигурных скобках отсутствуют слагаемые, пропорциональные e^2 , e^3 и т.д. Кроме того, формула (9.20) не учитывает влияние «вздутия» атмосферы и отличие орбиты от эллипса. Величина этой погрешности порядка 10 %. Такую же погрешность имеют расчётные значения плотности атмосферы.

Основная погрешность применения формулы (9.20) для расчёта эволюции КМ связана с большим разбросом возможных значений баллистического коэффициента, который достигает четырёх и более порядков.

§ 9.4 Учёт разброса возможных значений баллистического коэффициента

Рассмотрим данные о разбросе оценки торможения каталогизированных объектов. На рис. 9.2 показано изменение под действием атмосферы периода обращения за виток (ΔT_m) всех каталогизированных объектов с перигеем 100...1000 км, определённое по данным каталога за октябрь 2011 г. (<http://www.space-track.org>).

Уменьшение средних значений этого параметра с ростом высоты объясняется уменьшением плотности атмосферы. Для любой высоты разброс составляет несколько порядков. На малых высотах он меньше, чем на больших, что обусловлено двумя причинами.

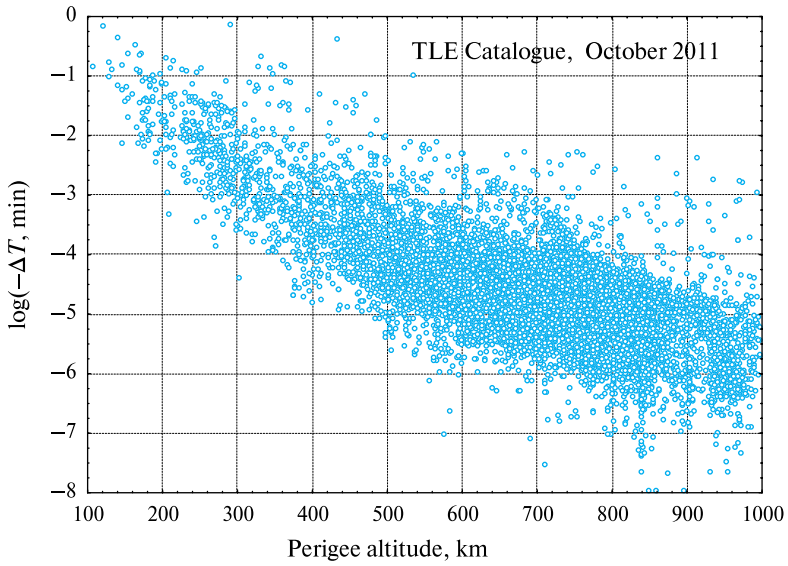


Рис. 9.2. Оценка параметра ΔT объектов на разных высотах

Во-первых, объекты с большим баллистическим коэффициентом на высоте до 300...400 км долго не существуют. Во-вторых, на высоте более 600...700 км, где торможение в атмосфере относительно мало, погрешность определения параметра ΔT может достигать 100 % и более. Поэтому данные о разбросе торможения на высоте 400...500 км наиболее объективно характеризуют разброс возможных значений баллистического коэффициента каталогизированных объектов. В большинстве случаев он не превышает двух порядков.

При моделировании эволюции распределения числа КО по высоте перигея учитывается статистическое распределение $p(d, k_b)$ возможных значений баллистического коэффициента объектов разного размера (табл. 9.1). Возможные значения k_b разбиты на 6 диапазонов. Средние значения k_b находятся в интервале 0,005...1,5 м²/кг, т. е. максимальные возможные значения отличаются от минимальных в 300 раз.

Таблица 9.1. Статистическое распределение $p(d, k_b)$ КО разного размера

Размер КО, см	Баллистический коэффициент, м ² /кг					
	0,005	0,015	0,05	0,15	0,5	1,5
0,1...0,25	0	0	0	0,430	0,430	0,140
0,25...0,5	0	0	0,080	0,350	0,430	0,140
0,5...1,0	0	0	0,272	0,364	0,272	0,091
1,0...2,5	0	0,077	0,308	0,308	0,230	0,077
2,5...5,0	0	0,202	0,267	0,267	0,200	0,066
5,0...10	0,059	0,235	0,235	0,235	0,176	0,060
10...20	0,157	0,210	0,210	0,210	0,157	0,056
>20	0,050	0,350	0,400	0,150	0,050	0

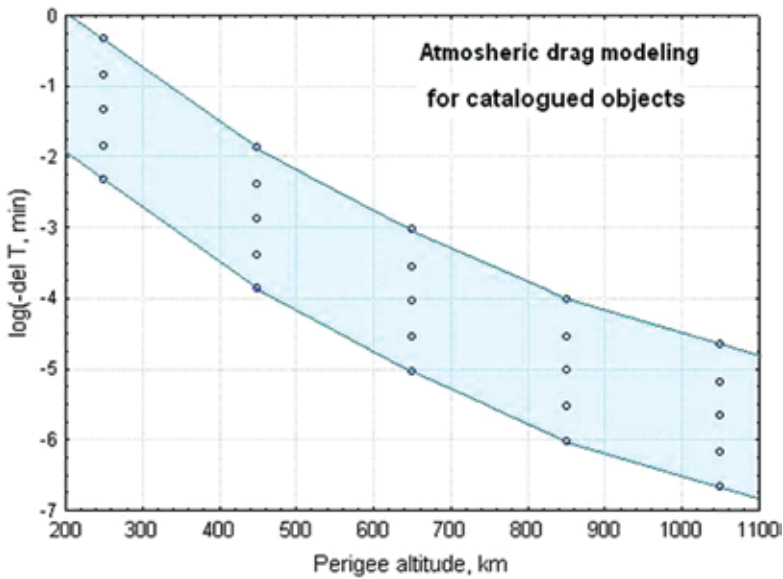


Рис. 9.3. Расчётные значения параметра ΔT для каталогизированных КО

Сумма значений плотности $p(d, k_b)$ в каждой строке равна единице. В последней строке приведены данные для каталогизированных КО. Их применение для расчёта характеристики торможения (ΔT) КО на разных высотах приводит к результатам, представленным на рис. 9.3.

Видно, что расчётные данные достаточно хорошо согласуются с реальной оценкой параметра торможения на разных высотах (см. рис. 9.2).

Для более мелких (некаталогизированных) КО разброс возможных значений баллистического коэффициента определялся по результатам статистического моделирования. В этой модели рассмотрено три типа объектов:

- сплошной шар диаметром d ,
- сферическая оболочка диаметром d с толщиной оболочки Δ ,
- тонкая панель диаметром d с толщиной оболочки Δ .

Принято, что толщина сферической оболочки и пластины находится в пределах от $0,01d$ до $0,1d$. Результаты расчётов представлены на рис. 9.4.

Видно, что при уменьшении размеров рассматриваемых объектов от 10 до 0,1 см область возможных значений их баллистических коэффициентов уменьшается на два порядка.

Сопоставим материалы априорного анализа баллистических коэффициентов с известными экспериментальными данными по каталогизированным объектам. Известно, что минимальное значение k_b для КО размером более 10...30 см составляет $0,002 \text{ м}^2/\text{кг}$. Максимальное значение k_b каталогизированных КО зависит от типа КО и составляет $0,02 \text{ м}^2/\text{кг}$ для полезных нагрузок и $0,12 \text{ м}^2/\text{кг}$ для фрагментов, что соответствует материалам анализа по априорным данным. Среди каталогизированных фрагментов с большим значением k_b преобладают объекты в виде тонких пластин, толщина которых составляет несколько мм. Возникает вопрос, почему среди наблюдаемых КО нет объектов со значениями k_b более $0,12 \text{ м}^2/\text{кг}$.

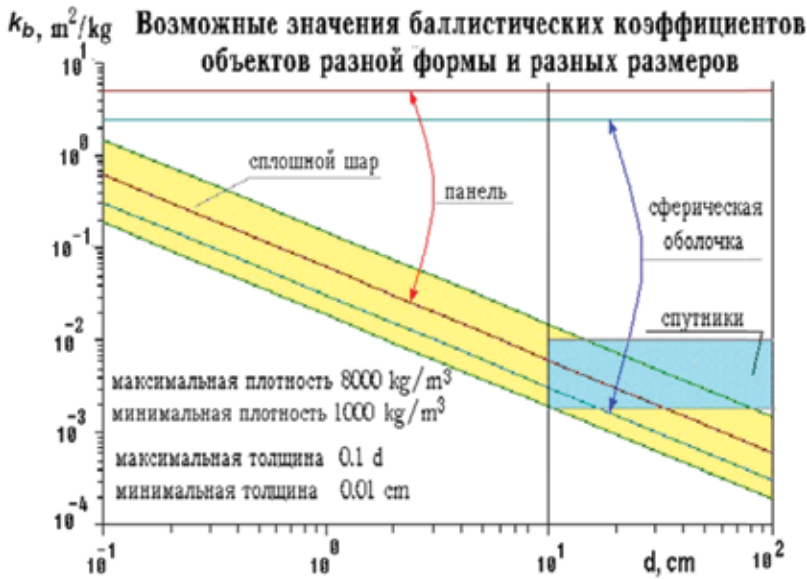


Рис. 9.4. Результаты моделирования значений k_b

По нашему мнению, причина этого не в отсутствии таких объектов в природе, просто на высотах до 800...1000 км они имеют слишком малое время существования — быстро сгорают. На больших высотах сопровождение таких объектов из-за слабого и нерегулярного отражённого сигнала имеет трудности, приводящие к ненадёжному их обнаружению и срывам сопровождения.

Определённая и описанная выше область возможных значений баллистических коэффициентов КО разного размера используется при построении пространственной модели некаталогизированных КО на основе моделирования эволюции их высотного распределения.

§ 9.5

Данные о числе ежегодно образующихся объектов

Традиционный подход к прогнозированию техногенного загрязнения космоса основан на моделировании образования объектов в результате запусков спутников, проведения разного рода технологических операций, а также разрушения объектов. Для этого используются конкретные данные обо всех известных событиях. Для будущего времени моделируются сценарии возможных миссий и аварийных ситуаций.

Развитая в России методика прогнозирования обстановки использует усреднённое описание источников загрязнения — среднее число ежегодно образующихся объектов разного размера на орбитах с различными высотами, эксцентриситетами и наклонениями [Nazarenko, 1998]. В связи с большой априорной неопределённостью данных об источниках загрязнения усреднённый подход является вполне приемлемым. Его основное преимущество в меньшем числе подлежащих уточнению параметров, что особенно важно в условиях малого объёма экспериментальных данных.

В процессе моделирования эволюции каталогизированных объектов высотные распределения ежегодного прироста числа КО по высоте корректируются таким образом, чтобы обеспечивалось согласие модельных и фактических распределений числа каталогизированных КО в разные годы. Учёт изменения числа запусков во времени осуществляется с использованием формулы

$$p(h, t_i)_{new} = p(h)_0 k(t_i). \tag{9.21}$$

В результате построено номинальное распределение ежегодного прироста $p(h)_0$, а также оценка коэффициентов $k(t_i)$, с помощью которых рассчитываются распределения ежегодного прироста в разные годы.

На рис. 9.5 показано нормированное высотное распределение номинального ежегодного прироста числа КО и числа КО в каталоге на разных высотах (конец 2012 г.). Оценка номинального ежегодного прироста КО составила 413 объектов.

Для каждой кривой сумма показанных на рис. 9.5 оценок равна единице. Видно, что на высотах до 1000 км характер распределения различный. При этом доля ежегодного прироста существенно больше доли КО на тех же высотах в каталоге. Этот эффект объясняется влиянием торможения КО в атмосфере. На малых высотах многие КО снизились настолько, что прекратили своё существование.

Значения коэффициента $k(t_i)$ даны в табл. 9.2.

Таблица 9.2. Значение коэффициента $k(t_i)$

Годы	1960–1990	1990–2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
$k(t_i)$	1,0	0,8	5,0	1,5	3,0	2,0	0,8	1,5

Большие значения коэффициента $k(t_i)$ в 2007 и 2009 гг. объясняются уникальными случаями фрагментации КО в эти годы.

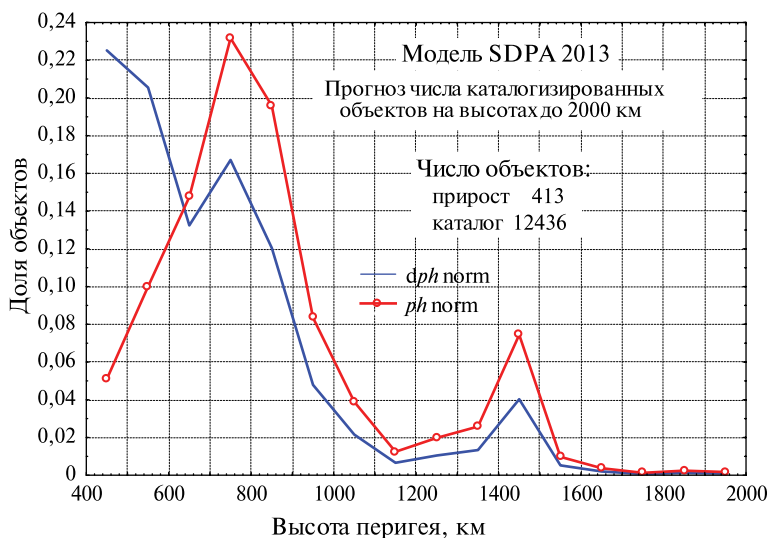


Рис. 9.5. Нормированное высотное распределение

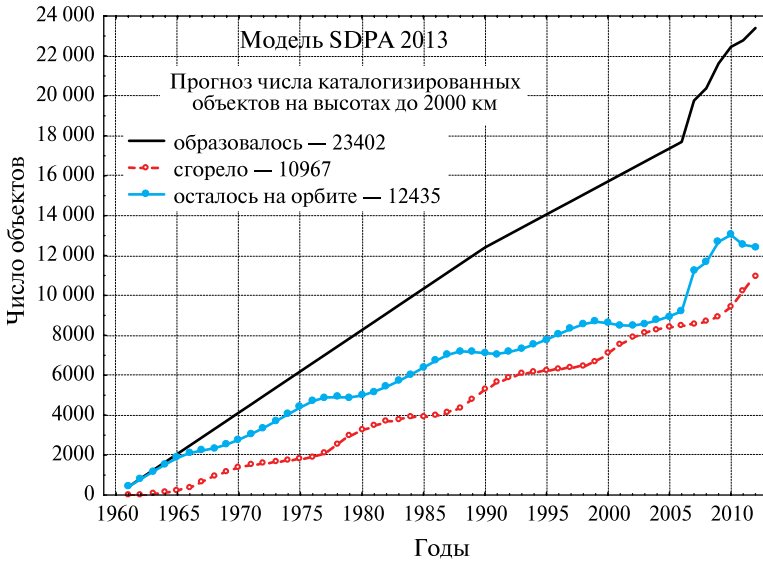


Рис. 9.6. Прогноз числа каталогизированных объектов

На рис. 9.6 показаны результаты моделирования числа каталогизированных КО на интервале времени с 1960 по конец 2012 г. Периодические вариации числа КО объясняются влиянием солнечной активности на их торможение в атмосфере. Рост числа объектов в 2007 и 2009 гг. вызван уникальными случаями фрагментации. На рис. 9.7 представлены соответствующие данные NASA (<http://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/newsletter/newsletter.html>) (Orbital Debris Quarterly News, ODQNv17i1).

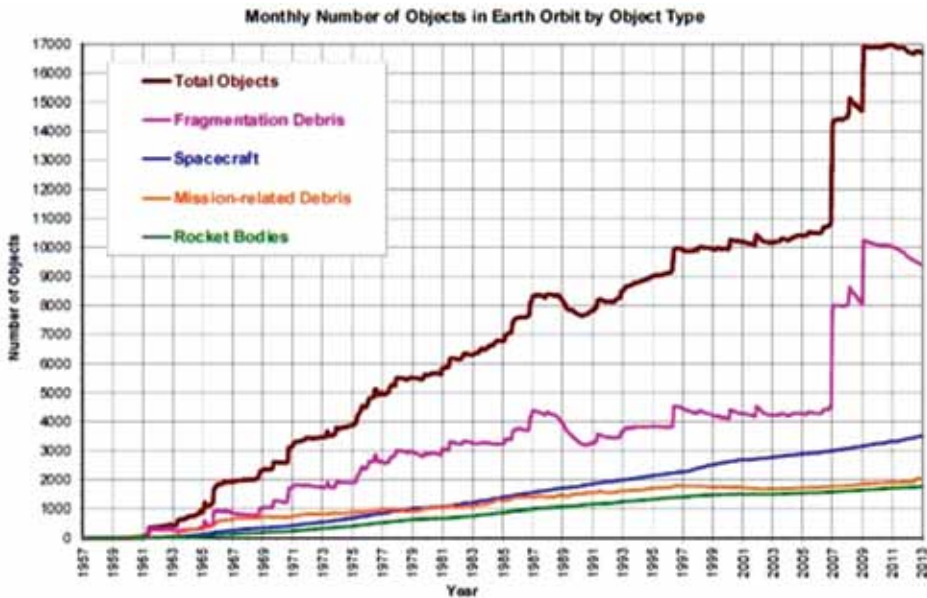
Данные NASA приемлемым образом согласуются с результатами прогноза. Число КО в каталоге несколько больше потому, что включает объекты на разных высотах — вплоть до области GEO.

При прогнозировании обстановки без учёта взаимных столкновений для построения распределений $p(h, t)_{new}$ более мелких (некаталогизированных) объектов используется допущение, что число ежегодно образовавшихся фрагментов размером d_j в $k(d_j)$ раз больше соответствующего числа каталогизированных объектов. Значения коэффициента $k(d_j)$ определены в процессе настройки параметров модели SDPA на предшествующем интервале (табл. 9.3).

Таблица 9.3. Значения коэффициента $k(d_j)$

Размеры КО, см	1...2,5	2,5...5,0	5,0...10	10...20	>20 (кат)
№ диапазона jd	4	5	6	7	8
$k(d_j)$	44	10	3,6	1,4	1,0

Известно, что нижняя граница размеров каталогизированных КО достаточно «размытая». Среднее значение минимального размера КО в каталоге оценено, как 15...17 см. Поэтому применение границы >20 см условное (символическое). В последние годы были обнаружены объекты, которые ранее не удавалось каталогизировать. Это означает, что нижняя граница размеров для диапазона $jd=8$ уменьшилась.



Monthly Number of Cataloged Objects in Earth Orbit by Object Type: This chart displays a summary of all objects in Earth orbit officially cataloged by the U.S. Space Surveillance Network. "Fragmentation debris" includes satellite breakup debris and anomalous event debris, while "mission-related debris" includes all objects dispersed, separated, or released as part of the planned mission.

Рис. 9.7. Данные NASA о росте числа КО в каталоге

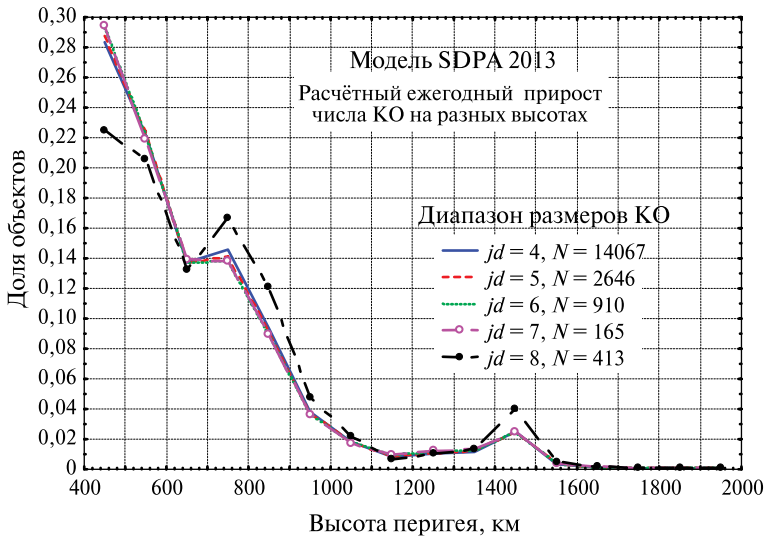


Рис. 9.8. Расчётное распределение ежегодного прироста числа КО

При моделировании фрагментации без учёта столкновений скорость от- деления фрагментов разного размера ($\Delta V(d_j)$) рассчитывается по формуле

$$\Delta V(d_j) = k_{ran} \Delta V_{sum}(m(d_j)), \quad (9.22)$$

где $k_{ran} \in (0, 3; 2, 0)$ — случайная величина; оценка dV_{sum} рассчитывается по некоторой эмпирической формуле. Применяется допущение, что исходная орбита имеет малый эксцентриситет. Направление приращения скорости выбирается с использованием датчика случайных чисел. Затем рассчитываются проекция (ΔV_τ) приращения скорости на направление движения спутника и изменение высоты перигея спутника

$$\Delta h \approx 4a \frac{\Delta V_\tau}{V}, \quad (9.23)$$

где a — большая полуось орбиты; V — скорость спутника.

Изложенная процедура применяется в цикле по высоте перигея. На основе этих результатов и с учётом значений коэффициента $k(d_j)$ строятся гистограммы элементов орбит фрагментов разного размера, которые в дальнейшем используются в правых частях эволюционных уравнений.

На рис. 9.8 показано построенное нормированное расчётное распределение $p(h, jd)_{new}$ объектов разного размера ($jd=4, 5, 6, 7, 8$). Это распределение относится к случаю, когда ежегодно образуется 413 каталогизированных объектов. Их число растёт по мере уменьшения размеров фрагментов. Для частиц размером более 1...2,5 см оно в 33 раза больше соответствующего числа для каталогизированных объектов. Эта оценка несколько меньше данных табл. 9.3, поскольку у части фрагментов перигей снижается настолько, что они сгорают в верхних слоях атмосферы.

На рис. 9.8 видно также, что для всех некаталогизированных КО ($jd < 8$) распределения близки. По сравнению с соответствующим распределением для каталогизированных КО увеличилась доля объектов на малых высотах.

Рассмотренные данные о ежегодном приросте КО *не учитывают вклад взаимных столкновений* в загрязнение ОКП объектами разного размера. Из-за уникальности столкновений каталогизированных объектов такой подход был приемлемым для моделирования эволюции на предшествующем интервале времени. Однако в связи с монотонным ростом количества КМ, а также для долгосрочного прогнозирования обстановки учёт взаимных столкновений объектов разного размера становится необходимым. Методика учёта взаимных столкновений при прогнозе обстановки детально рассмотрена в следующем разделе.

Литература

- [Назаренко, 1993] Назаренко А. И. Моделирование эволюции распределения техногенных частиц и объектов // Проблемы загрязнения космоса (космический мусор): Сб. науч. тр. / Под ред. А. Г. Масевич.; Институт астрономии (Российская академия наук). М.: Косминформ, 1993.
- [Назаренко, Скребушевский, 1981] Назаренко А. И., Скребушевский Б. С. Эволюция и устойчивость спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1981.
- [Охоцимский и др., 1957] Охоцимский Д. Е., Энеев Т. М., Таратынова Г. П. Определение времени существования искусственного спутника Земли и исследование вековых возмущений // Успехи физ. наук. 1957. Т. 63. № 1а. С. 5–32.
- [Чернявский, Назаренко, 1995] Чернявский Г. М., Назаренко А. И. Моделирование загрязнения околоземного пространства // Столкновения в околоземном пространстве. Космический мусор: Сб. науч. тр.; Институт астрономии (Российская академия наук). М.: Космосинформ, 1995.

- [Эльясберг, 1958] *Эльясберг П. Е.* Зависимость вековых изменений элементов орбит от сопротивления воздуха // Искусственные спутники Земли. 1958. Вып. 1. С. 21.
- [Earth's Upper Atmosphere..., 1985] *Earth's Upper Atmosphere. Density Model for Ballistic Support of Flights of Artificial Earth Satellites GOST 25645.115-84.* М.: Publishing House for the Standards, 1985.
- [Eichler, Reynolds, 1995] *Eichler P., Reynolds B.* Mid- and Long-Term Debris Environment Projection using the EVOLVE and CHAIN Models // 46th Intern. Astronautical Congress. Oct. 2–6, 1995, Oslo, Norway.
- [Jacchia, 1970] *Jacchia L. G.* New Static Models of the Thermosphere and Exosphere with Empirical Temperature Profiles, *Smithonian. Astrophys. Report* 313, 1970.
- [King-Hele, 1956] *King-Hele D. G.* The descent of an Earth-satellite through the upper atmosphere // *J. Brit. Interpl. Soc. (Technical Memorandum No. G.W.277)* 1956. V. 15. P. 314.
- [Nazarenko, 1993] *Nazarenko A. I.* Prediction and Analysis of Orbital Debris Environment Evolution // 1st European Conf. Space Debris. Darmstadt, Germany, Apr. 1993.
- [Nazarenko, 1998] *Nazarenko A. I.* Application of average contamination sources for the prediction of space debris environment // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, CA, Feb., 1998. AAS 98-161.
- [Picone et al., 2002] *Picone J. M., Hedin A. E., Drob D. P., Aikin A. C.* NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues // *J. Geophysical Research.* 2002. V. 107(A12). P. 1468. doi: 10.1029/2002JA009430.
- [Reynolds, 1991] *Reynolds B.* Documentation of Program EVOLVE: A Numerical Model to Compute Projections of the Man-Made Orbital Debris Environment. System Planning Corp. Technical Report OD91-002-U-CSP, Feb., 1991.
- [Reynolds, Matney, 1996] *Reynolds R., Matney M.* The Comparison of EVOLVE Predictions with debris Environment Measurements // 13th Inter-Agency Space Debris Coordination Meeting. ESA/ESOC, Darmstadt, 28 Feb. – 1 Mar., 1996.

Раздел 10

УЧЁТ ВЗАИМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ ОБЪЕКТОВ РАЗНОГО РАЗМЕРА ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ОБСТАНОВКИ

Введение

Основы методики построения пространственного распределения вероятности и других характеристик возможных столкновений [Nazarenko, 2002] состоят в следующем. Для оценки числа столкновений (N) КА сферической формы с площадью сечения F с мелкими частицами КМ используется дифференциальное уравнение

$$\frac{dN}{dt} = F\rho(t)\hat{V}_{rel}(t), \quad (10.1)$$

где $\rho(t)$ — концентрация частиц; $\hat{V}_{rel}(t)$ — скорость столкновения. Входящие в правую часть функции $\rho(t)$ и $\hat{V}_{rel}(t)$ могут сильно меняться в пределах одного витка (в зависимости от широты и высоты точки), но обычно мало отличаются на разных витках, поскольку общий уровень техногенного загрязнения в течение года меняется медленно (на несколько процентов). Поэтому интегрирование уравнения (10.1) целесообразно выполнять на интервале одного витка (T). В результате получим оценку числа столкновений в единицу времени:

$$\frac{N(t_0, t_0 + T)}{T} = F \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} \rho(t)\hat{V}_{rel}(t) dt = FQ(t_0). \quad (10.2)$$

Это полный поток частиц через поверхность КА с площадью сечения F . В известной литературе широко применяется понятие удельного потока Q (*англ.* cross-sectional area flux), которое имеет смысл потока через поверхность КА с единичной площадью сечения. В выражении (10.2) эта величина обозначена как $Q(t_0)$.

Учитывается возможность взаимных столкновений объектов, относящихся к разным по размеру группам — крупным (каталогизированным), средним (1...20 см), более мелким (например, 0,1...1 см) и т.д. Концентрация частиц размером больше произвольного значения d выражается в виде произведения некоторого безразмерного коэффициента $k(d)$ на концентрацию частиц размером больше заданной величины d_0 :

$$\rho(d, t) = k(d)\rho(d_0, t). \quad (10.3)$$

Принимается, что коэффициент $k(d)$ не зависит от времени. Из соотношения (10.3) очевидно, что приращение концентрации частиц в интервале размеров $(d, d + dd)$ будет равно

$$d\rho(d, t) = -dk(d)\rho(d_0, t). \quad (10.4)$$

Обозначим производную коэффициента $k(d)$ как $f(d) = dk(d)/dd$. Тогда концентрация частиц размером в диапазоне (d_1, d_2) может быть выражена следующим образом:

$$\rho(d_1, d_2, t) = - \int_{d_1}^{d_2} f(d) dd \rho(d_0, t) = [k(d_1) - k(d_2)] \rho(d_0, t). \quad (10.5)$$

Обобщением выражения (10.2) для этого случая будет соотношение

$$\frac{N(D, d_1, d_2)}{T} = \left[-\frac{\pi}{4} \int_d (D+d)^2 f(d) dd \right] Q(d_0, t_0), \quad (10.6)$$

где D — диаметр спутника.

Удобство применения аппроксимации (10.2) проявляется в независимости от времени выражения в квадратных скобках. Поэтому нет необходимости вычислять интеграл в квадратных скобках на каждом шаге интегрирования по времени. Его достаточно вычислить один раз.

$$F_d = \left[-\frac{\pi}{4} \int_{d_1}^{d_2} (D+d)^2 f(d) dd \right]. \quad (10.7)$$

С использованием этого обозначения число столкновений рассматриваемых КО на интервале T может быть записано так:

$$N(D, d_1, d_2) = F_d T Q(d_0, t). \quad (10.8)$$

Стоящий в правой части удельный поток $Q(d_0, t)$ вычисляется в соответствии с интегралом (10.2). При этом в качестве концентрации используется $\rho(d_0, t)$ частиц размером больше заданной величины d_0 . В качестве величины d_0 удобно выбрать нижнюю границу размеров каталогизированных объектов. Она составляет примерно 20 см. В этом случае $Q(d_0, t)$ — это удельный поток каталогизированных КО относительно некоторого объекта.

Таким образом для заданного спутника (размером D) получена оценка числа столкновений $N(D, d_1, d_2)$ со всеми другими КО, имеющими размер в интервале (d_1, d_2) . Для перехода от оценки $N(D, d_1, d_2)$ к оценке среднего числа столкновений группы объектов размером в диапазоне (D_1, D_2) , которые находятся в некоторой высотной области $(h, h + \Delta h)$, со всеми КО размером (d_1, d_2) (эта оценка обозначена как $N(h, h + \Delta h)_{Dd}$) необходимо просуммировать оценки $N(D, d_1, d_2)$ для всех КО этого размера, находящихся в данном высотном диапазоне. При достаточно малом Δh все оценки $Q(d_0, t)$ можно считать одинаковыми. В результате получим:

$$N(h, h + \Delta h)_{Dd} = \left[\sum_j F_d(D_j) \right] T Q(d_0, t_0). \quad (10.9)$$

В квадратных скобках суммирование значений F_d , вычисленных в соответствии с выражением (7), ведётся по всем КО с размерами в диапазоне (D_1, D_2) , у которых высоты находятся в диапазоне $(h, h + \Delta h)$. Выражение в квадратных скобках можно записать несколько иначе, если ввести в рассмотрение общее число объектов $n(D > D_j)$ размером $(D > D_j)$ и функциональную зависимость числа объектов от их размеров, аналогичную соотношению (10.3)

$$n(D_j > D) = k(D) n(h, h + \Delta h)_{cat}, \quad (10.10)$$

где функция $k(D)$ — та же, что использована в выражении (10.3); $n(h, h + \Delta h)_{cat}$ — число каталогизированных объектов в диапазоне высот $(h, h + \Delta h)$.

На основе выражения (10.10) легко определить число объектов, имеющих размеры в интервале $(D, D + dD)$. Оно равно $k(D)dDn(h, h + \Delta h)_{cat}$. С учётом изложенного суммирование в (10.9) заменяется интегралом. В результате получим

$$\left[\sum_j F_d(D_j) \right] \approx \left[\frac{\pi}{4} \int_{D_1}^{D_2} \int_{d_1}^{d_2} (D+d)^2 f(d) dd f(D) dD \right] n(h, h + \Delta h)_{cat}. \quad (10.11)$$

В правой части выражение в квадратных скобках обозначим как F_{Dd} . В результате выражение (10.9) примет вид

$$N(h, h + \Delta h)_{Dd} = F_{Dd} n(h, h + \Delta h)_{cat} TQ(d_0, t_0), \quad (10.12)$$

где F_{Dd} вычисляется по формуле

$$F_{Dd} = \left[\frac{\pi}{4} \int_{D_1}^{D_2} \int_{d_1}^{d_2} (D+d)^2 f(d) dd f(D) dD \right]. \quad (10.13)$$

Выражение (10.12) характеризует пространственное распределение вероятности (среднего числа) столкновений.

В приведённом ниже примере все КО размером больше 0,1 см разбиты по размерам на 10 групп. Минимальные размеры объектов в каждой из групп равны:

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_j, \text{м}$	0,001	0,002	0,005	0,010	0,022	0,046	0,100	0,200	2,5	10

Результаты расчётов площади F_{Dd} приведены в табл. 10.1.

Таблица 10.1. Матрица значений F_{Dd} для КО разного размера, м²

j/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	275,28	109,70	55,43	29,25	43,68	67,95	58,60	3092,00	12363,000
2	109,73	32,69	12,84	5,64	7,67	11,38	9,59	496,84	1982,70
3	55,43	12,84	3,80	1,27	1,47	2,00	1,60	80,06	318,26
4	29,25	5,64	1,27	0,30	0,27	0,30	0,22	9,97	39,26
5	43,68	7,67	1,47	0,27	0,18	0,16	0,09	3,66	14,16
6	67,95	11,38	2,00	0,30	0,16	0,10	0,05	1,39	5,16
7	58,60	9,59	1,60	0,22	0,09	0,05	0,02	0,30	1,03
8	3092,00	496,80	80,06	9,97	3,66	1,39	0,30	1,11	2,08
9	12363,000	1982,00	318,26	39,26	14,16	5,16	1,03	2,08	1,72

Из табл. 10.1 видно, что при уменьшении рассматриваемых размеров КО число столкновений увеличивается на несколько порядков — как внутри группы, так и между группами.

Из выражения (10.12) очевидно, что общее число столкновений объектов 8-й и 9-й групп между собой за один год равно произведению величины

$$\bar{\bar{F}} = F_{8+9} = \frac{F_{88} + F_{89} + F_{98} + F_{99}}{2} = \frac{1,11 + 2 \times 2,08 + 1,72}{2} = 3,49 \text{ м}^2$$

и суммы

$$Sum = \sum_j S(h_j) = \sum_j n(h_j, h_j + \Delta h)_{cat} Q(d_0, t_0)_j. \quad (10.14)$$

В табл. 10.2 приведены значения $\bar{\bar{F}}_{Dd}$ для КО разных диапазонов размеров. Напомним, что эта величина есть сумма всех компонентов матрицы F_{Dd} при $d \geq d_j$, делённая на 2.

Таблица 10.2. Оценка $\bar{\bar{F}}_{Dd}$ для КО разных диапазонов

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\bar{\bar{F}}, \text{ м}^2$	18988	3029	486,6	79,79	29,63	11,47	4,83	3,49	0,86

Общее число столкновений N_{Sum} объектов разного размера равно произведению величин $\bar{\bar{F}}$ и Sum :

$$N_{sum} = \bar{\bar{F}} Sum. \quad (10.15)$$

В табл. 10.3 приведены значения N_{Sum} (среднего числа ожидаемых столкновений за 1 год) для КО разного размера в 2000 г. [Nazarenko, 2002]. Эти данные ещё раз свидетельствуют о том, что число (вероятность) взаимных столкновений очень сильно зависит от размеров КО. В частности, при уменьшении размеров от 10 см ($j=7$) до 0,1 см ($j=1$), т.е. на два порядка, число взаимных столкновений увеличивается в 4000 раз. Для частиц размером более 0,1 см получена оценка 200 столкновений в год. В конце 1990-х гг. вероятность столкновения каталогизированных КО составляла 0,038 в год, т.е. в среднем одно столкновение происходило в среднем за 27,5 лет.

Таблица 10.3. Оценки среднего числа ожидаемых столкновений в год

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N_{Sum}	203	324	5,20	0,854	0,317	0,123	0,052	0,038	0,009

§ 10.1

Проблема учёта столкновений при прогнозе обстановки

Корректное решение этой задачи представляется исключительно сложной проблемой. Основные трудности обусловлены случайным характером столкновений, их зависимостью от большого числа факторов, характеристики которых меняются во времени, и отсутствием достоверной модели оценки последствий столкновений.

В табл. 10.4 приведены характеристики КО, учитываемые при взаимных столкновениях. Минимальный размер сталкивающихся объектов принят рав-

ным 1,0 см. КО разбиты по размерам и оценке доли соответствующего размера («доля в группе»).

Таблица 10.4. Характеристики КО, учитываемые при взаимных столкновениях

	Группы								
	1, некаталогизированные КО				2, каталогизированные КО				
Диапазон, см	1...2,5	2,5...5	5...10	10...20	20...50	50...100	100...250	250...500	>500
d среднее	1,6	2,7	7,0	14	31	70	160	350	700
Доля $p(d)$	0,7310	0,1662	0,0598	0,0265	0,0066	0,0033	0,0026	0,0039	0,0001
Доля в группе	0,9835				0,0165				
$d kd(d)$	44,303	10,072	3,624	1,606	1				
$kd(\geq d)$	60,605	16,302	6,230	2,606	1				

Здесь сумма оценок $p(d)$ равна единице. Среди объектов рассмотренных размеров доля каталогизированных КО составляет всего 1,65 %. Остальные 98,35 % — некаталогизированные КО, имеющие размеры в диапазоне 1...20 см; $d kd(d)$ — отношение числа КО этого диапазона размеров к числу каталогизированных КО; $kd(\geq d)$ — отношение числа КО размером, не менее заданного, к числу каталогизированных КО.

На последних сессиях IADC рассматривались результаты исследования последствий столкновений каталогизированных объектов на загрязнение ОКП [IADC report..., 2010]. Столкновения более мелких объектов не рассматривались. Автор полагает, что это объясняется двумя причинами:

- существующие модели фрагментации в недостаточной степени приспособлены к учёту многообразных условий столкновений;
- большое число некаталогизированных объектов (миллионы) вызывает большие методические и вычислительные трудности моделирования столкновений.

§ 10.2

Модель фрагментации

В основу модели фрагментации положено известное соотношение [Kessler, Cour-Palais, 1978; Sdunnus, Klinkrad, 1993] для числа образующихся частиц с массой более m :

$$N(> m) = A \left(\frac{m}{M} \right)^B. \quad (10.16)$$

При катастрофическом столкновении $M = m_1 + m_2$ — масса сталкивающихся объектов.

В процессе анализа выявлен ряд некорректностей известных моделей:

- обнаружена ошибка в известной формуле для определения массы максимального фрагмента $m_{\max} = M(1+B)/(-B)$, правильная формула имеет вид

$$m_{\max} = \frac{M(1+B)}{1+B \left(m_{\min} / m_{\max} \right)^{B+1}}; \quad (10.17)$$

- отсутствует обоснование выбора минимального размера фрагментов;
- формула для определения выделившейся при столкновении энергии частный случай более общей формулы, применимой для различных условий столкновений [Nazarenko, 2002]

$$u = \frac{U}{M} = \frac{1}{2} k_1 k_2 V_{imp}^2, \quad (10.18)$$

где $k_1 = m_1/M$; $k_2 = m_2/M$.

При расчёте энергии, необходимой для образования фрагмента, имеющего площадь поверхности разрушения S_j , используем допущение, что эта энергия пропорциональна площади поверхности разрушения, т. е.

$$u_j = S_j g, \quad (10.19)$$

где g — некоторая константа, которая зависит от материала фрагмента.

Алгоритм расчёта на модели последствий столкновения, учитывающий оценку выделенной энергии (u), состоит из следующих операций:

- вычисляются максимальная масса и размер фрагментов;
- организуется цикл по возможным (дискретным) значениям размеров фрагментов (d_j), начиная с самого крупного фрагмента;
- для каждого размера фрагментов в диапазоне (d_j, d_{j+1}) вычисляются значения средней площади поверхности разрушения S_j , объёма и значение массы m_j . При этом используются допущения о возможной форме фрагментов и их удельном весе. Применяется случайный выбор этих параметров (метод Монте-Карло);
- вычисляется оценка (10.19);
- на основе модели вида (10.16) вычисляется число фрагментов N_j в рассматриваемом диапазоне размеров;
- вычисляется энергия $S(u_j) = u_j N_j$, необходимая для образования всех фрагментов размером (d_j, d_{j+1});
- в цикле по уменьшающимся размерам фрагментов суммируются оценки $Sum(u_j) = Sum(u_{j-1}) + S(u_j)$;
- цикл прекращается при выполнении условия $Sum(u_j) \geq u$.

Последний размер фрагментов d_j и есть наименьший, возможный при заданной величине выделившейся при столкновении энергии (u).

Приведённый алгоритм был применён для адаптивного определения параметра g , который используется в формуле (10.19) для расчёта затрат энергии на фрагментацию. В результате определялось значение параметра g , обеспечивающее согласие результатов моделирования с данными эксперимента [Tsuruda et al., 2006]. Результаты применения адаптивного уточнения параметра g показаны на рис. 10.1. Левая граница размеров фрагментов (~2 мм) соответствует равенству выделившейся энергии (u) и затратам энергии на фрагментацию (красная кривая). Количество фрагментов размером больше 2 мм оказалось близким к 1500.

Левее указанной границы размеров фрагменты не образуются. Соответствующий участок кривой $N(>d) = f[\log(d)]$ окрашен в синий цвет. Это как раз тот диапазон, для которого по данным эксперимента число фрагментов не увеличивалось по мере уменьшения их размеров.

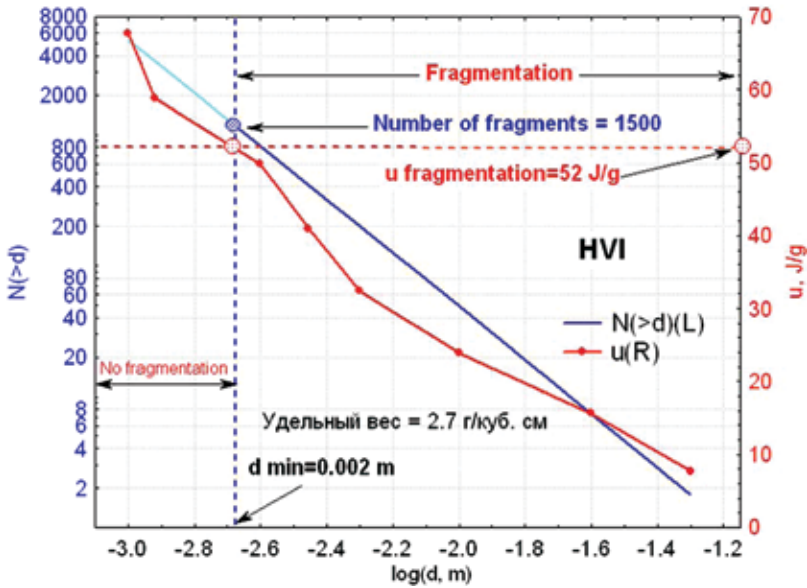


Рис. 10.1. Моделирование высокоскоростного столкновения (HVI)

Выполнена коррекция модели фрагментации КА на основе данных о столкновении КА «Космос-2251» и Iridium 33. В частности, были определены параметры алгоритма для учёта многообразия форм фрагментов и скорости их разлёта. Оценена доля выделившейся при столкновении энергии ($k_v = 0,1$), которая тратится на приращение скорости фрагментов

$$\Delta V = k_v \frac{u}{V}. \quad (10.20)$$

Принятие решения, является ли данное столкновение катастрофическим или нет, осуществляется следующим образом. На основе данных о размерах ударника и цели вычисляются значения минимальной удельной энергии u_1 и u_2 , необходимой для фрагментации соответственно ударника и цели. Не катастрофическим считается столкновение, для которого выполняются условия $(0,9u < u_2)$ и $(0,9u > u_1)$. В этом случае разрушается только ударник.

§ 10.3 Методика

Алгоритм расчёта усреднённых последствий столкновений состоит из нескольких операций [Назаренко, 2013; Nazarenko, 2002].

- выбираются два объекта разного размера;
- выбирается высота столкновения в диапазоне высот 400...2000 км (с шагом 100 км), и возможный угол θ между направлениями векторов скорости объектов (в диапазоне 0...360° с шагом 2°);
- последствия столкновений рассчитываются путём обращения к стандартному программному модулю фрагментации и усредняются с учётом всех возможных основных влияющих факторов (случайных обстоятельств).

При этом учитываются вероятности $p(h)$ — столкновения на заданной высоте и $p(\theta)$ — при данном угле θ между скоростями, а также $p(d_1)$ и $p(d_2)$ — доли объектов данного размера, и $p(d, A/m)$ — вероятности того, что объект данного размера будет иметь такой баллистический коэффициент.

Вероятность столкновения объектов в каком-либо высотном слое пропорциональна квадрату концентрации объектов в этом слое. Такое распределение показано на рис. 10.2, данные относятся к началу 2012 г. Видно, что наиболее ожидаемым районом столкновений будет диапазон 700...1000 км. В нём происходит 82 % всех столкновений.

Выходные данные — распределение $p(d, h)_{new}$ числа ежегодно образующихся фрагментов разного размера по высоте. При этом используется сетка разбиения фрагментов по размерам с минимальным размером 1 мм.

Особенность применения изложенного алгоритма по сравнению с предшествующим моделированием последствий столкновений [Назаренко, 2013] — существенное расширение диапазона размеров сталкивающихся объектов. В связи с этим, а также для удобства сравнения с предшествующими результатами, все возможные столкновения разбиты на типы (группы):

- 1) взаимные столкновения КО в диапазоне размеров 1...20 см;
- 2) взаимные столкновения каталогизированных КО размером более 20 см;
- 3) столкновения КО в диапазоне размеров 1...20 см с каталогизированными КО размером более 20 см.

В результате моделирования последствий столкновений для всех трёх типов были определены вероятности возможных столкновений в каждой группе. Они представлены в табл. 10.5.

Таблица 10.5. Вероятность столкновений разных типов

№ группы, i	1	2	3
Вероятность, P_i	0,967272	0,000269	0,032259

Сумма вероятностей равна 1,0. Важная особенность этих оценок в том, что *вероятность взаимных столкновений некаталогизированных КО размером 1...20 см приблизительно в 3600 раз больше вероятности взаимных столкновений каталогизированных КО.*

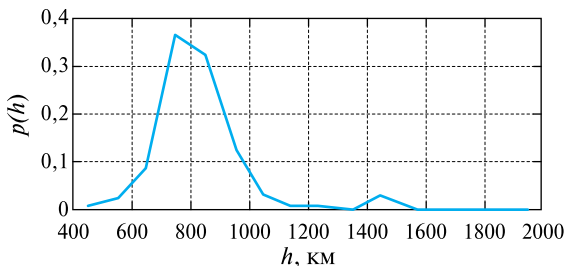


Рис. 10.2. Вероятность столкновения в высотном слое в предположении, что она пропорциональна квадрату концентрации

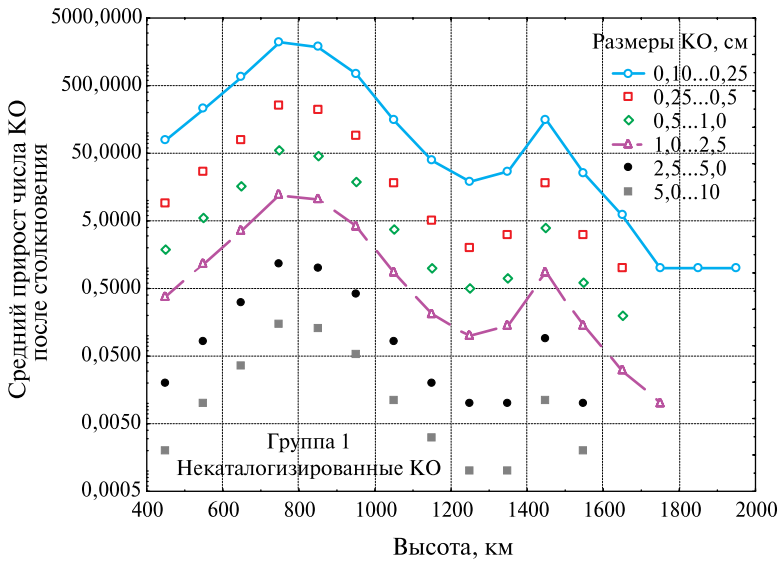


Рис. 10.3. Прирост числа объектов при столкновениях КО из 1-й группы (2012)

В процессе применения алгоритма результаты относились к той или иной группе. Построено три распределения $p(d, h)_{new i}$, относящихся к этим группам. Эти распределения получены при условии, что произошло одно столкновение КО размером более 1 см.

Для примера на рис. 10.3 приведено распределение $p(d, h)_{new}$ для последних столкновений 1-го типа.

Испытания модели фрагментации проводились на основе сравнения результатов расчёта, полученных с использованием новой модели и модели, разработанной в 2010 г. Установлено, что модели отличаются только минимальными размерами фрагментов. По модели 2012 г. минимальный размер в 100 раз больший. Это стало следствием учёта затрат энергии на разрушение. Такое же отличие имеет место при сравнении результатов моделирования с тестовым примером НАСА [Krisko, 1998] для катастрофических столкновений.

§ 10.4 Результаты моделирования

Пусть вероятность столкновений каталогизированных КО в единицу времени равна некоторому значению P_{cat} . Сравним для примера число фрагментов размером 0,10...0,25 см, которое образуется на высоте 700...800 км, при условии, что на интервале времени $1/P_{cat}$ произошло одно столкновение каталогизированных КО. На этом же интервале ожидаемое число столкновений 1-го типа будет в $P_1/P_2 = 3600$ раз большим, а столкновений 3-го типа — в $P_3/P_2 = 120$ раз большим. Соответствующие оценки приведены в табл. 10.6.

Видно, что «вклад» в образование мелких фрагментов столкновений 1-го и 3-го типа намного больше «вклада» 2-го типа (соответственно в 9,1 раз и на 60 %).

Таблица 10.6. Число фрагментов размером 0,10...0,25 см на высоте 700...800 км, которое образуется на интервале $1/P_{cat}$ (при одном столкновении каталогизированных КО)

Тип столкновений, i	1	2	3
Число фрагментов, N_i	$7,90 \cdot 10^6$	$0,87 \cdot 10^6$	$1,39 \cdot 10^6$
Отношение N_i/N_2	9,1	1,0	1,6

Методика расчёта вероятности столкновений P_{cat} дана в работах [Назаренко, 2013; Nazarenko, 2002].

Среднее число столкновений N_{col} объектов разного размера в единицу времени равно произведению

$$N_{col} = \bar{F}_{Dd} \left[0,5 \sum_j n(h_j, h_j + \Delta h) \bar{Q}(h_j) \right]. \quad (10.21)$$

Множитель 0,5 применяется для того, чтобы взаимные столкновения не учитывать два раза. При малых значениях $N_{col} \ll 1$ эту величину можно трактовать как вероятность столкновений. В общем случае она имеет смысл среднего числа столкновений в единицу времени.

Для каталогизированных КО используемые в формуле (10.21) величины определяются следующим образом: \bar{F}_{Dd} — оценка средней площади двух сталкивающихся каталогизированных КО; в работе [Назаренко, 2002] для каталогизированных КО $\bar{F}_{Dd} = 3,49 \text{ м}^2$; $n(h, h + \Delta h)$ — число каталогизированных объектов в диапазоне высот $(h, h + \Delta h)$; $\bar{Q}(h_j) = \bar{\rho}(h_j) \bar{V}_{rel}(h_j)$ — среднее значение плотности потока на заданной высоте, равное произведению средней концентрации на среднее значение относительной скорости.

В результате на начало 2012 г. по данным каталога (13 100 объектов), получена оценка:

$$P_{cat} = N_{col} = 0,218 \text{ столкновений в год.} \quad (10.22)$$

В процессе прогнозирования обстановки эта вероятность (среднее число столкновений) меняется. Для её вычисления в произвольный момент времени удобно воспользоваться приближенным соотношением

$$N_{col}(t) = N_{col}(t_0) \frac{\left[\sum_j n(h_j, h_j + \Delta h) \bar{Q}(h_j) \right](t)}{\left[\sum_j n(h_j, h_j + \Delta h) \bar{Q}(h_j) \right](t_0)} \approx N_{col}(t_0) \left[\frac{\rho(h, t)}{\rho(h, t_0)} \right]^2. \quad (10.23)$$

Выбирается высота, где концентрация будет максимальной. На рис. 10.2 она находится в диапазоне 700...900 км.

Рассмотрим, как определяется вероятность столкновения для некаталогизированных КО. Для этого целесообразно воспользоваться приведённой в табл. 1 вероятностью столкновения КО разных типов (из разных групп), полученной при условии одного столкновения КО размером больше 1 см, и оценкой (10.7) вероятности столкновения каталогизированных КО. Из этого следует, что средние числа столкновений объектов 1-го и 3-го типа за год в начальный момент t_0 равны:

$$N_{col}^{(1)}(t_0) = P_{cat} \frac{P_1}{P_2} = 783, \quad (10.24)$$

$$N_{col}^{(3)}(t_0) = P_{cat} \frac{P_3}{P_2} = 26. \quad (10.25)$$

Для оценки вклада последствий столкновений в уровень загрязнения ОКП мелкими фрагментами был выполнен прогноз обстановки с 1990 по 2010 г.

В табл. 10.7 приведена оценка числа объектов в диапазоне высот 400...2000 км в исходный момент времени, а также в 2010 г. Прогноз выполнен в предположении, что в интервале времени с 1990 по 2010 г. единственным источником образования космического мусора была фрагментация КО в результате взаимных столкновений. Во второй строке табл. 10.7 представлены результаты прогноза обстановки с 1990 по 2010 г. с учётом взаимных столкновений объектов размером больше 1 см, в третьей — соответствующие данные модели SDPA за 2010 г., а в последней — отношение прогнозных и модельных оценок после 2010 г.

Таблица 10.7. Число объектов разного размера

	Номер диапазона и соответствующие размеры КО, см							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	0,1...0,25	0,25...0,5	0,5...1,0	1,0...2,5	2,5...5,0	5,0...10	10...20	>20
Модель, 1990 г.	$76,75 \cdot 10^6$	$5,66 \cdot 10^6$	975 000	144 500	28 000	8960	2830	5320
Прогноз, 2010 г.	$597,0 \cdot 10^6$	$67,7 \cdot 10^6$	$14,6 \cdot 10^6$	$3,3 \cdot 10^6$	352 000	59 800	6350	5110
Модель, 2010 г.	$193,6 \cdot 10^6$	$14,5 \cdot 10^6$	$2,45 \cdot 10^6$	367 000	71 150	22600	7060	13 120
Отношение	3,1	4,7	5,9	9,0	5,1	2,6	0,90	0,39

Полученные результаты оказались довольно неожиданными. Они свидетельствуют об очень сильном влиянии взаимных столкновений на засорённость ОКП фрагментами размером 0,1...5,0 см. По сравнению с оценками модели SDPA за 2010 г. прогнозное число фрагментов указанного размера оказалось в 5–9 раз больше.

Для объектов размером 10...20 см прогнозные и модельные оценки согласуются достаточно хорошо. Для каталогизированных КО (размером более 20 см) они оказались в 2,5 раза меньшими. Этот результат — естественное следствие малой вероятности взаимных столкновений каталогизированных КО, а также большим вкладом запусков новых КА и непредвиденными их разрушениями, которые не учитывались при прогнозе обстановки.

В табл. 10.8 дана оценка среднего числа взаимных столкновений по трём их типам на интервале прогноза.

Таблица 10.8. Среднее число взаимных столкновений во временном интервале прогноза

Номер типа (группы)	1	2	3
Число столкновений	2330	0,65	78

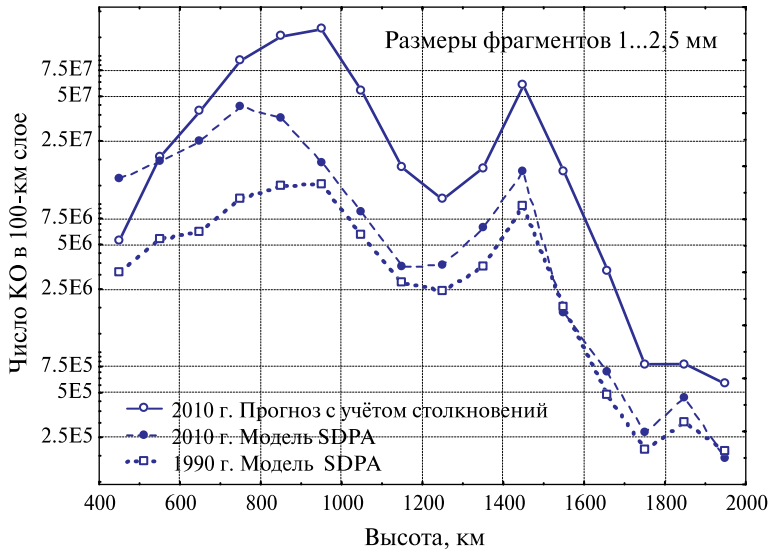


Рис. 10.4. Сравнение высотного распределения фрагментов размером 1,0...2,5 мм

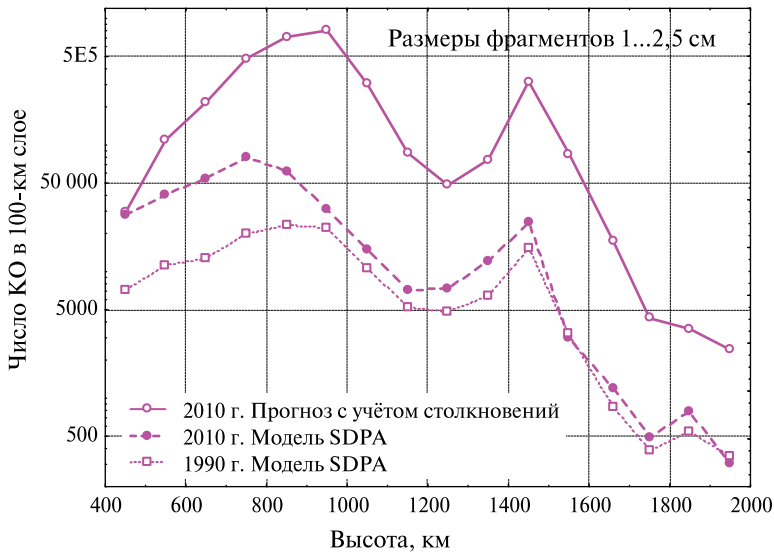


Рис. 10.5. Сравнение высотного распределения фрагментов размером 1,0...2,5 см

Напомним, что к 1-й группе относятся взаимные столкновения объектов размером 1...20 см. Ожидаемое число такого рода столкновений с 1990 по 2010 г. превысило 2000.

Для наглядного представления о вкладе взаимных столкновений на рис. 10.4 и 10.5 показано высотное распределение фрагментов с размерами 1...2,5 мм и 1...2,5 см, соответствующие рассмотренным выше вариантам.

На рис. 10.4 и 10.5 видно, что наибольшие отличия результатов прогноза от модельных данных имеют место в диапазоне высот 700...1100 км, где оценки числа фрагментов отличаются в 10 раз, что объясняется естественным

следствием максимальной концентрации КО на этих высотах. Кроме того, видно ослабление влияния торможения в атмосфере по мере роста высоты. На малых высотах фрагменты сильно тормозятся и быстро сгорают. На больших высотах это процесс идёт намного медленнее. Поэтому там наблюдается накопление фрагментов.

Комментарий

Данные о высотном распределении фрагментов столкновений, а именно большое их количество на высотах более 700 км, не согласуются с модельными данными. Возможное объяснение этого факта заключается в практическом отсутствии измерений мелких фрагментов КМ на этих высотах. Поэтому в моделях этот результат не нашёл отражения. Кроме того, во всех моделях КМ данный источник образования фрагментов малого размера не рассматривался.

На рис. 10.6 дан типичный пример изменения числа мелких фрагментов столкновений на временном интервале прогноза — число образовавшихся фрагментов, сгоревших и оставшихся в ОКП. Видно, что ежегодно образовывалось $\sim 30\,000\,000$ фрагментов размером 1,0...2,5 мм. В результате влияния торможения в атмосфере $\sim 10\%$ из них сгорело. Вариации числа сгоревших объектов объясняются изменением интенсивности торможения в связи с 11-летним циклом солнечной активности.

Полученные результаты полезно сравнить с показанными на рис. 10.7, где представлена обобщённая оценка потока КО разного размера, построенная на основе измерений характеристик КМ [Technical Report..., 1999].

Показаны области, где были выполнены измерения. Характерная особенность полученных результатов — монотонный рост числа объектов по мере уменьшения их размеров. Полученная зависимость выделена зелёной пунктирной линией.

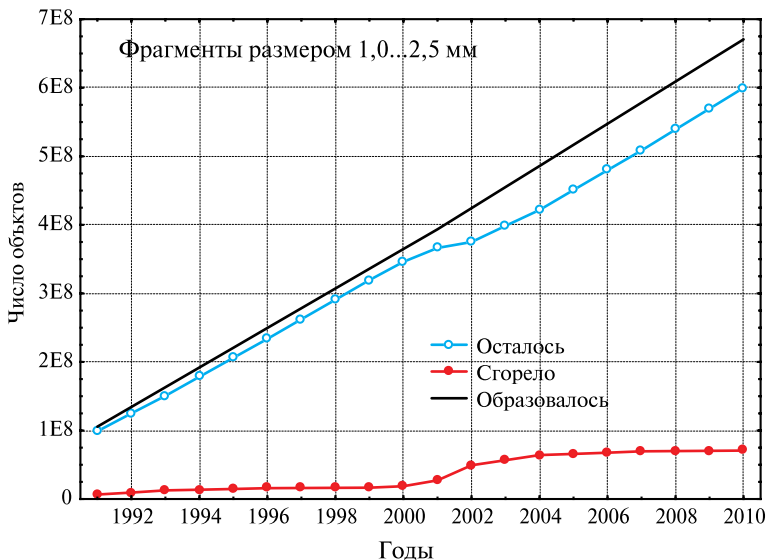


Рис. 10.6. Изменение числа фрагментов размером 1...2,5 мм на интервале прогноза

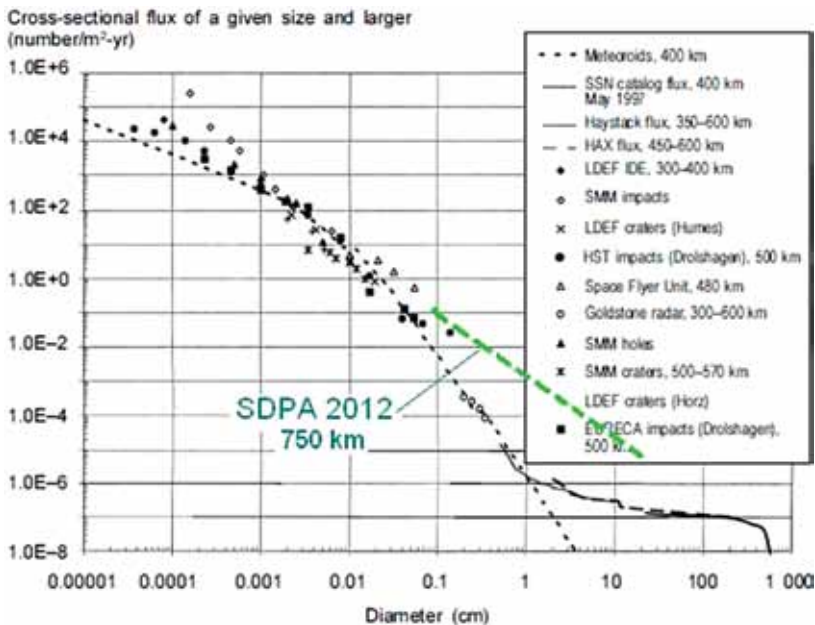


Рис. 10.7. Характеристики потока КМ по данным различных источников и обобщённая оценка потока КО с учётом взаимных столкновений

Максимальное отличие этой оценки от данных радиолокационных измерений — 10-кратное. При этом надо иметь в виду, что измерения проводились на относительно небольших высотах и были получены до 2000 г. Поэтому согласие полученных оценок с обобщёнными данными об измерениях потока следует считать приемлемым.

Таким образом, основной источник образования мелких фрагментов — взаимные столкновения некаталогизированных объектов. Вклад этого источника в образование КМ размером 1...10 мм на порядок больше вклада взаимных столкновений каталогизированных КО.

Литература

- [Назаренко, 2013] Назаренко А. И. Прогноз засорённости околоземного космического пространства на 200 лет и синдром Кесслера. [Электрон. текст]. Режим доступа: <http://www.satmotion.ru/ru/basic/pdf/prediction%20200.pdf>.
- [Krisko, 1998] Krisko P. Proper Implementation of the 1998 NASA Breakup Model // Orbital Debris Quarterly News (ODQN). 1998. V. 15. P. 4.
- [Technical Report..., 1999] Technical Report on Space Debris. United Nations. New York, 1999. 46 p.
- [IADC report..., 2010] IADC Report AI 27.1 “Stability of the Future LEO Environment” Status Review // 8th IADC Meeting 9–12 Mar., 2010, Thiruvananthapuram, India
- [Nazarenko, 2002] Nazarenko A. I. The solution of Applied Problems Using the Space Debris Prediction and Analysis Model. Chapter 4 // Space Debris. Hazard Evaluation and Mitigation / Ed. N. N. Smirnov. Taylor and Francis Inc. 2002.

-
- [Kessler, Cour-Palais, 1978] *Kessler D. J., Cour-Palais B. G.* Collision Frequency of Artificial Satellites: The Creation of Debris Belt // *J. Geophysical Research*. 1978. V. 83. N. A6.
- [Sdunnus, Klinkrad, 1993] *Sdunnus H., Klinkrad H.* An Introduction to the ESA Reference Model for Space Debris and Meteoroids // 1st European Conf. Space Debris. ESA SD-01. 1993.
- [Tsuruda et al., 2006] *Tsuruda Y., Hanada T.* et al. Comparison between New Impact Test Results and the NASA Standard Breakup Model // 57th Intern. Astronautical Congress (IAC-06). Valencia, Spain, Oct. 2–6, 2006. Paper B6.3.8.

Раздел 11

ОЦЕНКА ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА ОТНОСИТЕЛЬНО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Введение

Проблема столкновения КО искусственного происхождения относительно новая. Она стала актуальной и привлекла внимание большого числа специалистов в разных странах только в последние годы. В настоящее время это направление находится в стадии интенсивного развития.

Всё множество применяемых к оценке столкновений КО подходов можно разбить на две большие группы: детерминированные и стохастические. Детерминированный подход уместен, когда известны параметры движения и размеры сближающихся космических объектов. В этом случае на основе использования алгоритмов прогнозирования движения ищется точка максимального сближения пары объектов. Если минимальное расстояние между объектами оказывается соизмеримым с их размерами, то возникает опасность столкновения. Однако в большинстве случаев погрешность определения положения объектов в точке максимального сближения существенно больше размеров КО. Поэтому вероятность столкновения оказывается маленькой. Если она превышает величину $1.0E-4$ – $1.0E-5$, то для предотвращения предполагаемого столкновения возможно принятие решения о манёвре КА. Число прецедентов такого рода не превышает нескольких случаев в год.

Методика расчёта минимального сближения каталогизированных КО разработана в конце 1960-х гг. Она, в частности, использовалась в России в экспериментах по наблюдению КО экипажами пилотируемых орбитальных станций. Эта методика весьма трудоёмкая и требует существенных затрат машинного времени, так как связана с многократным обращением к алгоритму прогнозирования движения КО.

Типичный пример расчёта вероятности столкновения на основе расчёта сближения приведён в работе [Khutorovsky, Kamensky, 1993]. Авторы назвали свой подход «прямым методом». На трудоёмкость и сложность его реализации указывает следующее: поиск сближающихся в течение суток пар объектов при интервале сближения 50 с требует «пропустить» через комплексную вычислительную процедуру 10^{11} пар КО. Для каждой пары сближающихся объектов с учётом точности элементов их орбит и размеров объектов рассчитывается вероятность столкновения. Характерная особенность этого расчёта в том, что вероятность относится только к конкретному сближению.

Таблица 11.1. Число сближений за один день

ΔR , км	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	2,0	3,0
Число сближений	0,75	3,0	4,6	11,9	47,7	190	426

Комментарий

Приведённая оценка опубликована в 1993 г. За прошедшие 20 лет уровень загрязнения ОКП увеличился многократно. Поэтому в настоящее время трудоёмкость применения «прямого метода» увеличилась на порядок.

В табл. 11.1 приведена гистограмма минимальных расстояний между всеми каталогизированными КО из работы [Khutorovsky, Kamensky, 1993]. Видно, что сближения на расстоянии менее 100 м относительно редкие.

Использование данных о сближении для расчёта вероятности столкновения некоторого объекта с другими КО связано с развитием статистических методов оценки характеристик столкновений. Необходимость их применения становится тем более очевидной, когда речь идёт о некаталогизированных КО и будущих моментах времени, т. е. когда необходимые начальные условия для прогноза сближения отсутствуют.

Типичным примером оценки опасности столкновения КО на основе статистического подхода можно назвать методику Д. Кесслера [Kessler, 1990, 1991]. Среднее число столкновений определяется по формуле

$$N = S\rho V_{rel}\Delta t, \quad (11.1)$$

где S — сечение объекта; ρ — средняя концентрация; V_{rel} — средняя относительная скорость двух КО; Δt — интервал времени.

Зависимость (11.1) широко применяется для оценки опасности столкновения. Естественно, что результаты расчётов в значительной степени определяются тем, насколько удачно задаётся оценка концентрации и средней скорости сближения. Дальнейшее развитие статистического подхода связано не только с необходимостью уточнения такой оценки, но и учётом разнообразия направлений возможного столкновения, а также конструкции (формы) КА.

Рассмотрим эту проблему более подробно, начиная с простейшей постановки задачи определения числа столкновений некоторого объекта с движущимися частицами. Путём постепенного усложнения постановки задачи постараемся приблизиться к приемлемому описанию реальной картины.

§ 11.1

Развитие методики оценки вероятности столкновения

Рассмотрим несколько простых примеров [Назаренко, 1994].

1. Простейшая схема (рис. 11.1а). Объект неподвижен, скорость движущихся относительно него частиц постоянна по величине и направлению. Пример такой задачи — определение числа частиц града, упавшего на заданную поверхность в единицу времени.

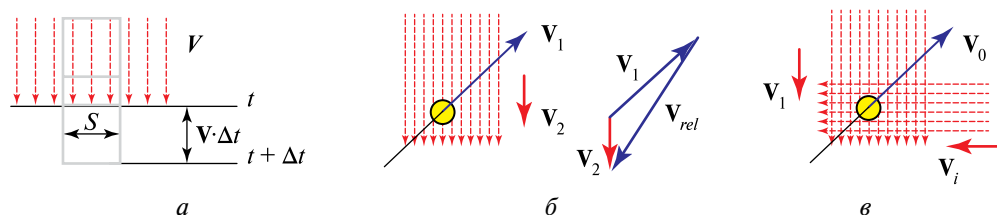


Рис. 11.1. Различные схемы потока частиц относительно объекта: а — неподвижный объект, одно направление потока; б — подвижный объект, одно направление потока; в — подвижный объект, несколько направлений потока

Обозначим площадь объекта S , а скорость падающих на него частиц V . Очевидно, что при концентрации частиц ρ за интервал времени Δt на площадку упадёт $\Delta N = S\rho V\Delta t$ частиц. Скорость прироста среднего числа упавших частиц будет равна

$$\frac{dN}{dt} = S\rho V. \quad (11.2)$$

Здесь $Q = \rho V$ — удельный поток.

2. Скорость частиц постоянна по времени и направлению, но объект движется (рис. 11.2б). В отличие от предыдущего случая для расчёта числа столкновений с помощью формулы (11.2) должна использоваться не абсолютная скорость частиц, а относительная — $V_{rel} = V_2 - V_1$.

3. Усложним предыдущую постановку. Будем считать, что имеется несколько (конечное число) направлений движения частиц (рис. 11.1в). Скорость каждого из этих направлений имеет постоянную величину и постоянное направление. Удельный поток частиц i -го направления обозначим как $Q_i = \rho_i V_{rel,i}$. Сумма всех потоков даст суммарную оценку удельного потока в данной точке пространства. Аналогично, общее число столкновений объекта будет равно сумме числа столкновений с частицами разных потоков

$$\frac{dN}{dt} = S \sum_i \rho_i V_{rel,i}. \quad (11.3)$$

Здесь использовано допущение о постоянстве площади сечения S для каждого из направлений подлёта объектов к данному КА. В общем случае это допущение справедливо только для шара.

4. Примем число возможных направлений потоков частиц бесконечным. Каждое из направлений в трёхмерном пространстве определяется двумя углами: азимутом A и углом места B . Концентрацию частиц каждого из направлений в общем случае будем характеризовать непрерывной плотностью распределения $p(A, B)$. Для более компактной записи формул будем учитывать только зависимость плотности распределения от азимута A . Такое упрощение не считается существенным, так как, во-первых, всегда можно легко перейти к более полной записи формул с учётом двух аргументов и, во-вторых, основной поток космических объектов расположен в достаточно малой окрестности горизонтальной плоскости. Это следствие малого эксцентриситета подавляющего числа КО. С учётом изложенного концентрация объектов в заданной точке пространства в секторе, ограниченном значениями азимута A_i и $A_i + \Delta A$, будет равна

$$\rho_i = \rho p(A_i) \Delta A. \quad (11.4)$$

После подстановки этого значения в выражение (11.3) получим

$$\frac{dN}{dt} = S\rho \sum_i p(A_i) V_{rel}(A_i) \Delta A. \quad (11.5)$$

Это выражение используется при вычислении числа столкновений N , когда непрерывное распределение $p(A)$ реализуется в виде дискретной гисто-

граммы, содержащей множество значений $p(A)\Delta A$. Для корректного аналитического представления формулы (11.5) в непрерывном случае необходимо сумму заменить интегралом и будем иметь

$$\frac{dN}{dt} = S\rho \int_{A=0}^{2\pi} p(A)V_{rel}(A) dA. \quad (11.6)$$

5. Развивая далее постановку задачи, учтём переменность характеристик потока объектов в различных точках траектории полёта рассматриваемого КА. В материалах разд. 7 и 8 было показано, что и концентрация объектов ρ , и их азимутальное распределение $p(A)$ очень сильно зависят от высоты и широты КА. В частности, при изменении широты концентрация объектов может измениться в несколько раз, а азимутальное распределение — от сильно «изрезанного» (на экваторе) до равномерного (над полюсами Земли).

Так как при интегрировании уравнений движения КА высота и широта точки, где он находится, это функции времени, то учёт переменности характеристик потока объектов легко осуществляется на основе уравнения (11.6) путём учёта времени t во всех входящих в правую часть переменных величинах. В результате можем записать

$$\frac{dN}{dt} = S\rho(t) \int_{A=0}^{2\pi} p(t, A)V_{rel}(t, A) dA. \quad (11.7)$$

Входящая в правую часть этого выражения величина

$$Q(t) = \rho(t) \int_{A=0}^{2\pi} p(t, A)V_{rel}(t, A) dA \quad (11.8)$$

имеет смысл удельного относительного потока объектов в данной точке орбиты, интеграл — средней относительной скорости КО. Из выражения (11.8) следует, что величина

$$\Delta Q(t, A) = \rho(t)p(t, A)V_{rel}(t, A)\Delta A \quad (11.9)$$

имеет смысл удельного потока объектов через азимутальный сектор $(A, A + \Delta A)$ в текущей точке траектории. Суммирование и усреднение этой оценки на интервале одного витка будет основой построения закона распределения величины и направления относительной скорости.

Характерная особенность изложенной методики в том, что она, с одной стороны, детально учитывает переменность потока КО как функцию элементов орбит рассматриваемого КА и его положения в ОКП и, с другой, позволяет на основе полученных формул достаточно просто рассчитать среднее ожидаемое число столкновений КА с КМ и статистические характеристики относительной скорости.

Возможность достаточно простого применения изложенной методики для практических расчётов характеристик столкновения КА с КМ основана на условии, что входящие в правую часть выражения (11.7) переменные функции $\rho(t)$, $p(t, A)$ и $V(t, A)$ известны. Методика и некоторые результаты построения этих величин изложены в материалах разд. 7 и 8.

Переменные, входящие в правую часть выражения (11.7), это почтипериодические функции. Основная входящая в них составляющая имеет период, равный периоду обращения КА. Долгопериодическая и вековая составляющие связаны с медленной эволюцией элементов его орбиты и медленным изменением степени загрязнения ОКП техногенными объектами. В связи с этим имеет смысл проводить усреднение потока КО через единичное сечение за один виток (за период времени, равный периоду КА T). Среднее значение вычисляется по формуле

$$\bar{Q} = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \rho(t) \int_{A=0}^{2\pi} p(t, A) V_{rel}(t, A) dA dt. \quad (11.10)$$

Если среднее значение потока \bar{Q} определено, то достаточно точную оценку числа столкновений КА с КМ на большом временном интервале $t - t_0$ можно вычислить по очень простой формуле, которая аналогична формуле (11.1)

$$N = S\bar{Q}(t - t_0). \quad (11.11)$$

Для удобства проведения инженерных расчётов на основе формулы (11.11) имеет смысл организовать вычисление среднего удельного потока \bar{Q} для различных типов КА, для КМ разного размера, а также для текущего и будущих моментов времени.

Все изложенные способы расчёта ожидаемого среднего числа столкновений объекта с частицами основаны на предположении, что эти частицы мелкие, т.е. их размеры намного меньше размеров рассматриваемого объекта. Это допущение отражено в приведённых выше формулах тем, что в них входит только средняя площадь сечения объекта S . Для учёта размеров частиц (если они соизмеримы с размерами объекта) необходимо дальнейшее уточнение методики.

6. Примем, что КМ может иметь разные размеры, в том числе такие, которыми пренебречь нельзя. Возможные размеры частиц будем характеризовать плотностью распределения $p(d)$ их среднего диаметра d . Учёт $p(d)$ позволяет внести в уравнение (11.7) изменения, обеспечивающие учёт переменнойности размеров частиц. Средний диаметр рассматриваемого КА обозначим D . В результате получим

$$\frac{dN}{dt} = \left[\frac{\pi}{4} \int_d (D + d)^2 p(d) dd \right] \rho(t) \int_{A=0}^{2\pi} p(t, A) V_{rel}(t, A) dA. \quad (11.12)$$

Здесь выражение в квадратных скобках имеет смысл суммарной расчётной площади КА и рассматриваемого КМ. В остальном это выражение совпадает с соотношением (11.7). Идея использования суммы $D + d$ в качестве основного параметра, влияющего на вероятность столкновения объектов разного размера, используется в ряде работ [Хуторовский и др., 1995; Khutorgovsky, Kamensky, 1993]. Такой учёт оправдан в тех случаях, когда допустима аппроксимация формы сталкивающихся частиц сферой. В противном случае, если форма сечений КА при подлёте к нему с разных направлений сильно ме-

няется, например при наличии больших солнечных батарей, требуется дальнейшее усложнение методики. Эта проблема ещё требует своего решения.

Для расчёта вероятности (P) хотя бы одного столкновения при известном N во многих работах рекомендуется применять распределение Пуассона

$$P(N) = 1 - \exp(-N). \quad (11.13)$$

Однако очевидно, что при малом $N \ll 1$ значение вероятности мало отличается от N , т. е. $P \approx N$. В этом случае нет необходимости использовать формулу (11.13). Можно принять, что вероятность столкновения равна среднему числу ожидаемых столкновений N . При $N > 1$ также нет большого смысла в применении формулы (11.13), так как с увеличением N вероятность P стремится к 1. Это означает, что данная формула приспособлена к расчёту только одного столкновения, что не будет корректным при оценке столкновения с мелкими техногенными частицами, число которых очень велико и на значительных временных интервалах создаёт угрозу многих столкновений. Таким образом, и в этом случае более объективную оценку даёт сама величина N .

7. При решении ряда прикладных задач необходимо знать статистическое распределение направлений относительной скорости $pV_{rel}(Az)$. Здесь угол между вектором относительной скорости и вектором скорости КА обозначен как Az . Этот угол легко определяется на основе данных о соответствующих векторах (рис. 11.2).

Угол Az зависит от угла A_j и направления вектора скорости КА в данной точке. Возможный диапазон значений этого угла ($0 \dots 360^\circ$) разбивается на n секторов (в модели SDPA $n = 180$). Дискретное статистическое распределение $pV_{rel}(Az)$ определяется на основе соотношения

$$pV_{rel}(Az_j) = \frac{1}{k_{\max}} \sum_{k=1}^{k_{\max}} p(t, A_j)_k, \quad (11.14)$$

где k_{\max} — число случаев попадания направления вектора относительной скорости в сектор ($Az_j \pm \pi/n$).

Аналогично определяется усреднённая зависимость величины относительной скорости от её направления $V_{rel}(Az_j) = \frac{1}{k_{\max}} \sum_{k=1}^{k_{\max}} V_{rel}(t, Az_j)_k$.

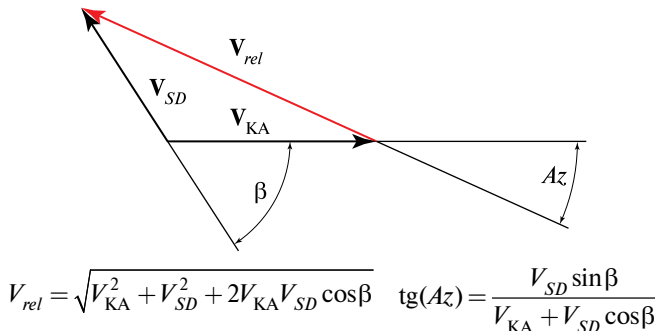


Рис. 11.2. Определение угла между вектором относительной скорости и вектором скорости КА

Распределение $pV_{rel}(Az_j)$ удовлетворяет соотношению $\sum_{j=1}^n pV_{rel}(Az_j) = 1$.

Среднее значение относительной скорости определяется как

$$\bar{V}_{rel} = \sum_{j=1}^n V_{rel}(Az_j) pV_{rel}(Az_j). \quad (11.15)$$

Рассмотренное распределение возможного направления относительной скорости и соответствующее её среднее значение характерны тем, что они построены на множестве частиц КМ. Произведение среднего значения относительной скорости и средней концентрации объектов ($\bar{\rho}$) позволяет просто определить оценку плотности потока частиц данного вида относительно КА: $\bar{Q}_{\Sigma} = \bar{\rho} \bar{V}_{rel}$.

При оценке последствий возможных столкновений КА, в частности при расчёте вероятности пробоя стенок КА, корректным будет усреднение на множестве возможных столкновений. Поэтому для такого типа прикладных задач распределение $pV_{rel}(Az_j)$ не вполне пригодно. Оно не учитывает разный «вклад» частиц в вероятность столкновения, который пропорционален значению относительной скорости. Необходимое для таких случаев статистическое распределение направления возможного столкновения может быть определено следующим образом:

$$pQ_{rel}(Az) = \frac{V_{rel}(Az) pV_{rel}(Az)}{\int V_{rel}(Az) pV_{rel}(Az) dAz}. \quad (11.16)$$

Соответствующее значение средней скорости столкновения будет равно

$$\bar{V}_Q = \sum_{j=1}^n V_{rel}(Az_j) pQ_{rel}(Az_j). \quad (11.17)$$

§ 11.2

Примеры расчётов

Определение средних значений скорости в известных моделях не единообразное. В модели ORDEM 2000 выходной характеристикой берётся некая средняя скорость, смысл которой строго не определён. Модель MASTER'99 вообще не содержит эту характеристику в качестве выходной информации. В модели SDPA рассчитываются оба вида распределений и соответствующие оценки средней скорости. В табл. 11.2 приведены выходные данные моделей ORDEM 2000 и SDPA 2000 об относительной скорости и скорости столкновения. Элементы круговой орбиты КА — высота 400 км, наклонение 51,6°. На рис. 11.3 показано распределение $pV_{rel}(Az)$ и $pQ_{rel}(Az)$, а также зависимость $V_{rel}(Az)$, рассчитанные по модели SDPA.

Приведённые оценки представляются весьма важными. Они свидетельствуют о существенных различиях определения относительной скорости, связанных с областью усреднения, которые составляют 27...37%. В модели ORDEM 2000 усреднение проводится, по-видимому, на множестве частиц КМ, а в модели SDPA 2000 — на обоих множествах (частиц и возможных

столкновений). Видно также, что в распределении $pQ_{rel}(Az)$ доля столкновений, близких к «лобовым», — намного больше, чем в распределении $pV_{rel}(Az)$.

Таблица 11.2. Оценки средней скорости столкновений (\bar{V}_Q) и средней относительной скорости (\bar{V}_{rel}) (км/с)

Модели и оценки		Размеры космического мусора		
		>1 мм	>1 см	>10 см
ORDEM 2000	\bar{V}_Q	—	—	—
	\bar{V}_{rel}	7,74	7,77	7,69
SDPA 2000	\bar{V}_Q	10,56	10,55	10,55
	\bar{V}_{rel}	8,30	8,29	8,29

В табл. 11.3 представлены данные о средней скорости столкновения КА с КМ на разных орбитах, отличающихся высотой и наклоном. Зависимость от размеров частиц не приведена, так как она проявляется слабо.

Таблица 11.3. Оценки средней скорости столкновений

Наклонение, град	Средняя относительная скорость (км/с) на различных высотах (км)					
	400	600	800	1000	1200	1400
55	10,8	10,7	10,6	10,9	11,2	11,2
65	11,3	11,2	11,1	11,7	11,6	11,5
75	12,2	12,2	12,1	12,0	12,4	12,3
85	12,5	12,4	12,3	12,9	12,8	12,7
95	13,2	13,1	13,0	12,7	12,6	12,6

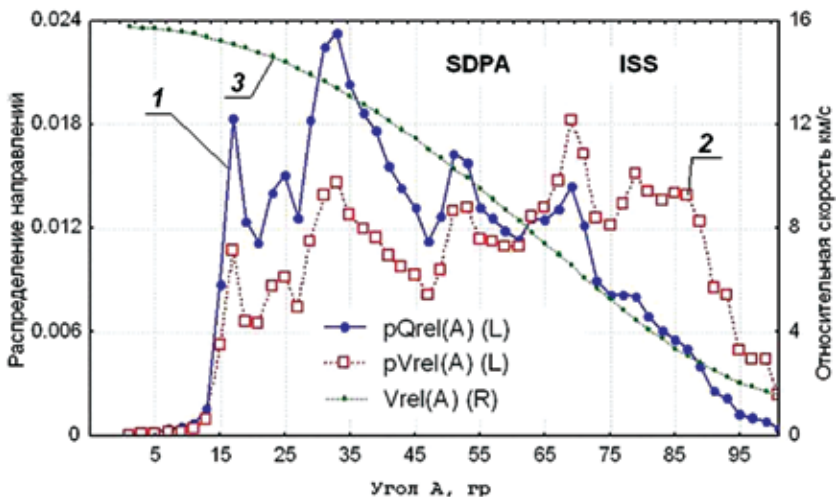


Рис. 11.3. Статистические распределения: 1 — скорости возможных столкновений; 2 — относительной скорости (левая шкала); 3 — зависимость относительной скорости от её направления (правая шкала)

Из табл. 11.3 видно, что величина средней скорости возможного столкновения меняется в пределах 10,8...13,2 км/с в зависимости от h и i . Наибольшее влияние на эту оценку оказывает наклонение. Остальные факторы незначительные.

На рис. 11.4 и 11.5 показано распределение величины и направления скорости возможного столкновения для КА с высотой 950 км и наклонениями 55, 75 и 95°. Направление столкновения характеризуется отклонением (по часовой стрелке) вектора относительной скорости приближающегося КО от направления движения КА. Как видно на рис. 11.4, при увеличении наклонения КА увеличивается доля возможных столкновений с КО на встречных курсах («лобовых» столкновений). Это находит отражение в распределении величины скорости столкновения (см. рис. 11.5): относительная доля случаев с большими скоростями растёт.

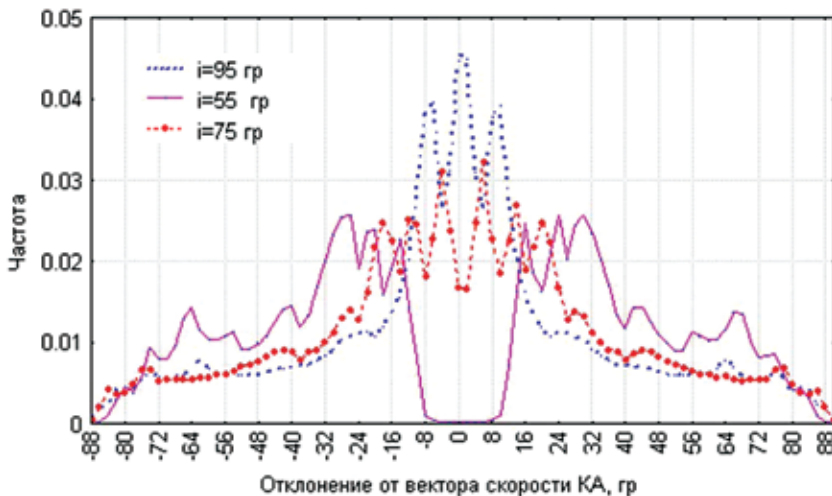


Рис. 11.4. Распределение направления относительной скорости

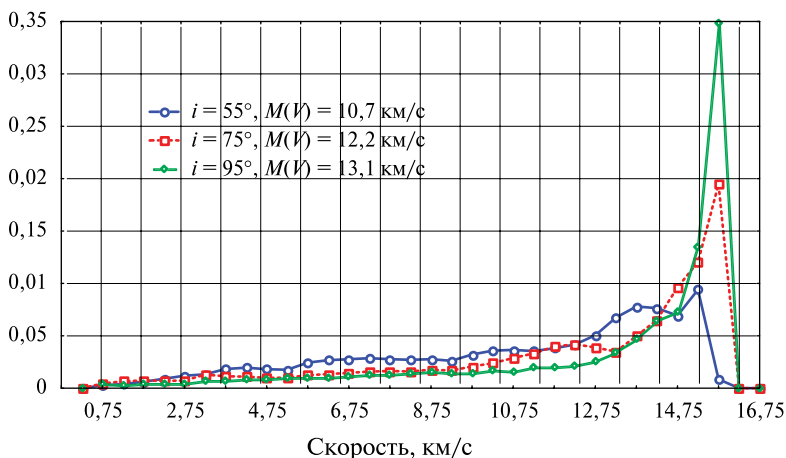


Рис. 11.5. Распределение величины относительной скорости

Приведённые данные отражают общую закономерность распределения величины и направления скорости столкновения. В то же время следует отметить, что они не исчерпывают всего многообразия возможных условий взаимодействия КА с частицами КМ. Для эллиптических орбит характер рассматриваемых распределений сильно меняется — появляется асимметрия возможного направления столкновения, высота и аргумент перигея орбиты становятся существенными влияющими факторами. Поэтому для более детального анализа условий возможного столкновения необходимо проводить расчёты на модели.

§ 11.3

Учёт формы и ориентации космических аппаратов

Рассмотрим обобщение изложенной методики оценки среднего числа столкновения КА с мелким КМ на случай, когда форма КА отличается от сферической [Назаренко, 1996; Чернявский, Назаренко, 1995; Nazarenko, 1994b, 1995]. Применим используемый в аэродинамике способ учёта формы КА. Разобьём всю внешнюю поверхность КА (F) на элементарные участки площадью dF . Общий поток КМ через такую площадку будет складываться из потоков частиц с разным направлением относительной скорости (угол Az). Введём в рассмотрение угол β между внешней нормалью к площадке и произвольным направлением вектора относительной скорости набегающего потока КМ. Тогда общий поток частиц через элементарную площадку будет равен

$$\frac{dN}{dt} = dQ(dF) = dF \rho(t) \int_{Az} \cos \beta(Az) p(t, Az) V_{rel}(t, Az) dAz. \quad (11.18)$$

При определении потока КМ через внешнюю поверхность КА в подынтегральное выражение должны входить только такие слагаемые, для которых $\cos \beta > 0$.

Суммирование потока (11.18) по всем элементарным площадкам даст искомую оценку потока КМ через поверхность рассматриваемого КА. Соответствующее уравнение примет вид

$$\frac{dN}{dt} = Q = \int_F dQ(dF) = \rho(t) \int_F \int_{Az} \cos \beta p(t, Az) V_{rel}(t, Az) dAz dF. \quad (11.19)$$

Здесь интеграл в правой части берётся по всей поверхности КА. Условием получения правильной оценки суммарного потока будет отсутствие затенений внешней поверхности. Формально это условие означает, что на поверхности имеется некий элемент, внешнее направление потока к которому пересекается с другим элементом поверхности данного аппарата.

По аналогии с выражением (11.8) представим суммарный поток Q в виде произведения характерной площади S , плотности $\rho(t)$, средней скорости столкновения в данной точке и некоего коэффициента C_N . Получим

$$\frac{dN}{dt} = Q = C_N S \rho(t) \bar{V}_{rel}(t). \quad (11.20)$$

В соответствии с (11.19) и (11.20) коэффициент C_N определяется выражением

$$C_N = \frac{Q}{S\rho\bar{V}_{rel}} = \frac{\int \int_A \cos\beta(A) p(t, A) V_{rel}(t, A) dA dF}{S \int_A p(t, A) V_{rel}(t, A) dA}. \quad (11.21)$$

Коэффициент C_N безразмерный. Он учитывает форму КА. В частном случае для КА сферической формы и при $S = \pi R^2$ значение этого коэффициента равно единице. Таким образом, выражение (11.20) по сути — обобщение формулы (11.7), учитывающее влияние формы КА на число столкновений с КМ.

По аналогии с применяемым в аэродинамике подходом, для удобства проведения простых инженерных расчётов на основе формулы (11.20) имеет смысл вычислить коэффициент C_N и средние значения относительной скорости КМ для различных условий полёта КА. Так как средние значения более стабильные по сравнению с мгновенными, создаётся возможность их предварительного определения для достаточно широких условий и табуляции.

Как видно из выражения (11.21) значения коэффициента C_N зависят от распределения направлений встречного потока частиц космического мусора $p(t, Az)$ и возможных значений скорости столкновений $V_{rel}(t, Az)$. Для КМ характер этих зависимостей существенно отличается от аналогов в аэродинамике. Принципиально отличаются направления встречного потока частиц техногенного мусора. Их распределение плоское и «сильно изрезанное». Кроме того, оно сильно зависит от широты: на экваторе совпадает с распределением наклона, а над полюсами равномерное. Примеры этого распределения показаны на рис. 11.6.

Таким образом, аналогия между аэродинамикой и оценкой опасности столкновения КА разной формы с техногенным космическим мусором не полная. Имеется ряд существенных различий, которые вызывают необходимость проведения специальных исследований и расчётов для оценки влияния формы КА на опасность столкновения.

Для решения этой задачи разработана специальная программа. Рассмотрим для примера четыре типовые формы элементов конструкции КА: цилиндр, конус, панель и полусфера. При заданных элементах орбиты уравнение (11.19) интегрируется в пределах одного витка. Поверхность типового элемента разбивается на элементарные площадки. Для каждой из них с учётом всех возможных направлений набегающего потока частиц определяется вероятность столкновения и строится гистограмма косинуса угла отклонения вектора относительной скорости от нормали к поверхности. Суммарные данные определяются интегрированием по всем элементарным площадкам.

Рассмотрим более подробно способ задания формы и ориентации типовых блоков.

Форма задаётся с помощью признаков соответственно для цилиндра, конуса, панели и полусферы.

Размеры цилиндра характеризуются диаметром и длиной, конуса — большим диаметром, длиной и малым диаметром, панели — её площадью, а полусферы — диаметром.

Ориентация задаётся с помощью двух углов A и B в подвижной связанной с КА декартовой системе координат. Направим ось Ox по радиус-вектору,

а ось OY — в плоскости обиты в направлении движения (по тангенциальной составляющей скорости). Ось OZ дополняет систему до правой.

Угол A — аналог азимута, он отсчитывается в горизонтальной плоскости (YOZ) по часовой стрелке от оси OZ . Угол B — аналог угла места, это угол между задаваемым направлением и горизонтальной плоскостью. Для цилиндра, конуса и полусферы задаётся ориентация оси, а для плоского элемента — ориентация нормали к поверхности. Все эти углы показаны на рис. 11.7.

Для детального анализа взаимодействия потока частиц с поверхностью типового элемента необходимо задавать координату произвольной элементарной площадки его поверхности. В частности, это необходимо для всех неплоских форм, так как в этом случае для разных участков поверхности характеристики потоков частиц будут разными. Это задание осуществляется с помощью угла φ (см. рис. 11.6), который характеризует положение образующей тела вращения (цилиндра, конуса или полусферы) по отношению к линии пересечения заднего торца и горизонтальной плоскости (ось y_1). При исходной ориентации типового элемента ($A=0$, $B=0$) ось y_1 совпадает с осью OY . При произвольной она смещена по отношению к оси OY на угол A .

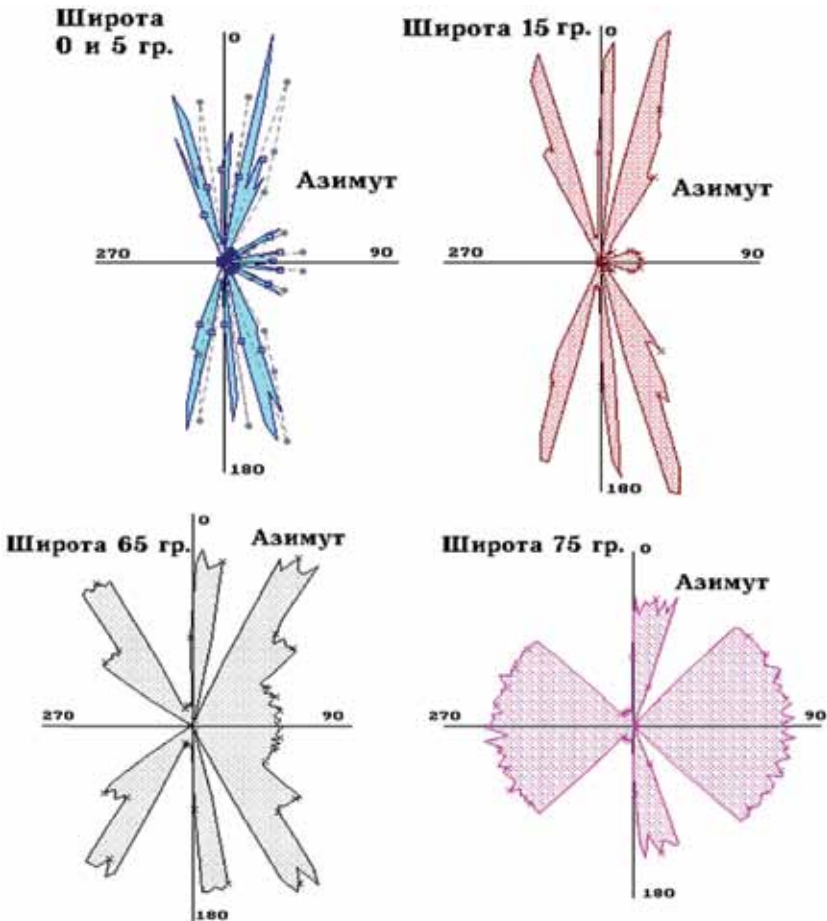


Рис. 11.6. Угловое распределение потока частиц на разных широтах: 0; 5; 35; 65 и 75°

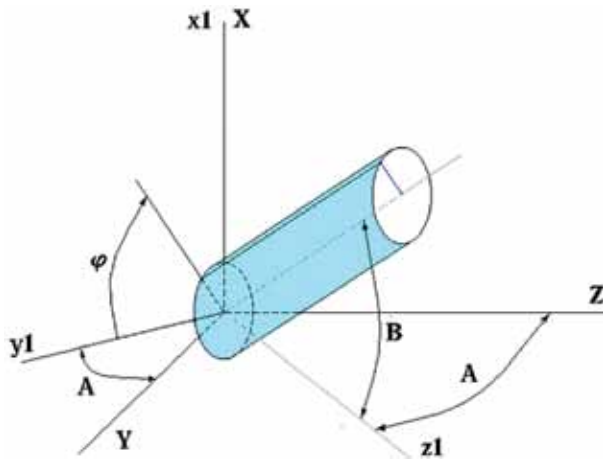


Рис. 11.7. Задание ориентации типовых элементов конструкции КА

Для типовых элементов в виде тела вращения расчёт параметров их столкновений с КМ ведётся *только для соответствующих внешних поверхностей*. Торцевые поверхности не рассматриваются. При необходимости их надо задавать в виде отдельных плоских элементов.

Рассмотрим на примере орбиты станции «Мир» результаты расчёта характеристик потока частиц для нескольких типовых элементов, данные о которых приведены в табл. 11.4. Элементы круговой орбиты станции: высота 450 км, наклонение 51,6°. Расчёт проведён для КМ размером больше 0,1 см. Исходные распределения концентрации (в функции высоты и широты), а также направления скорости мусора в инерциальном пространстве (см. рис. 11.6) построены с помощью упомянутой выше модели.

Таблица 11.4. Исходные данные и результаты расчёта коэффициента C_N

№ п/п	Форма	Размеры, м	Характерная площадь	S ,	A , град	B , град	C_N
1	Цилиндр	$D=4,2;$ $L=6,0$	$S=DL$	25,2	90	0	0,493
2				25,2	0	90	1,000
3				25,2	0	0	0,882
4	Конус	$D=4,2;$ $L=1,6$	$S=0,5DL$	3,36	90	0	3,408
5	Панель	$S=10$ (площадь)	S	10,0	90	0	0,821
6	Полусфера	$D=4,2$	$S=\pi D^2/4$	13,9	90	0	0,911

Видно, что для цилиндрического элемента (варианты 1, 2, 3) при изменении ориентации интенсивность столкновений меняется почти в два раза: минимум достигается при ориентации оси по вектору скорости, максимум — по радиус-вектору (перпендикулярно плоскости потока). В последнем случае коэффициент $C_N=1$ и значительную долю составляют столкновения, близкие к нормали к поверхности.

У вариантов расчёта 4, 5, и 6 ось ориентирована по вектору скорости. Большое значение коэффициента C_N для конуса объясняется тем, что он «тупой». Поэтому расчётная площадь S в четыре раза меньше площади основания конуса. Если за расчётную площадь взять в этом случае площадь основания, то коэффициент C_N был бы равен 0,8, что близко к соответствующим значениям для панели и полусферы. Для формы элемента в виде полусферы характерно почти равномерное распределение косинуса угла между нормалью и скоростью столкновения, а наибольшая доля лобовых столкновений характерна в этом случае для панели.

Более подробные результаты расчёта приведены на рис. 11.8, на котором показаны распределения потока мусора по поверхности типовых элементов, а также гистограммы распределения косинуса угла между нормалью и скоростью столкновения.

На рис. 11.9, а также в табл. 11.5–11.7 приведены результаты расчёта коэффициента C_N для всех возможных вариантов ориентации типовых элементов. Эти данные отражают объективную закономерность влияния формы и ориентации на интенсивность столкновения различных элементов КА с КМ. Естественно, что при приближении угла B к 90° (перпендикуляр к плоскости потока) значения коэффициента C_N становятся независимыми от угла A (азимута). При этом они стремятся: для цилиндра и конуса — к 1, для панели — к 0, для полусферы — к 0,5. Все эти предельные значения равны отношению площади осевого сечения элементов к соответствующей характерной (расчётной) площади.

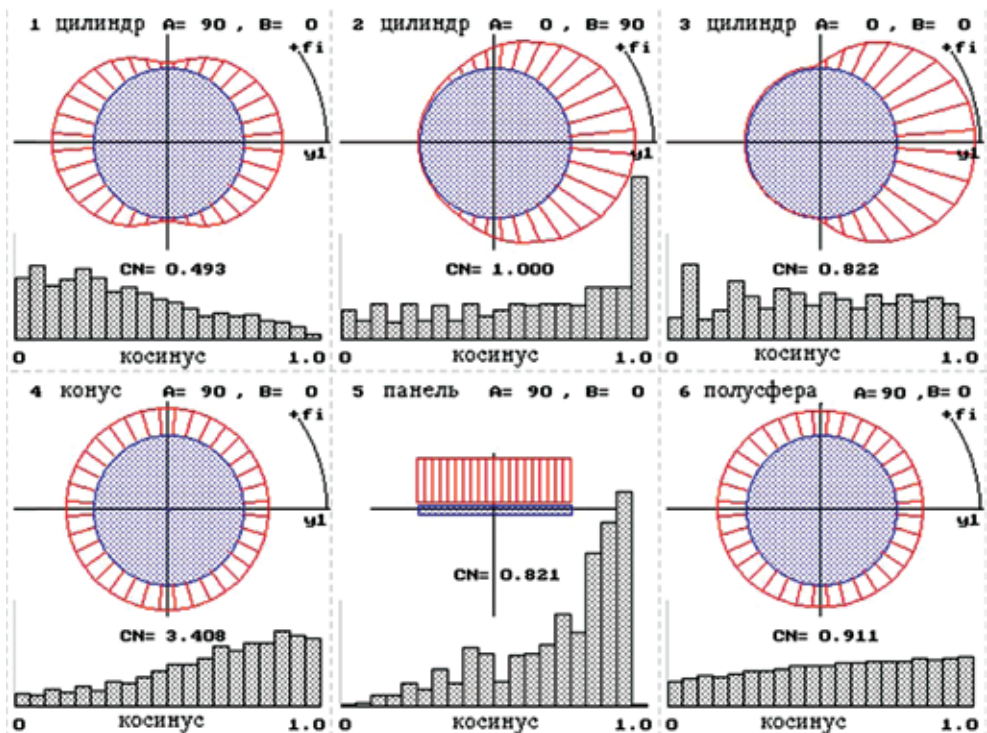


Рис. 11.8. Распределение потока частиц по поверхности типовых элементов

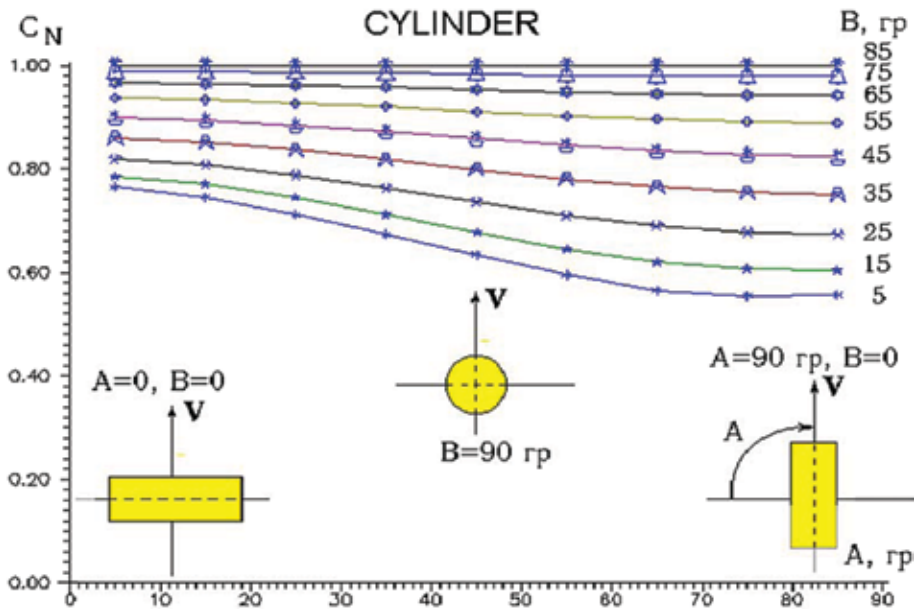


Рис. 11.9. Зависимость коэффициента C_N от ориентации цилиндра

Таблица 11.5. Конус (угол конусности 15°)

B, град	Угол A, град								
	5	15	25	35	45	55	65	75	85
5	0,869	0,912	0,938	0,948	0,949	0,948	0,946	0,938	0,928
15	0,880	0,921	0,946	0,957	0,958	0,954	0,950	0,947	0,944
25	0,899	0,939	0,966	0,980	0,986	0,986	0,985	0,984	0,983
35	0,923	0,961	0,989	1,007	1,018	1,023	1,025	1,026	1,027
45	0,948	0,983	1,010	1,030	1,044	1,052	1,058	1,061	1,062
55	0,970	1,000	1,025	1,044	1,059	1,070	1,077	1,081	1,083
65	0,988	1,011	1,031	1,047	1,061	1,071	1,079	1,083	1,086
75	0,999	1,013	1,027	1,038	1,048	1,056	1,062	1,065	1,067
85	1,002	1,007	1,012	1,016	1,020	1,023	1,025	1,027	1,028

Таблица 11.6. Панель

B, град	Угол A, град								
	5	15	25	35	45	55	65	75	85
5	0,281	0,351	0,429	0,515	0,601	0,679	0,744	0,791	0,815
15	0,273	0,340	0,416	0,499	0,583	0,659	0,721	0,767	0,790
25	0,256	0,319	0,390	0,469	0,547	0,618	0,677	0,719	0,742
35	0,231	0,288	0,352	0,424	0,494	0,559	0,612	0,650	0,670
45	0,200	0,249	0,304	0,366	0,427	0,482	0,528	0,561	0,579
55	0,162	0,202	0,247	0,297	0,346	0,391	0,428	0,455	0,469
65	0,119	0,149	0,182	0,219	0,255	0,288	0,316	0,335	0,346
75	0,073	0,091	0,111	0,134	0,156	0,176	0,193	0,205	0,212
85	0,025	0,031	0,037	0,045	0,053	0,059	0,065	0,069	0,071

Таблица 11.7. Полусфера

В, град	Угол А, град								
	5	15	25	35	45	55	65	75	85
5	0,536	0,607	0,674	0,735	0,790	0,836	0,871	0,896	0,908
15	0,535	0,603	0,668	0,728	0,781	0,826	0,860	0,884	0,895
25	0,533	0,597	0,658	0,714	0,764	0,805	0,838	0,860	0,871
35	0,530	0,588	0,643	0,694	0,738	0,776	0,805	0,825	0,835
45	0,526	0,576	0,623	0,667	0,706	0,738	0,764	0,781	0,790
55	0,521	0,561	0,600	0,636	0,667	0,693	0,714	0,728	0,735
65	0,516	0,545	0,574	0,600	0,623	0,642	0,658	0,668	0,673
75	0,510	0,528	0,545	0,561	0,575	0,587	0,597	0,603	0,606
85	0,503	0,509	0,515	0,521	0,525	0,529	0,533	0,535	0,536

Заклучение

Основы изложенной в этом разделе методики были разработаны автором в начале 1990-х гг. [Назаренко, 1996; Чернявский, Назаренко, 1995; Nazarenko, 1994a, b; 1995]. В дальнейшем методика уточнялась и совершенствовалась. На её основе выполнено большое число различных исследований. Основные их результаты нашли отражение в ряде публикаций [ГОСТ Р 25645.167-2005; ГОСТ Р В 25645.164-97; Назаренко, 2000, 2002; ОСТ 134-1022-99; Nazarenko, 1997, 2002, 2003; Nazarenko, Menchikov, 2001].

Литература

- [ГОСТ Р 25645.167-2005] ГОСТ Р 25645.167-2005. Космическая среда (естественная и искусственная). Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества в космическом пространстве. М.: Стандартинформ, 2005.
- [ГОСТ Р В 25645.164-97] ГОСТ Р В 25645.164-97. Обеспечение экологической безопасности ракетно-космической техники. Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества в околоземном пространстве.
- [Назаренко, 1996] Назаренко А. И. Аэродинамическая аналогия взаимодействия поверхности космических аппаратов разной формы с космическим мусором // Космич. исслед. 1996. Т. 34. № 3. С. 317.
- [Назаренко, 2000] Назаренко А. И. Проблема «Космического мусора» в околоземной среде. Раздел 8 // Экологические проблемы и риски воздействий ракетно-космической техники на окружающую среду: Справочное пособие / Под ред. Адушкина В. В., Козлова С. И., Петрова А. В. М.: Изд-во «Анкил», 2000. С. 382–432.
- [Назаренко, 2002] Назаренко А. И. Моделирование техногенного загрязнения околоземного космического пространства // Астрономич. вестн. 2002. Т. 36. № 6. С. 555–564.
- [ОСТ 134-1022-99] ОСТ 134-1022-99. Пространство околоземное космическое. Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества / Назаренко А. И. и др. Российское космическое агентство.
- [Хуторовский и др., 1995] Хуторовский З. Н., Бойков В. Е., Сметов В. Е. Столкновение космических объектов на низких орбитах // Риск столкновений космических объектов на низких орбитах / Под ред. А. Г. Масевич. М.: Космоинформ, 1995. С. 19–90.

- [Чернявский, Назаренко, 1995] *Чернявский Г. М., Назаренко А. И.* Моделирование загрязнения околоземного пространства // Столкновения в околоземном пространстве. Космический мусор / Ин-т астрономии РАН. М.: Космосинформ, 1995.
- [Kessler, 1990] *Kessler D.* Collision Probability at Low Altitudes Resulting from Elliptical Orbits // *Advances in Space Research.* 1990. V. 10. N. 3–4.
- [Kessler, 1991] *Kessler D.* Collision Cascading: The Limits of Population Growth in Low Earth Orbit // *Advances in Space Research.* 1991. V. 11. N. 12.
- [Khutorovsky, Kamensky, 1993] *Khutorovsky Z., Kamensky S.* Direct method for the analysis of collision probability of artificial space objects in LEO: techniques, results and applications // 1st European Conf. Space Debris. Darmstadt, Germany, Apr., 1993.
- [Nazarenko, 1994a] *Nazarenko A. I.* Evaluation of the Collision Probability of Space Objects of Artificial Origin // *Orbital Debris Monitor.* 1994. V. 7(2). Apr., 1994.
- [Nazarenko, 1994b] *Nazarenko A. I.* The Statistic Motion Theory of a Satellite Ensemble. Development and Application // Intern. Symp. “Space Flight Dynamics”. St. Petersburg – Moscow, May, 1994.
- [Nazarenko, 1995] *Nazarenko A. I.* Aerodynamical analogy of interaction between the surface of spacecraft of various configurations and space debris // 46th IAF Congress. Oslo, Oct., 1995.
- [Nazarenko, 1997] *Nazarenko A. I.* The development of the statistical theory of a satellite ensemble motion and its application to space debris modeling // 2nd European Conf. Space Debris. ESOC. Darmstadt, Germany, 17–19 Mar., 1997. P. 233–238.
- [Nazarenko, 2002] *Nazarenko A. I.* The solution of Applied Problems Using the Space Debris Prediction and Analysis Model. Chapter 4 // *Space Debris. Hazard Evaluation and Mitigation* / Ed. N. N. Smirnov. Taylor and Francis Inc. 2002.
- [Nazarenko, 2003] *Nazarenko A. I.* Collision of Spacecraft with Debris Particles Assessment // 17th ISSFD Symp. Moscow, July, 2003.
- [Nazarenko, Menchikov, 2001] *Nazarenko A. I., Menchikov I. L.* Engineering model of space debris environment // 3rd European Conf. Space Debris. Darmstadt, Germany: Mar., 2001. P. 293–298.
- [Rossi, Farinella, 1992] *Rossi A., Farinella P.* Collision Rates and Impact Velocities for Bodies in Low Earth Orbit // *ESA J.* 1992. V. 16. N. 3. P. 339–348.

Раздел 12 ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ПРОБОЯ СТенок КОНСТРУКЦИИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Введение

В § 11.3 (учёт формы и ориентации КА) рассматривалась методика определения характеристик потока КМ относительно элементов поверхности КА. В частности, на рис. 11.8 показано распределение косинуса угла между скоростью столкновения и нормалью к поверхности типовых элементов конструкции. Вместе с другими характеристиками потока это значение косинуса используется для оценки возможности пробоя стенки элемента конструкции КА при столкновении с частицами КМ. Применяется зависимость критического размера частиц d_c от параметров конструкции стенки, величины и направления скорости столкновения, а также удельного веса частиц [Christiansen, 1998; Cour-Palais, 1982]. Эти зависимости (так называемые баллистические кривые) имеют вид

$$d_c = f(t_b, S, t_w, V, \cos\theta, \rho_p, \rho_w), \tag{12.1}$$

где t_b — толщина внешнего слоя защиты, см; S — расстояние между бампером и стенкой, см; t_w — толщина собственно стенки, см; V — относительная скорость частицы, км/с; θ — угол между относительной скоростью и нормалью к поверхности, град; ρ_p — удельный вес частицы, г/см³; ρ_w — удельный вес материала стенки, г/см³.

На рис. 12.1 показаны баллистические кривые, рассчитанные для некоторой двухслойной стенки и для частиц из алюминия. Видно, что рассматриваемая стенка выдерживает удары частиц размером менее 1 мм практически при всех возможных условиях столкновения, а также, что частицы размером более 5 мм всегда пробивают эту стенку при скоростях столкновений более 1 км/с.

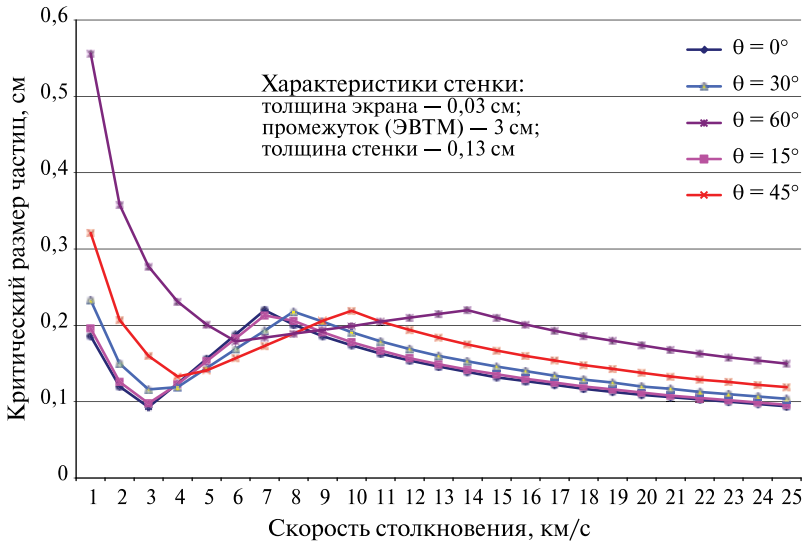


Рис. 12.1. Баллистические кривые для стенки с характеристиками:
 $t_b=0,03$ см; $S=3,0$ см; $t_w=0,13$ см

Таким образом, решение рассматриваемой задачи связано с использованием дополнительных данных о конструкции КА, а также влиянием характеристик КМ на последствия столкновений. Большое число факторов, от которых зависит вероятность пробоя стенок, приводит к большой трудоёмкости решения задачи. Поэтому в большинстве случаев алгоритмы и программы для её решения и модели КМ разрабатывают разные специалисты. Используется конкретная форма выходной информации той или иной модели КМ. Именно форма выходной информации модели КМ определяет основные различия в методике расчёта вероятности пробоя стенок КА. Следствием этого обстоятельства становится необходимость подготовки выходных данных модели в такой форме, которая будет наиболее удобной для оценки последствий столкновений [Назаренко, 2000; Kessler, 1981; Sdunnus, 2002].

§ 12.1

Методика решения задачи

Рассмотрим методику расчёта вероятности пробоя для случая использования выходной информации модели SDPA. Эта методика реализована в компьютерной программе SDPA-PP [Nazarenko, Koverga, 2005]. Основы методики достаточно подробно изложены в ряде публикаций [Назаренко, 2000; Nazarenko et al., 2001]. Используются известные зависимости критического размера частиц d_c от параметров конструкции стенки, величины и направления скорости столкновения, а также удельного веса частиц.

В качестве исходных характеристик КМ разного размера берутся суммарные значения плотности потока и статистическое распределение направления возможного столкновения на траектории движения КА. Эти характеристики были рассмотрены в разд. 10 и 11. Такой состав исходных данных будет достаточным для случаев, когда орбита КА имеет малый эксцентриситет ($e < 0,1$). Поскольку для таких орбит относительная скорость КМ отклоняется от горизонтальной плоскости не более чем на несколько градусов, а зависимость аргумента широты от времени будет близкой к линейной. Исключение составляет поток КМ относительно КА на орбитах с большим эксцентриситетом. Для этого случая необходимо учитывать радиальную составляющую скорости КА и нелинейную связь между аргументом широты и временем. В последнем (более общем) случае необходимый состав исходных данных имеет форму массива, состоящего из оценок величины относительной скорости, азимутального отклонения относительной скорости (A_j), отклонения относительной скорости от горизонтальной плоскости (El) и потока КМ через рассматриваемый сектор (P), определённых для каждого из моментов времени (t_j) и для каждого из азимутальных направлений подлёта частиц (Az_j). Обозначим этот массив как

$$Array[V_{rel}, A, El, P]_l, \quad l = 1, \dots, l_{\max}, \quad (12.2)$$

где l_{\max} — число строк в массиве.

На рис. 12.2 показана декартова система координат. Её начало совпадает с положением КА. Ось X направлена по тангенциальной составляющей вектора скорости, ось Y — по радиус-вектору, ось Z — по бинормали; A — угол между направлением набегающего потока и осью X ; $dQ(A)$ — плотность потока в азимутальном секторе ($A, A + dA$).

Рассмотрим некоторую элементарную площадку dS на поверхности КА. Её ориентация относительно системы координат XYZ принимается известной. В этих условиях угол между направлением плотности потока dQ в азимутальном секторе $(A, A+dA)$ и нормалью к элементарной площадке, обозначенный как θ , зависит только от значения азимутального отклонения относительной скорости (A) и её отклонения от горизонтальной плоскости (El)

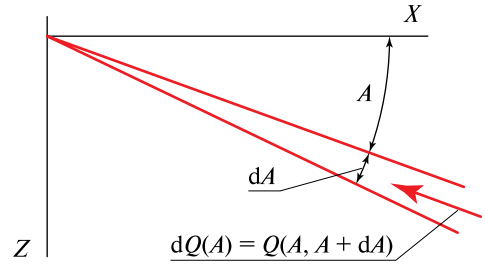


Рис. 12.2. Плотность потока в секторе

$$\theta = F(A, El). \tag{12.3}$$

Знание плотности потока, величины относительной скорости и её направления (A, El) позволяет рассчитать поток $Q(>d_j)$ частиц размером $>d_j$ через любой элемент внешней поверхности КА. На рис. 12.3 показано влияние угла θ , а также связь оценок $Q(>d_c)$ с модельными оценками $Q(>d_j)$ и $Q(>d_{j+1})$.

Пробой происходит при выполнении двух условий:

- произошло столкновение данного элемента конструкции с частицей КМ;
- размер частицы d превышает величину d_c , рассчитанную для конкретных условий данного столкновения, т. е. $d > d_c$.

Отсюда следует, что вероятность пробоя стенки частицами заданного диапазона размеров (d_j, d_{j+1}) равна произведению вероятности столкновения $P_{col}(d)$ на условную вероятность пробоя стенки (при столкновении):

$$P_{\text{проб}}(d_j, d_{j+1}) = P_{col}(d_j, d_{j+1})P(d_c < d_{col})_j. \tag{12.4}$$

Вероятность столкновения рассматриваемой площадки на некотором интервале времени с частицами КМ заданного размера равна

$$P_{col}(d_j, d_{j+1}) = Q(d_j, d_{j+1})\Delta t \cos \theta dS. \tag{12.5}$$

Величина $P = Q(d_j, d_{j+1})\Delta t$ в правой части входит в состав массива (12.2). Угол θ определяется из соотношения (12.3).

При расчёте условной вероятности пробоя $P_{\text{проб}}(d_c < d_{col})_j$ учитываются данные о конструкции стенки, значения угла θ_i и относительной скорости V_m (из массива (12.2)), а также зависимость плотности потока частиц от их размеров $Q(<d)$. При расчёте применяется дискретная сетка возможных значений удельного веса частиц (ρ_k) и соответствующее распределение $p(\rho_k)_j$.

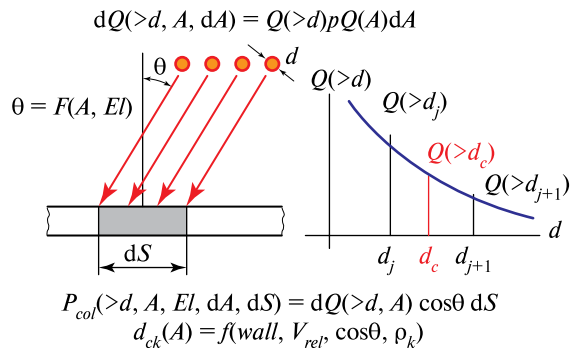


Рис. 12.3. Поток через площадку dS

Эта информация позволяет обратиться к формуле (12.1) и рассчитать значение критического размера частиц d_c . Последующий расчёт зависит от того, попала ли оценка d_c в рассматриваемый диапазон размеров частиц (d_j, d_{j+1}):

$$P(d_c < d_{col})_{j,m,i,k} = \begin{cases} 0 & \text{при } d_c > d_{j+1}, \\ \frac{Q(> d_c) - Q(> d_{j+1})}{Q(> d_j) - Q(> d_{j+1})} & \text{при } d_j < d_c < d_{j+1}, \\ 1 & \text{при } d_c < d_j. \end{cases} \quad (12.6)$$

Значение потока частиц ($Q(> d_c)$) размером более d_c определяется с помощью интерполяции. Затем оценки (12.6) суммируются с учётом доли $p(\rho_k)_j$ частиц, имеющих удельный вес ρ_k . В результате определяется искомая условная вероятность пробоя рассматриваемого участка стенки dS :

$$P(d_c < d_{col})_j = \sum_m \sum_i \sum_k P(d_c < d_{col})_{j,m,i,k} p(V_m, \cos \theta_i) p(\rho_k)_j. \quad (12.7)$$

Таким образом, подстановка оценок (12.7) и (12.5) в (12.4) приводит к определению вероятности пробоя участка dS стенки КА в рассматриваемых условиях. Напомним, что эти условия относятся к диапазону размеров частиц (d_j, d_{j+1}), а также к значениям влияющих факторов, содержащихся в одной (l -й) строке массива (12.2).

Вычисление и суммирование оценок (12.4) для всех строк массива (12.2) и всех диапазонов размеров КМ приводит к определению суммарной вероятности пробоя рассматриваемого участка стенки КА:

$$P_{\text{проб}}(dS)_{\Sigma} = \sum_j \sum_l P_{\text{проб}}(d_j, d_{j+1})_l. \quad (12.8)$$

Суммирование оценок (12.8) по всем участкам поверхности КА определяет суммарную вероятность пробоя его стенок:

$$P_{\text{проб}\Sigma} = \sum_S P_{\text{проб}}(dS)_{\Sigma}. \quad (12.9)$$

Трудоёмкость вычисления сумм (12.7), (12.8) и (12.9) зависит от дискретности представления влияющих факторов. Именно при выполнении этой операции сказывается влияние той или иной формы выходной информации моделей КМ на технологию расчёта вероятности пробоя.

§ 12.2 Оптимизация интерфейса

Единственная известная публикация, где обосновывается оптимальная форма выходной информации модели КМ, — статья [Nazarenko, Koverga, 2005]. В ней показано, что форма выходных данных модели SDPA позволяет осуществить достаточно простой интерфейс при обеспечении высокой точности оценок вероятности пробоя. Кроме того, показана реальная возможность его применения для эллиптических орбит. Этот интерфейс реализован в новом математическом обеспечении SDPA-PP для оценки вероятности пробоя стенок КА.

Исследование интерфейса между моделями КМ и программой оценки последствий столкновения выполнено на основе модели SDPA. При этом в программу внесены изменения, которые позволяют получать выходную информацию различных форм. На рис. 12.4 показана схема взаимодействия модели КМ и программы для оценки последствий столкновения. Рассмотрены три вида характеристик (моделей) КМ, которые последовательно используются для подготовки исходных данных в интересах расчёта вероятности пробоа стенок КА:

- обстановка в инерциальной системе координат;
- обстановка относительно заданной орбиты;
- обстановка относительно заданной поверхности.

Блоки «Интерфейс 1» и «Интерфейс 2» осуществляют преобразование одного вида характеристик КМ в другой. При этом блок «Интерфейс 1» обычно рассматривается как составная часть модели КМ. Его содержание, в основном, зависит от характеристик обстановки в инерциальной системе координат, которая в разных моделях КМ может быть разной.



Рис. 12.4. Схема взаимодействия программ

Применяемые в модели SDPA характеристики обстановки в инерциальной системе координат включают следующие данные:

- разбиение размеров КМ на диапазоны (8 — для LEO и 9 — для GEO) (табл. 12.1);
- пространственное распределение концентрации $\rho(h, \varphi)_j$ КМ j -го диапазона размеров, которое зависит от высоты и широты точки;
- двумерные статистические распределения тангенциальной и радиальной составляющей скорости и высоты точки $(p(h, V_\tau)_j, p(h, V_r)_j)$ для каждого из диапазонов размеров;
- статистические распределения направлений подлёта частиц КМ на разных широтах $p(Az, \varphi)_j$;
- статистическое распределение удельного веса частиц разного размера $p(\rho_p)_j$.

Таблица 12.1. Разбиение размеров КМ на диапазоны

№ диапазона	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d_j, d_{j+1} , см	0,1...0,25	0,25...0,5	0,5...1,0	1,0...2,5	2,5...5,0	5,0...10	10...25	25...75	>75

Блок «Интерфейс 2», как правило, входит в состав алгоритма оценки вероятности пробоя. Для его работы необходимо учитывать исходные данные о поверхности. Выходные данные блока непосредственно используются для оценки вероятности пробоя. Поэтому оптимизацию формы представления выходной информации модели КМ целесообразно начинать именно с блока «Интерфейс 2».

Оптимизация параметров обстановки относительно заданной поверхности. Рассмотрим влияние дискретности представления распределения $p(V, \cos\theta)$ на точность вероятности пробоя. Это влияние оценено экспериментально в результате определения условной вероятности при различной дискретности.

Параметры круговой орбиты: высота 450 км, наклонение $51,6^\circ$. Выбрано три варианта элементов конструкции КА: две панели, отличающиеся ориентацией, и цилиндр. Их ориентация задаётся углами $\alpha(A)$ и $\beta(B)$, определение которых показано на рис. 11.7. Во всех вариантах характеристики стенки принимались одинаковыми: $t_b = 0,05$ см; $S = 2$ см; $t_w = 0,16$ см; $\rho_w = 2,7$ г/см³. Рассмотрено пять вариантов дискретности аргументов V и $\cos\theta$, характеризующихся числом интервалов их разбиения на ящики nV и $n \cos$. Результаты определения условной вероятности пробоя стенок частицами размером 0,1...0,25 см даны в табл. 12.2.

Таблица 12.2. Оценка $P(d_c < d_{col})_j$ при различной дискретности аргументов

Варианты конструкции и ориентации	Варианты дискретизации аргументов				
	$nV=6,$ $n \cos=3$	$nV=9,$ $n \cos=5$	$nV=18,$ $n \cos=10$	$nV=36,$ $n \cos=20$	$nV=72,$ $n \cos=40$
Панель, $\alpha=0^\circ, \beta=0^\circ$	0,1450	0,1587	0,1592	0,1600	0,1588
Панель, $\alpha=90^\circ, \beta=0^\circ$	0,0987	0,1042	0,1048	0,1082	0,1092
Цилиндр, $\alpha=0^\circ, \beta=0^\circ$	0,0535	0,0524	0,0522	0,0529	0,0538

Из табл. 12.2 видно, что для всех вариантов конструкции оценка остаётся достаточно устойчивой: соответствующее отклонение от данных правого столбца не превышает 10 % для панелей и 3 % для цилиндра. Для панелей имеет место тенденция увеличения отклонений по мере уменьшения дискретности. Большая стабильность оценки для цилиндра объясняется тем, что для него распределение $p(V, \cos\theta)$ построено по большему числу реализаций.

На основе полученных результатов сделан вывод, что применение параметров дискретности $nV=18$ и $n \cos=10$ обеспечивает определение условной вероятности пробоя с погрешностями не хуже 3...4 %. В дальнейшем применяется именно эта дискретность.

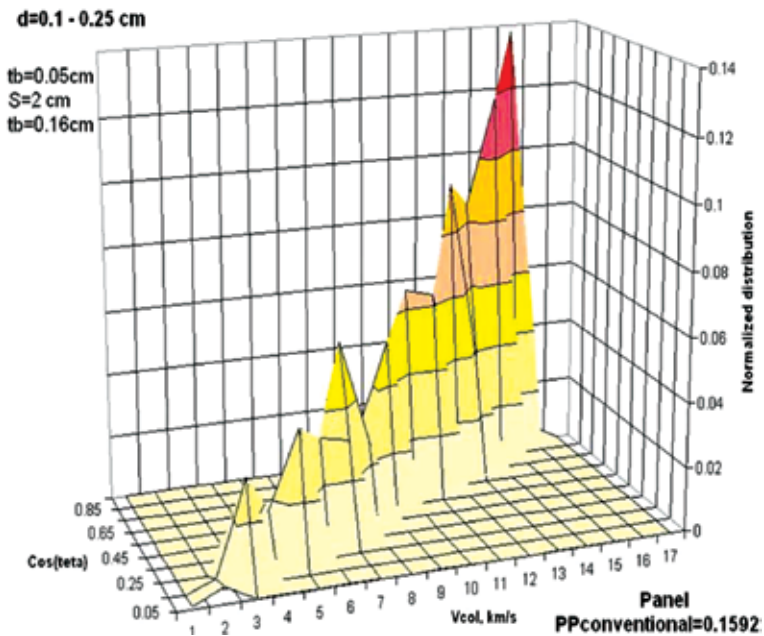
На рис. 12.5а и б представлены примеры распределений $p(V, \cos\theta)$ для первой из рассмотренных выше панелей и цилиндра. Показанное на рис. 12.5а распределение для панели характерно достаточно чётко выраженной зависимостью скорости столкновений от угла θ : чем этот угол меньше (косинус приближается к единице), тем больше скорость столкновений. Такая зависимость — следствие ориентации нормали к поверхности по вектору скорости КА ($\alpha=0^\circ$, $\beta=0^\circ$). Этому направлению соответствуют «лобовые» столкновения, характерные максимальной скоростью. Естественно, что для цилиндрической поверхности распределение более «размытое».

Общее количество оценок вероятности, содержащихся в гистограмме $p(V, \cos\theta)$, равно $nVn \cos=18 \times 10=180$. Они относятся к одному из восьми диапазонов размеров.

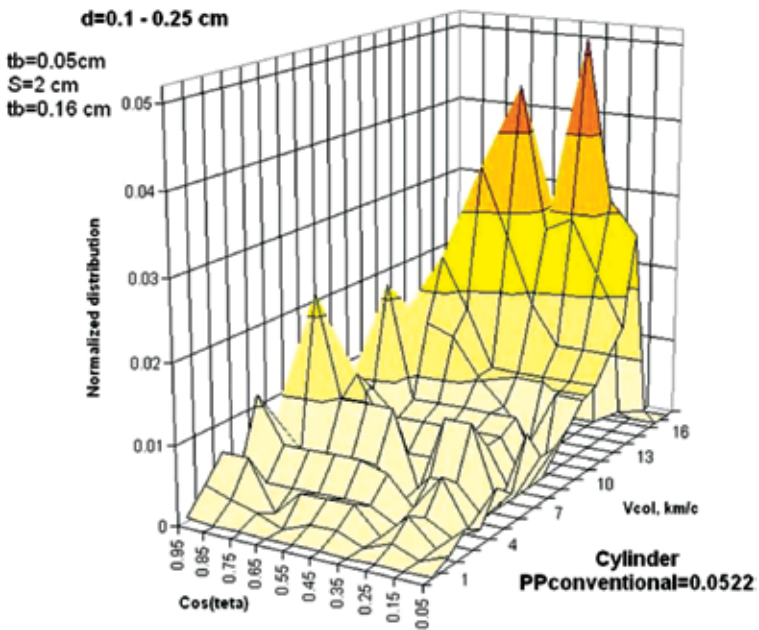
Построение характеристик потока КМ относительно заданной орбиты. Это будет исходный массив для расчёта вероятности пробоя. Массив строится в блоке модели «Интерфейс 2» (см. рис. 12.4). Данные для его построения содержатся в характеристиках КМ относительно заданной орбиты. Они имеют вид нормированного трёхмерного распределения потока КМ $p(A, V, El)_j$ в функции азимутальных отклонений относительной скорости (A), значений относительной скорости (V) и отклонений вектора относительной скорости от горизонтальной плоскости (El). Данные распределения $p(A, V, El)_j$ строятся для каждого из рассматриваемых диапазонов размеров КМ (d_j, d_{j+1}). Пример такого распределения (фрагмент) дан в табл. 12.3. Применены следующие значения шага: $dA=360/nA=5^\circ$, $dV=18/nV=1$ км/с, $dEl=180/nEl=5^\circ$.

Таблица 12.3. Массив характеристик потока КМ относительно орбиты

A , град	V , км/с	El , град	$p(A, V, El)$
2,5	15,5	-2,5	2.773E-0004
2,5	15,5	2,5	1.851E-0004
7,5	14,5	-2,5	7.156E-0007
7,5	14,5	2,5	1.389E-0006
7,5	15,5	-2,5	5.027E-0004
7,5	15,5	2,5	5.087E-0004
12,5	14,5	-2,5	5.205E-0003
12,5	14,5	2,5	6.206E-0004
12,5	15,5	-2,5	9.812E-0004
12,5	15,5	2,5	3.863E-0004
...



a



б

Рис. 12.5. Примеры двумерных распределений $p(V, \cos\theta)$:
a — панель, $\alpha=0^\circ$, $\beta=0^\circ$; *б* — цилиндр, $\alpha=0^\circ$, $\beta=0^\circ$

В рассматриваемый массив записываются только те значения, у которых $p(A, V, El) > 0$. В общем случае массив состоит из $nAnVnEl$ строк. Однако в большинстве случаев он намного меньше, так как для многих значений аргументов $p(A, V, El) = 0$. В частности, приведённый в табл. 12.3 массив состоит из 318 строк, что составляет лишь 0,68 % от максимального числа $nAnVnEl = 7 \times 18 \times 36 = 46\,658$ строк.

Распределение $p(V, \cos\theta)$ строится на основе массива следующим образом:

- организуется цикл по строкам массива $p(A, V, El)$;
- рассчитываются значения $\theta = f(A, El, \alpha, \beta)$ и $\cos\theta$.
- значения $p(A, V, El)$ добавляются в соответствующие «ящики» гистограммы $p(V, \cos\theta)$.

Оптимизация параметров обстановки относительно заданной орбиты. Рассмотрим влияние дискретности представления распределения $p(A, V, El)_j$ на точность определения вероятности пробоя. Это влияние оценено экспериментально в результате ряда определений условной вероятности пробоя при различной дискретности. Параметры круговой орбиты, варианты элементов конструкции КА и характеристики стенки — те же, что рассмотрены выше. Рассмотрено пять вариантов дискретности аргументов A , V и El , характеризующихся числом интервалов их разбиения на ящики nA , nV и nEl . Результаты определения условной вероятности пробоя стенок частицами размером 0,1...0,25 см представлены в табл. 12.4. Видно, что для всех вариантов конструкции оценка остаётся достаточно устойчивой: соответствующее отклонение от данных правого столбца не превышает 18 % для панелей и 2 % для цилиндра. Для панелей проявляется тенденция увеличения отклонения по мере уменьшения дискретности. Большая стабильность оценки для цилиндра уже была объяснена выше.

Таблица 12.4. Оценка $P(d_c < d_{col})_j$ при различной дискретности аргументов

Варианты конструкции и ориентации	Варианты дискретизации аргументов				
	$nA=18,$ $nV=6,$ $nEl=9$	$nA=36,$ $nV=9,$ $nEl=18$	$nA=72,$ $nV=18,$ $nEl=36$	$nA=120,$ $nV=36,$ $nEl=60$	$nA=180,$ $nV=72,$ $nEl=90$
Панель, $\alpha=0^\circ, \beta=0^\circ$	0,1566	0,1897	0,1572	0,1611	0,1604
Панель, $\alpha=90^\circ, \beta=0^\circ$	0,0956	0,1122	0,1079	0,1059	0,1067
Цилиндр, $\alpha=0^\circ, \beta=0^\circ$	0,0545	0,0555	0,0552	0,0547	0,0546

На основе полученных результатов сделан вывод, что применение параметров дискретности $nA=72$, $nV=18$ и $nEl=36$ обеспечивает определение условной вероятности пробоя с погрешностями не хуже 2 %. В дальнейшем применяется именно эта дискретность.

Влияние эксцентриситета орбиты на точность определения условной вероятности пробоя в зависимости от более полного (гистограмма $p(A, V, El)$) или упрощённого представления параметров обстановки относительно заданной орбиты было оценено экспериментально. При фиксированных высоте перигея (450 км), наклонении ($51,6^\circ$) и аргументе перигея (20°) варьировался эксцентриситет. Остальные условия эксперимента были такими же,

как рассмотрено выше. Расчёты проводились при более полном (гистограмма $p(A, V, El)$) и упрощённом ($pQ(A), V(A)$) представлении исходных данных. Результаты расчётов даны в табл. 12.5.

Таблица 12.5. Влияние формы представления исходных данных на оценку условной вероятности пробоя при различном эксцентриситете

Варианты исходных данных	Форма интерфейса	Варианты значений эксцентриситета				
		0	0,05	0,1	0,2	0,3
Панель, $\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ$	Гистограмма	0,1572	0,1684	0,1537	0,1707	0,1904
	Упрощённая	0,1592	0,1619	0,1548	0,1710	0,1891
	Отношение	1,013	0,961	1,007	1,002	0,993
Панель, $\alpha = 90^\circ, \beta = 0^\circ$	Гистограмма	0,1079	0,0705	0,0872	0,1250	0,1379
	Упрощённая	0,1048	0,0787	0,1023	0,1745	0,1899
	Отношение	0,971	1,116	1,173	1,396	1,377
Цилиндр, $\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ$	Гистограмма	0,0552	0,0473	0,0481	0,0479	0,0472
	Упрощённая	0,0522	0,0472	0,0470	0,0494	0,0462
	Отношение	0,946	0,998	0,997	1,031	0,979

Видно, что для второй панели переход к упрощённому представлению исходных данных приводит к заметному изменению оценок. Различия оценок в нижних строках от верхних достигают 40 %. Для других элементов конструкции соответствующие отклонения не превышают 5 %. Большая стабильность оценок для цилиндра уже была объяснена выше.

На основе полученных результатов сделан вывод, что применение упрощённой (и более экономной) формы представления обстановки относительно заданной орбиты целесообразно только при значениях эксцентриситета менее 0,05. При таком упрощении погрешность определения условной вероятности пробоя не превышает 12 %. При больших значениях эксцентриситета необходимо применять трёхмерную гистограмму распределения исходных данных (см. табл. 12.3). В дальнейшем используется именно эта рекомендация.

§ 12.3

Сравнение результатов тестовых расчётов по разным моделям

В ряде известных публикаций изложены примеры тестовых расчётов вероятности пробоя. Рассмотрим данные из доклада [Christiansen, 1997]. В нём приведены оценки вероятности столкновений и пробоя стенок кубика (рис. 12.6), который движется по круговой орбите МКС с высотой 400 км и наклоном $51,6^\circ$.

Грани кубика ориентированы заданным образом относительно подвижной, связанной с КА системы координат XYZ. Ось X направлена по тангенциальной составляющей вектора скорости, ось Y — по радиус-вектору, ось Z — по бинормали.

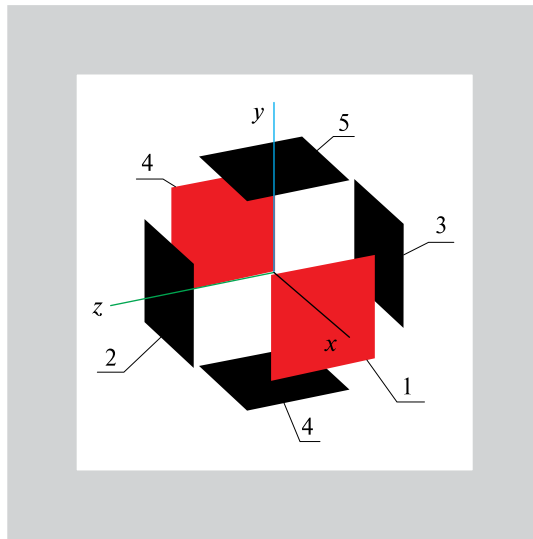


Рис. 12.6. Ориентация граней кубика

The screenshot shows the 'Ввод данных' (Data Input) window of the SDPA-PP software. It contains a table with columns for component name, material, area, mass, length, diameter, angle, radius, and various coordinates. The data is as follows:

Имя компонента	Материал	Площадь	Масса	Длина	Угол	Радиус	Xc, см	Yc, см	Zc, см
1-Панель	3	1	0	0	0.2	10	0
2-Панель	3	1	90	0	0.2	10	0
3-Панель	3	1	270	0	0.2	10	0
4-Панель	3	1	180	0	0.2	10	0
5-Панель	3	1	0	90	0.2	10	0
6-Панель	3	1	0	-90	0.2	10	0

Рис. 12.7. Задание характеристик граней кубика

Стенки кубика характеризуются параметрами: $t_b=0,2$ см; $t_s=10$ см; $t_w=0,4$ см. Материал стенок — алюминиевый сплав с удельным весом $\rho=2,7$ г/см³.

На рис. 12.7 — данные о каждой из граней, которые введены в программу SDPA-PP с помощью пункта меню «Ввод данных» на панели «Вероятность пробоя для КА на орбите в области НОКО».

Ниже приведено содержание выходного файла CollisLeo.dat.

Вероятность пробоя компонентов

Компонент	1	2	3	4	5	6
CN	0.668	0.337	0.335	0.000	0.000	0.000
SN	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
SSN	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Сумма CN*SN=	1.3					
Вероятность столкновений за год, %:						
0.01-0.10	501.3	253.0	251.4	0.0	0.0	0.0

Раздел 12. ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ПРОБОЯ СТЕНОК КОНСТРУКЦИИ КА

0.10–0.25	0.1717	0.0867	0.0861	0.0000	0.0000	0.0000
0.25–0.50	0.0139	0.0070	0.0070	0.0000	0.0000	0.0000
0.50–1.00	0.0029	0.0015	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000
1.00–2.50	0.0005	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000
2.50–5.00	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
5.00–10.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.0–20.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
>20.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
P _y -условная вероятность пробоя						
0.01–0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.10–0.25	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.25–0.50	0.0185	0.0165	0.0168	0.0000	0.0000	0.0000
0.50–1.00	0.4237	0.3308	0.3353	0.0000	0.0000	0.0000
1.00–2.50	0.8365	0.9334	0.9350	0.0000	0.0000	0.0000
2.50–5.00	0.9153	0.9954	0.9952	0.0000	0.0000	0.0000
5.00–10.0	0.9606	0.9998	0.9998	0.0076	0.0000	0.0000
P- вероятность пробоя, %:						
0.01–0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Данные для размеров частиц <0.10 см ниже не суммируются						
0.10–0.25	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.25–0.50	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
0.50–1.00	0.0012	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000
1.00–2.50	0.0004	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
2.50–5.00	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
5.00–10.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.0–20.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
>20.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Суммарная вероятность пробоя (d>0.1 см), %:						
	0.0021	0.0010	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000
Вероятность пробоя на годичном интервале, %: 0.0041						
Вклад различных компонентов:						
	0.5265	0.2365	0.2371	0.0000	0.0000	0.0000

Основные результаты расчётов, относящиеся к каждому из компонентов, помещены в столбцы. Они состоят из нескольких разделов. Верхний раздел содержат общие свойства компонентов: номер, значение коэффициента C_N , расчётную площадь (SN , м²) и площадь поверхности (SSN , м²). Отметим, что вероятности столкновений отдельных компонентов КА с частицами разного размера за год рассчитываются по формуле

$$P_{col}(d_j) = C_N S Q(d_j). \quad (12.10)$$

Значения коэффициента C_N для каждой из граней приведены выше. Площадь $S = SN$ в данном случае равна 1 м². Оценки плотности потока $Q(\dots)$ выносятся в файл FluxLeo.dat. Содержание этого файла в табл. 12.6.

Раздел «Вероятность столкновений за год» файла CollisLeo.dat содержит оценки среднего ожидаемого числа столкновений за год, %. Видно, что число столкновений с частицами из диапазона размеров 0,01...0,1 см может достигать нескольких сотен. Для частиц большего размера вероятность столкновения на 4–5 порядков меньше.

Таблица 12.6. Данные о плотности потока и скорости столкновений

$d_1, d_2, \text{ см}$	$Q(d_1, d_2), \text{ м}^{-2}\cdot\text{год}^{-1}$	$Q(d > d_1), \text{ м}^{-2}\cdot\text{год}^{-1}$	$V_{rel}, \text{ км/с}$	$V_{col}, \text{ км/с}$
0,10...0,25	0,002569586	0,002831915	8,04	10,24
0,25...0,50	0,000207500	0,000262329	8,04	10,23
0,50...1,00	0,000043731	0,000054829	8,03	10,22
1,00...2,50	0,000007916	0,000011098	8,03	10,23
2,50...5,00	0,000001870	0,000003182	8,03	10,22
5,00...10,0	0,000000715	0,000001313	8,03	10,22
10,0...20,0	0,000000267	0,000000598	8,03	10,23
>20	0,000000331	0,000000331	8,02	10,21

В следующем разделе представлены условные вероятности пробоя. Видно, что для диапазона размеров частиц 0,01...0,25 см и всех компонентов эти вероятности равны 0,0000. Таким образом, стенки этих компонентов не могут быть пробиты частицами из указанного диапазона размеров. В дальнейшем для компонентов 1–3 по мере увеличения размеров частиц условные вероятности пробоя растут, приближаясь к 1. У компонентов 4–6 они остаются пренебрежимо малыми, что объясняется благоприятной ориентацией.

В разделе «Р — вероятность пробоя» представлены оценки вероятности пробоя за год, %. В отдельную строку выделены относящиеся к частицам из диапазона размеров 0,01...0,1 см. В дальнейшем эти оценки не суммируются. Вероятности пробоя стенок компонентов 1–3 (частицами размером больше 0,25 см) соответственно составляют 0,0021; 0,0010 и 0,0010 %. Суммарная вероятность пробоя всех компонентов частицами разного размера равна 0,0041 %. Наибольший «вклад» в эту вероятность вносит компонент 1. Это панель, ось которой ориентирована по вектору скорости КА.

Сравним приведённые выше оценки вероятности столкновений с данными упомянутого выше доклада. Результаты сравнения представлены в табл. 12.7. Для каждой из граней приведены три оценки: по данным американских моделей NASA'91, NASA'96 и по нашей.

Таблица 12.7. Оценка числа (вероятности) столкновения с КМ размером больше 1 см

Модель	Грань 1	Грань 2	Грань 3	Грань 4	Грань 5	Грань 6
NASA'91	2.96E-5	1.37E-5	1.37E-5	0	0	0
NASA'96	4.40E-6	4.10E-6	4.10E-6	2.00E-7	0	0
SDPA-PP	7.41E-6	3.74E-6	3.72E-6	0	0	0

Из табл. 12.7 следует:

- наиболее подвержены столкновениям грани 1–3. Через грани 5 и 6 поток КМ отсутствует. Это следствие двух обстоятельств: что поток КМ мало отклоняется от горизонтальной плоскости, и что рассматриваемая орбита круговая;

- отличие между нашими оценками и данными модели NASA'96 намного меньше, чем различие соответствующих оценок американских моделей;
- имеются существенные различия между оценками вероятности столкновения для граней 2 (3) и 1. Для рассматриваемых моделей их отношения равны: 0,46 (NASA'91); 0,93 (NASA'96) и 0,50 (SDPA-PP). Это объясняется различием статистического распределения направления относительной скорости, о чём упоминалось в разд. 10.

Сравнение оценок вероятности пробоя за год приведено в табл. 12.8.

Таблица 12.8. Оценка вероятности пробоя за год, %

Модель	Грань 1	Грань 2	Грань 3	Грань 4	Грань 5	Грань 6
NASA'91	0,0122	0,0042	0,0042	0,0000	0,0000	0,0000
NASA'96	0,0015	0,0017	0,0017	0,00005	0,0000	0,0000
SDPA-PP	0,0021	0,0010	0,0010	0,0000	0,0000	0,0000

Из табл. 12.8 видно:

- отличия между нашей оценкой и данными модели NASA'96 намного меньше, чем различие соответствующих оценок американских моделей;
- отношение оценки вероятности пробоя во всех случаях согласуется с отношением соответствующей оценки вероятности столкновения;
- имеющиеся различия оценки вероятности пробоя объясняются недостаточной изученностью характеристик КМ и следствием отличий моделей КМ;
- полученная оценка вероятности пробоя даёт достаточно объективное представление об опасности столкновения элементов конструкции КА с частицами КМ.

На рис. 12.8–12.10 приведены некоторые дополнительные данные о сравнении моделей КМ [Beltrami et al., 2002], которые могут быть полезны при интерпретации изложенных выше результатов. Они относятся к характеристикам потока КМ относительно Международной космической станции (МКС) (*англ.* International Space Station, *сокр.* ISS) для трёх моделей — американской (ORDEM 2000), европейской (MASTER 2001) и нашей (SDPA 2000).

На рис. 12.8 показана зависимость плотности потока от размера частиц. Видно, что оценка плотности потока по данным разных моделей может отличаться в несколько раз. Наибольшие различия — до одного порядка — имеют место для частиц размером менее 1 мм и для диапазона 1...4 см. Эти области характерны недостаточным количеством экспериментальных данных. Относительно неплохое согласие оценок для частиц порядка нескольких миллиметров объясняется настройкой моделей по результатам измерений Haystack-радара.

В разд. 10 отмечалось, что в настоящее время нет согласованного подхода к построению азимутального распределения возможного направления подлёта частиц. Об этом свидетельствуют, в частности, материалы отчёта [Beltrami et al., 2002] (см. рис. 12.9).

Из отчёта видно, что общий характер представленного распределения у всех моделей «похожий». По данным всех моделей направление подлёта в азимутальном секторе $\pm 20^\circ$ маловероятное. Наличие общности в характере распределения свидетельствует об объективности представленных закономерностей. Это важно, поскольку результаты получены на основе применения разных принципов и методов моделирования.

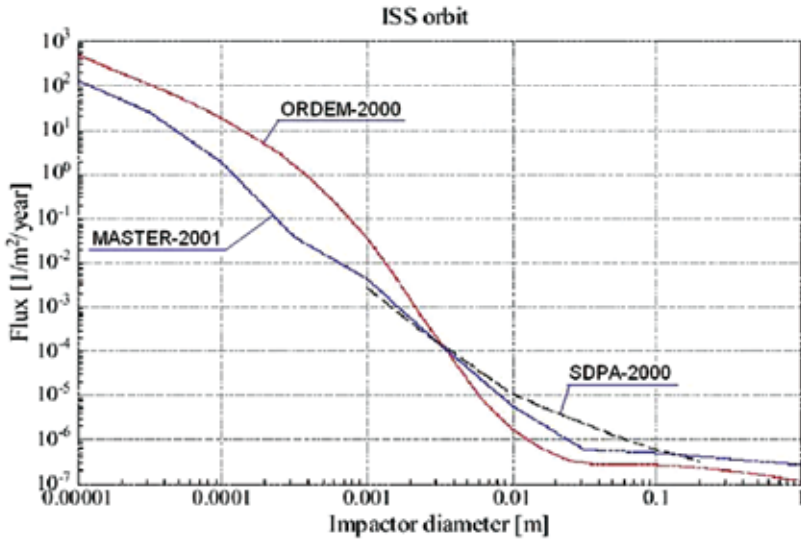


Figure 83 Flux versus impactor diameter, ISS orbit

Рис. 12.8. Зависимость плотности потока от размера частиц КМ

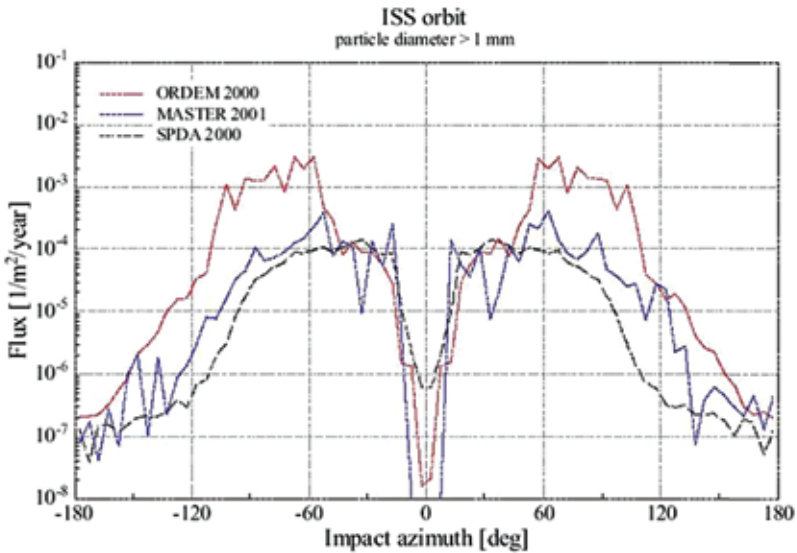


Figure 75 Flux versus impact azimuth angle of particles larger than 1 mm, log scale, ISS orbit

Рис. 12.9. Сравнение азимутального распределения по данным разных моделей

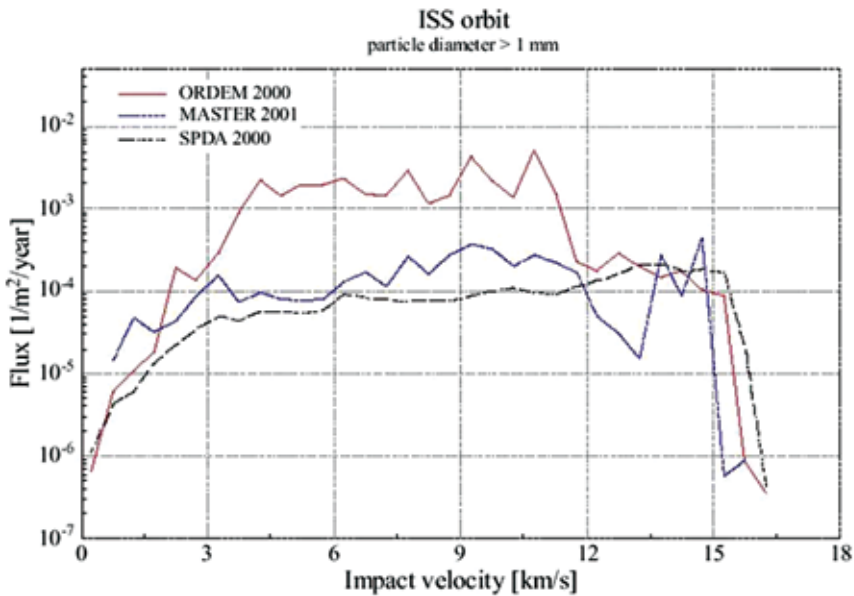


Figure 74 Flux versus impact velocity of particles larger than 1 mm, log scale, ISS orbit

Рис. 12.10. Сравнение распределения скорости столкновения

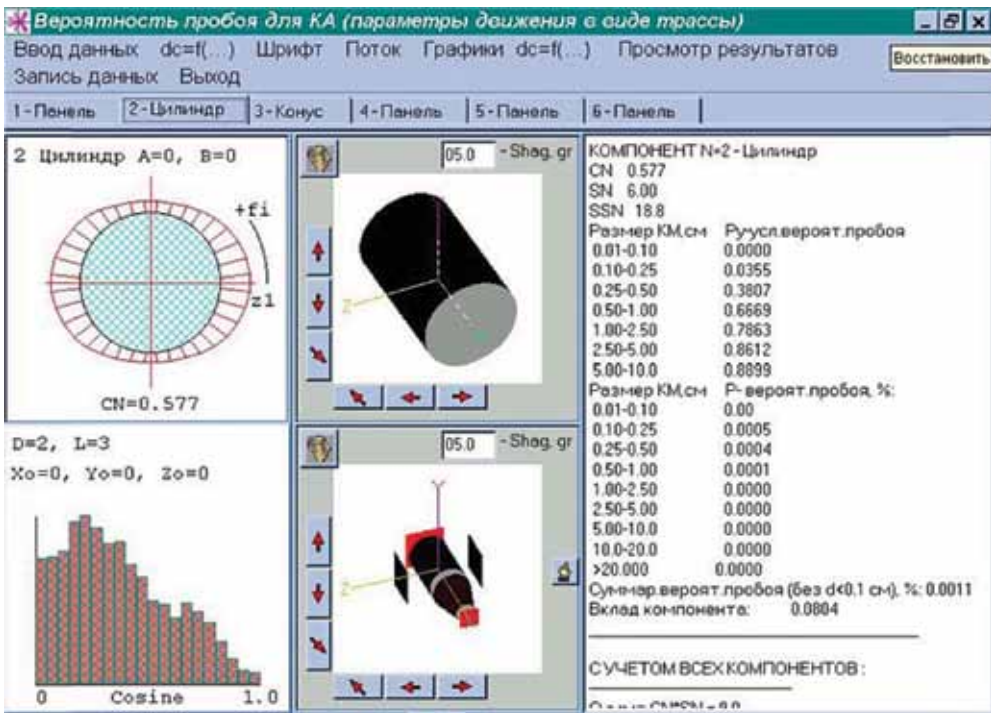


Рис. 12.11. Панель «Вероятность пробоя для КА...»

Наиболее вероятное направление подлёта частиц расположено в азимутальном секторе $\pm(20...90)^\circ$. При этом достаточно хорошо согласуется распределение моделей MASTER 2001 и SDPA 2000. У модели ORDEM 2000 максимум распределения смещён в азимутальный сектор $\pm(50...100)^\circ$.

На рис. 12.10 показано статистическое распределение скорости столкновения. Из этих данных видно, что возможная скорость столкновения находится в достаточно широком диапазоне 2...16 км/с. У моделей MASTER 2001 и SDPA 2000 распределение достаточно близкое. В модели ORDEM 2000 наиболее вероятные значения скорости находятся в более узком диапазоне значений 4...11 км/с. Этот факт согласуется с рис. 12.5 и объясняется зависимостью относительной скорости от её направления. Максимальное значение относительной скорости достигается при столкновении, близком к «лобовому». По мере удаления направления подлёта от направления скорости КА величина относительной скорости уменьшается.

Распределение модели SDPA 2000 имеет несколько увеличенную долю возможных столкновений с большими скоростями (~16 км/с). Этот факт также согласуется с рис. 12.9.

Таким образом, приведённые результаты сравнения моделей характеризуют возможный разброс исходных данных для расчёта вероятности пробоя. Этот разброс объясняется недостаточной изученностью характеристик КМ. По мере уточнения моделей и их согласования разброс оценок будет уменьшаться.

В заключение раздела приведём пример изображения на экране монитора результатов расчёта вероятности пробоя в программе SDPA-PP (рис. 12.11).

В правой части панели результаты представлены в цифровой форме. В данном случае они относятся к компоненту 2 (цилиндр). Для просмотра результатов по другим компонентам нужно перейти к соответствующей странице программы. В левой верхней части показано распределение потока по образующей цилиндра, в нижней — распределение значений оценок $\cos\theta$, усреднённых по поверхности цилиндра.

В результате применения рекомендаций по оптимизации интерфейса затраты машинного времени на расчёт одного варианта исходных данных не превышают 1 мин.

Литература

- [Назаренко, 2000] *Назаренко А. И.* Методика и некоторые результаты оценки вероятности пробоя стенок российских модулей Международной космической станции // Космонавтика и ракетостроение. 2000. № 18. М.: ЦНИИмаш, 2000.
- [Назаренко, 2000] *Назаренко А. И.* Проблема «космического мусора» в околоземном пространстве // Экологические проблемы и риски воздействий ракетно-космической техники на окружающую среду: Справочное пособие / Под ред. Адушкина В. В., Козлов С. И., Петров А. В. М.: Изд-во «Анкил», 2000. С. 382–432.
- [Beltrami et al., 2002] *Beltrami P., Matney M., Nazarenko A. I., Wegener P.* Comparison of Debris Flux Models, Report on the Action Item 19.2, raised by 19th IADC meeting, held in Cologne, Germany. Eta_max space document IADC-2001-AI19.2, Rev. 1.0, 2002-09-23.
- [Christiansen, 1997] *Christiansen E.* Meteoroid / Orbital Debris Probability Analysis Code Comparison // 15th Session IADC. Houston, 1997.

- [Christiansen, 1998] *Christiansen E. L.* Working Group#3 — Protection // 16th IADC Meeting. Toulouse, France, Nov., 1998.
- [Cour-Palais, 1982] *Cour-Palais B. G.* Hypervelocity Impact Investigations and Meteoroid Shielding Experience Related to Apollo and Skylab // Orbital Debris, NASA conference publication. 1982.
- [Kessler, 1981] *Kessler D.* Derivation of the collision probability between orbiting objects: The lifetime of Jupiter's outer moons // *Icarus*. 1981. V. 48. P. 39–48.
- [Nazarenko et al., 2001] *Nazarenko A. I., Sokolov V. G., Gorbenko A. V.* The Comparative Analysis of the Probability of Spacecraft Pressure Wall Penetration for Different Space Debris Environment Models // 3rd European Conf. Space Debris. Darmstadt, Germany, Mar., 2001.
- [Nazarenko, Koverga, 2005] *Nazarenko A. I., Koverga E. V.* Optimization of the Interface between Space Debris Environment Models and Damage Prediction Tools // 4th European Conf. Space Debris. Darmstadt Germany, 2005.
- [Sdunnus, 2002] *Sdunnus H.* et al. Comparison of debris flux models // World Space Congress 2002. Houston, COSPAR-02-A-00986; PEDAS11-D1.4-0022-02.

Раздел 13 АНАЛИЗ СТОЛКНОВЕНИЙ СПУТНИКОВ

Введение

В разд. 10 отмечалось, что на начало 2012 г. оценка числа столкновений каталогизированных КО за год составила 0,218.

На рис. 13.1 представлена суммарная оценка среднего числа взаимных столкновений каталогизированных КО (группа 2) с 1990 по 2012 г. Суммарное их число (математическое ожидание) на этом интервале достигло 2,7. Характерная особенность представленной зависимости — её нелинейный характер. Интенсивность (ежегодное число) столкновений с течением времени растёт. В будущем эта закономерность сохранится. Взаимные столкновения стали основным источником образования КМ малых размеров [Nazarenko, Usovik, 2013].

В настоящее время (2013) достоверно зафиксировано три случая столкновения достаточно крупных действующих КА в области низких орбит, которые привели к повреждению (разрушению) КА. Не исключено, что имели место и другие столкновения объектов, однако, в связи трудностями их обнаружения, такого рода события не были зафиксированы с достаточной достоверностью. Данные об упомянутых трёх столкновениях приведены в табл. 13.1.

Таблица 13.1. Данные о столкновениях каталогизированных объектов

№ п/п	Время	КО 1	КО 2	Высота, км	Вес, кг
1	Июль 1996 г.	Cerise	КО № 18208	670	50+
2	Февраль 2009 г.	Iridium 33	«Космос-2251»	780	560+900
3	Январь 2013 г.	«Блиц»	Фрагмент	830	7,8+

Каждый из этих случаев ниже рассмотрен более подробно.



Рис. 13.1. Оценка числа столкновений



Рис. 13.2. Данные о столкновении спутника Cerise с фрагментом ракеты Ariane

§ 13.1 Космический аппарат Cerise

На рис. 13.2 представлены данные о столкновении КА Cerise с фрагментом запуска ракеты Ariane. Анализ данных об этом столкновении опубликован в статье [Alby et al., 1997].

Особенность конструкции малогабаритного КА Cerise (в каталоге США № 23606) в наличии штыревой гравитационной стабилизации. Факт столкновения был установлен в результате анализа нескольких событий.

- 24 июля спутник потерял стабильную ориентацию и стал хаотически вращаться;
- было установлено, что 24 июля КА Cerise несколько раз сближался на малое расстояние с фрагментом (№ 18208) разрушения ракеты Ariane;
- в эволюции периода обращения фрагмента № 18208 выявлено изменение параметров орбиты, которое произошло 24 июля;
- 27 июля на похожей орбите обнаружен и каталогизирован новый объект (№ 23994);
- был выполнен прогноз движения КА Cerise по последним НУ до аварии, а также прогноз движения (назад) нового фрагмента (обломка гравитационной системы стабилизации), что позволило установить момент их максимального сближения на орбите — 9 ч 48 мин 2,5 с 24 июля 1996 г.

Других фрагментов разрушения КА Cerise обнаружено не было.

§ 13.2 Космические аппараты «Космос-2251» и Iridium 33

По многочисленной информации из иностранных источников (Интернет) 10 февраля 2009 г. в 16 ч 56 мин (UT) произошло столкновение американского действующего спутника Iridium 33 (международный номер 97051С, в каталоге США № 24946, масса 560 кг) с прекратившим активное существование российским спутником «Космос-2251» (международный номер 93036А, в каталоге США № 22675, масса 900 кг). За период времени от момента столкновения до конца марта 2009 г. было каталогизировано 823 фрагментов, обра-

зовавшихся в результате столкновения. В течение последующих четырёх лет всего было каталогизировано ~1800 фрагментов (!). Часть из них за это время прекратила существование («сгорела»). Образовалось также большое число более мелких объектов, которые наблюдались наземными средствами, но каталогизировать их не удалось.

Ниже на рис. 13.3–13.5 приведены «картинки» из этих источников.

Анализ эволюции орбитальных данных спутников в форме TLE позволяет оценить характеристики столкновения. На рис. 13.6 представлена оценка высоты апогея и наклона спутника Iridium 33, которая подтверждает вывод об изменении 10 февраля 2009 г. параметров его орбиты.

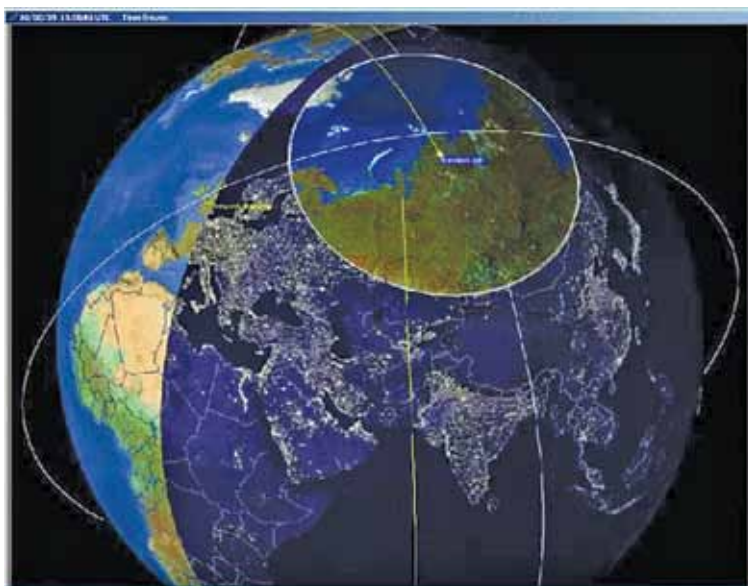


Рис. 13.3. Общая картина столкновения



Рис 13.4. КА «Космос-2251»



Рис. 13.5. КА Iridium 33

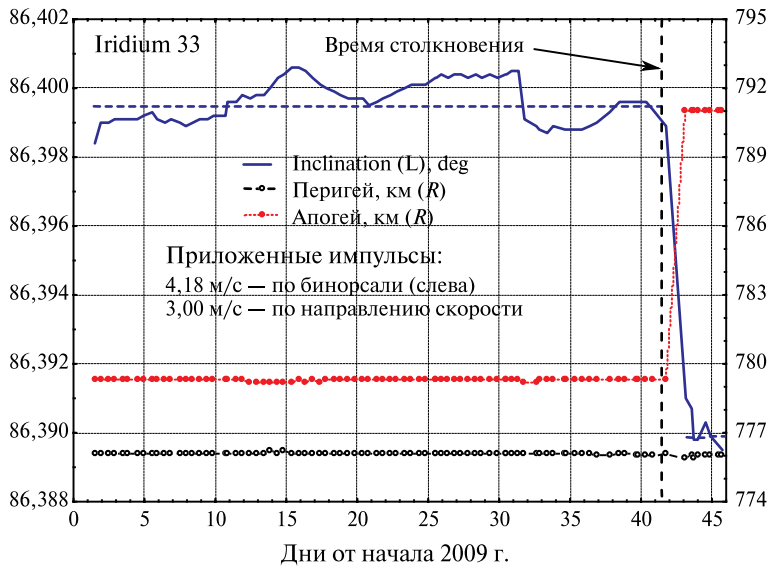


Рис. 13.6. Данные о наклонении и высоте апогея КА Iridium 33

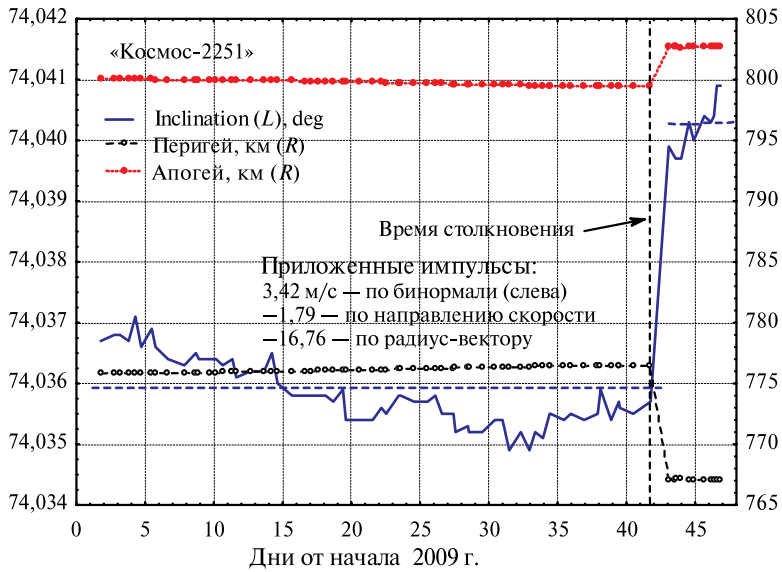


Рис. 13.7. Данные об изменении параметров орбиты КА «Космос-2251»

Эти данные подтверждают вывод об изменении 10 февраля 2009 г. параметров орбиты спутника Iridium 33. Видно, что наклонение спутника уменьшилось на $0,00095^\circ$, а апогей увеличился на 11,7 км. На основе этих изменений можно оценить величину приращений скорости спутника в момент столкновения, для чего определим приращение скорости (ΔV_w) по бинормали и направлению движения (ΔV_r). На основе известных формул [Назаренко, Скребушевский, 1981]:

$$\Delta V_w = \frac{V}{\cos(u)} \Delta i = \frac{7467}{0,296} \times \frac{-0,0095\pi}{180} = -4,18 \text{ м/с};$$

$$\Delta V_\tau \approx \frac{V}{4r} \Delta h_a = \frac{7467}{4 \times 7147} \times 11,7 = 3,00 \text{ м/с}.$$

Последняя оценка хорошо согласуется с наблюдаемым изменением среднего движения спутника (n). Знак приращения скорости по бинормали, свидетельствует, что внешняя сила была приложена с левой стороны (по отношению к направлению полёта спутника), поэтому положительное значение приращения скорости ΔV_τ представляется неожиданным.

В процессе дополнительного анализа для каждого из КА выполнялся прогноз из двух точек (до и после столкновения, т. е. вперёд и назад) на момент столкновения — вычислялась разность скоростей $\Delta \vec{V} = \vec{V}_{\text{после}} - \vec{V}_{\text{до}}$.

Проектирование этого вектора на оси подвижной системы координат (R , T , W) приводит к определению приращения скорости соответственно по радиус-вектору, трансверсали и бинормали. Расчёты показали, что эти составляющие хорошо согласуются с данными рис. 13.6 (для КА Iridium 33). На рис. 13.7 аналогичные данные приведены для КА «Космос-2251».

Основное отличие оценок приращений скорости КА «Космос-2251» от соответствующих данных для КА Iridium 33 в существенно большем значении импульса по радиус-вектору. Это приращение скорости направлено к центру Земли и равно 16,76 м/с. Для КА Iridium 33 соответствующее приращение направлено вверх и приблизительно в 15 раз меньше.

Возможное объяснение такой большой разницы в приращениях радиальной скорости в том, что суммарный импульс (одинаковый по величине и направленный в разные стороны) по-разному повлиял на изменение количества движения центра масс и момента количества движения вокруг центра масс спутников. Так как КА Iridium 33 менее компактный по сравнению с КА «Космос-2251», то удар по его хвостовой части должен был привести к увеличению момента количества движения вокруг центра масс. Поэтому изменение количества движения центра масс (в радиальном направлении) у него оказалось не столь значительным, как у спутника «Космос-2251», поскольку он больше по массе. По нашему мнению, такого рода эффект может наблюдаться при столкновении, схема которого представлена на рис. 13.8.

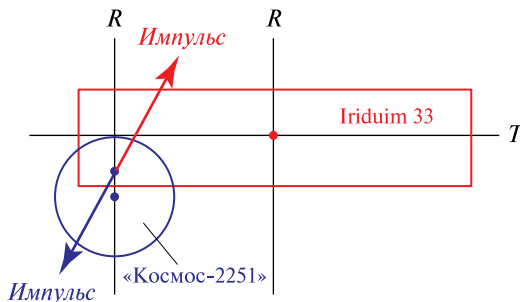


Рис. 13.8. Схема столкновения спутников (вид сбоку)

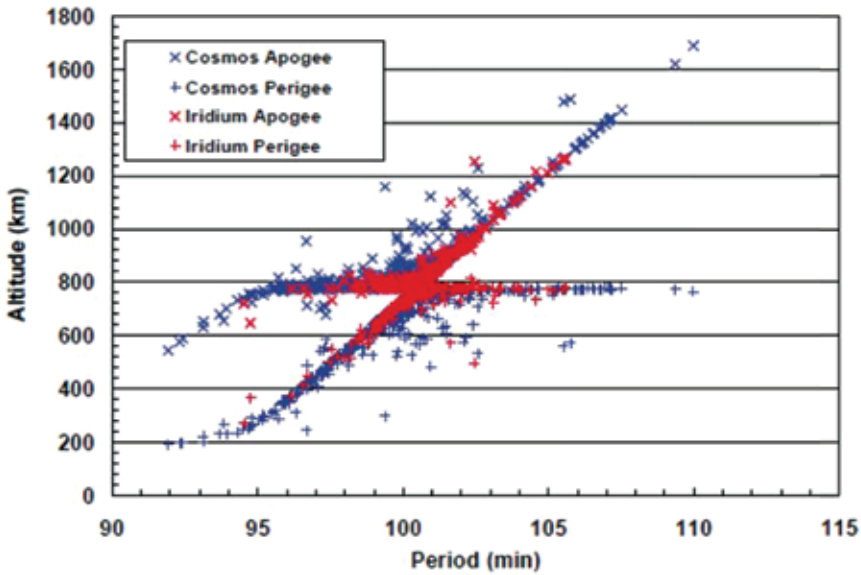


Figure 3. Altitude distribution of 731 cataloged debris on 20 March 2009. An additional piece of cataloged debris had already fallen back to Earth.

Рис. 13.9. Оценка высот перигея и апогея фрагментов в зависимости от периода

Такая схема удара качественно согласуется с приращениями скорости обоих КА. В частности, проекция действующего на ось T КА Iridium 33 импульса положительная, что согласуется с рис. 13.6.

На рис. 13.9 представлена так называемая диаграмма Габбарда, построенная для всех каталогизированных фрагментов, по данным журнала ODQN за апрель 2009 г.

Эта информация предоставляет уникальную возможность уточнить параметры модели фрагментации по экспериментальным данным. В частности, максимальное значение разности высот апогея и перигея ($\Delta h \approx 900$ км) позволяет рассчитать максимальное изменение скорости фрагментов при взрыве. Для круговых орбит соотношение между увеличением высоты в апогее и приращением тангенциальной скорости ΔV имеет вид [Назаренко, Скребушевский, 1981]

$$\Delta h = 4a \frac{\Delta V}{V}, \quad (13.1)$$

где a — большая полуось орбиты; V — скорость КА до столкновения. Максимальное приращение скорости легко определяется из выражения (13.1):

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta h}{4a} = \frac{900}{4 \times 7200} = 0,031 \quad \text{и} \quad \Delta V = 0,031 \times 7,43 = 0,232 \text{ км/с.}$$

Параметры алгоритма для моделирования последствий столкновений подбирались так, чтобы расчётная диаграмма Габбарда приемлемым образом соответствовала реальной (см. рис. 13.9). При этом надо иметь в виду, что нас интересуют последствия столкновений объектов разного размера. Поэтому, а также в связи необходимостью получения реалистических характеристик

мелких фрагментов, необходима коррекция модели фрагментации, изложенной в разд. 6. Было показано, что известные модели фрагментации основаны на формуле

$$N(> m) = A \left(\frac{m}{M_e} \right)^B, \quad (13.2)$$

которая была предложена в статье [Kessler, Cour-Palais, 1978]. Здесь M_e — суммарная расчётная масса сталкивающихся объектов.

Формула $A(m_{\max}/M_e)^B = 1$ (6.1) из разд. 6 связывает значения параметра A и максимальную массу фрагментов m_{\max} , которая рассчитывается по формуле (6.8) с учётом оценки минимальной массы фрагментов m_{\min} . При $m_{\min} = 0$ справедливы простые соотношения

$$\left. \begin{aligned} m_{\max} &= M_e(1+B), \\ A &= (1+B)^{-B}. \end{aligned} \right\} \quad (13.3)$$

На первом этапе тестовые расчёты по оценке количества и массы фрагментов разного размера были выполнены по изложенной в разд. 6 методике при предположении, что все фрагменты имеют сферическую форму и удельный вес $2,7 \text{ г/см}^3$. В табл. 13.2 представлены результаты этих расчётов для вариантов $B = -0,8$ и $B = -0,68$ и скорости столкновения $11,9 \text{ км/с}$. Массы сталкивающихся объектов — у КА «Космос-2251» (900 кг) и Iridium 33 (560 кг); d_j — диаметр фрагментов; масса — в кг.

Таблица 13.2. Количество фрагментов (N) и их масса (M) при разных B

№ диапазона размеров j	$d_j, \text{ м}$	$B = -0,68$		$B = -0,8$	
		$N(>d_j)$	$M(>d_j)$	$N(>d_j)$	$M(>d_j)$
9	0,5000	1,9	672,6	1,5	403,619
8	0,2500	7,6	1010,9	7,9	763,048
7	0,1500	21,6	1149,6	26,9	947,028
6	0,1000	49,4	1220,2	71,1	1057,803
5	0,0500	203,3	1292,4	375,4	1194,649
4	0,0250	835,9	1329,5	1981,3	1284,934

Из табл. 13.2 видно, что по мере уменьшения размеров фрагментов масса всех объектов приближается к суммарной массе столкнувшихся КА (1460 кг) и для фрагментов с размерами более 2,5 см достигает соответственно 91 и 88 % от неё. Эта оценка была вполне ожидаемая.

При $B = -0,8$ число фрагментов малого размера существенно больше, чем при $B = -0,68$. Это объясняется естественным следствием применения зависимости (13.2).

Из табл. 13.2 видно также, что для обоих вариантов расчётов число каталогизируемых фрагментов (размером больше 10 см, которые поддаются каталогизации) на порядок меньше числа реальных фрагментов, которые образовались при столкновении. Такой результат естественное следствие

допущения, что все исходные объекты и все фрагменты — сплошные алюминиевые сферы. На самом деле, можно ожидать, что при столкновении реальных КА большая часть фрагментов будет обломками достаточно тонкостенных элементов конструкции, сделанных из разных материалов (алюминий, сталь, композитные материалы и т. д.).

Большое разнообразие размеров и конструктивных особенностей сталкивающихся объектов приводит к целесообразности применения случайного выбора этих параметров из некоторого заданного множества их возможных значений. Таким образом, при коррекции модели фрагментации применяем случайный выбор ряда её параметров, взяв за основу модель фрагментации вида (13.2).

Рассмотрим конкретные положения, которые применяются при коррекции модели.

1. При пересчёте массы сталкивающихся объектов в их размеры и обратно надо иметь в виду, что соответствующий размерам объём заполнен конструктивными элементами не полностью и имеет пустоты. Для учёта этого обстоятельства расчётный объём определяется умножением исходного объёма не некоторый коэффициент $k_{si} < 1$, который выбирается с помощью датчика случайных чисел из некоторого диапазона возможных значений.

2. Используется допущение, что все фрагменты имеют форму цилиндра с площадью основания $0,25\pi d^2$ и высотой h , которая выбирается случайным образом:

$$h = a_0(1 + a_1 \text{random})d. \quad (13.4)$$

Здесь случайная величина находится в интервале значений $(0, 1)$. В соответствии с таким выбором высота цилиндра принимается в диапазоне значений $(a_0d, a_0(1 + a_1)d)$. При $a_0(1 + a_1) = 2/3$ объём цилиндра совпадает с объёмом шара диаметром d .

3. В момент столкновения направление относительной скорости в большинстве случаев смещено по отношению к центру масс объекта большего размера. Это смещение случайное и находится в диапазоне значений от 0 до $\sim(d_1 + d_2)/2$. Поэтому во многих случаях удар будет «скользящим», что приводит к уменьшению количества энергии, которое выделяется при столкновении. При коррекции модели фрагментации, а именно при расчёте удельной энергии по формуле (6.18), данное обстоятельство учитывается применением корректирующего множителя km для уменьшения расчётной массы большого объекта на некоторую случайную величину.

4. После столкновения фрагменты получают приращение скорости и разлетаются в разные стороны по отношению к исходной орбите. Естественно, что на изменение скорости фрагментов (ΔV) тратится энергия. Поэтому используется допущение, что затраты энергии на изменение скорости фрагментов будут некоторой долей выделившейся при столкновении энергии, которая задаётся константой k_v , подлежащей уточнению при настройке модели:

$$m0,5[(V + \Delta V)^2 - V^2] = mV\Delta V = k_v mu. \quad (13.5)$$

Используя данные диаграммы Габбарда ($\Delta V = 0,232$ км/с), на основе этого соотношения можно найти значение коэффициента k_v и использовать его в модели фрагментации при расчёте приращения скорости ΔV в различных условиях.

5. Приращение скорости $\Delta V = 0,232$ км/с будет максимальным для фрагментов рассматриваемого столкновения. Оно направлено вдоль вектора скорости. В общем случае приращение скорости имеет разное направление, которое можно считать случайным. Кроме того, во многих случаях полученное фрагментами приращение скорости меньше найденного максимального значения ΔV . Это обстоятельство легко учесть, введя соответствующий корректирующий случайный множитель.

6. Значительная часть выделившейся при столкновении энергии $(1 - k_v)$ тратится на разрушение объектов. Методика учёта этого обстоятельства достаточно подробно изложена в разд. 6.

Таким образом, были рассмотрены основные положения, применяемые при коррекции модели фрагментации для сталкивающихся объектов. Все эти положения имеют наглядный физический смысл и направлены на приближение результатов моделирования к реальным данным.

Перечисленные положения были учтены при разработке соответствующей компьютерной программы. Для определения параметров модели выполнено много расчётов при различных исходных данных. Ниже приведены основные результаты настройки параметров модели.

$B = -0,86$ — значение параметра B в формуле (13.2);
 $k_{si} = 0,15$ — только для пересчёта объёма и массы КА «Космос-2251» и Iridium 33;
 $a_0 = 0,02$ и $a_1 = 3$ — параметры формулы (13.4);
 $km = 0,5$ — только для рассматриваемого столкновения;
 $k_v = 0,1$ — для расчётов по формуле (13.5);
 $0,2 + 0,8 \text{ random}$ — коэффициент для коррекции максимального приращения скорости.

Общие результаты расчётов при $m_{\min} = 0$:

- удельная энергия столкновения $u = 17559,1$ Дж/г;
- максимальная масса фрагментов $m_{\max} = 204$ кг;
- максимальный размер фрагментов $0,99$ м.

В табл. 13.3 представлены основные результаты расчётов по оценке последствий столкновения, которые характеризуют влияние размера фрагментов.

В ней $N(>d_j)$ — число фрагментов размером больше d_j ; $\sum(m_j)$ — масса фрагментов в диапазоне размеров (d_j, d_{j+1}) , кг; $\sum(>m_j)$ — суммарная масса фрагментов размером больше d_j , кг; $S(u_j)$ — количество энергии, необходимое для образования фрагментов в диапазоне размеров (d_j, d_{j+1}) , Дж/г; $\sum(u_j)$ — суммарное количество энергии, необходимое для образования фрагментов размером больше d_j , Дж/г.

Для объектов, поддающихся каталогизации (размером более 10 см), оценка выделена полужирным начертанием. Таких объектов 732, их оценка близка к реальным данным за март 2009 г. Масса объектов такого размера составила 1025 кг, что составляет 70 % от массы столкнувшихся КА.

Данные о фрагментах минимального размера выделены курсивом. Это объекты размером до 2,5 мм. На образование фрагментов большего размера

расходуется вся удельная энергия фрагментации $(1 - k_p)u = 0,9 \times 17\,559 = 15\,800$ Дж/г. Поэтому фрагменты меньшего размера не образуются. Число фрагментов размером больше 2,5 мм достигло 1,5 млн, а их масса составила 1336 кг (91 % от общей массы).

Таблица 13.3. Результаты расчёта последствий столкновения при $m_{\min} = 0$

№ диапазона размеров j	d_j , м	$N(>d_j)$	$\sum(m_j)$	$\sum(>m_j)$	$S(u_j)$	$\sum(u_j)$
12	0,5000	11,6	606,8	606,8	12,8	13
11	0,2000	123,4	272,5	879,3	412,8	426
10	0,1500	259,2	66,0	945,4	282,1	708
9	0,1100	577,0	62,8	1008,2	354,9	1063
8	0,1000	732,3	17,2	1025,5	148,5	1211
7	0,0500	4378,9	109,7	1135,2	847,9	2059
6	0,0250	23 036,6	78,7	1214,0	1255,7	3315
5	0,0100	140 043,7	63,5	1277,5	2386,8	5701
4	0,0050	461 354,8	32,1	1309,7	3280,6	8982
3	0,0035	852 052,6	14,2	1324,0	2792,4	11 774
2	0,0025	1 519 870,6	26,5	1336,2	3409,3	15 184
1	0,0010	7 349 595,4	28,0	1364,2	11 904,5	27 088

Факт, что масса образовавшихся фрагментов (1336 кг) оказалась меньше суммарной массы столкнувшихся КА, свидетельствует о недостаточной корректности изложенного алгоритма расчёта масс. Дело в том, что использовалось допущение о бесконечно малой массе наименьшего фрагмента ($m_{\min} = 0$). На самом деле, как видно из проведённых расчётов, ограниченное количество выделившейся энергии приводит к ограничению минимального размера фрагментов (в данном случае $d_{\min} = 2,5$ мм). Поэтому для исключения этого недостатка необходимо применять соотношение между суммарной массой и массой наибольшего фрагмента, в котором используется оценка $m_{\min} \geq 0$. Эта рекомендация приводит к необходимости последовательных приближений (итераций) как при учёте $m_{\min} \geq 0$, так и при расчёте m_{\max} :

$$m_{\max} = \frac{M(B+1)}{1 + B(m_{\min}/m_{\max})^{B+1}}. \quad (13.6)$$

При выполнении следующего приближения использовались оценки: $m_{\min} = 0,000006$ кг; $m_{\max} = 221$ кг; $d_{\max} = 1,01$ м (при $gam_1 = 600$). Результаты даны в табл. 13.4.

Из табл. 13.4 видно, что ограничение минимального размера частиц ($d_{\min} \approx 2,5$ мм), соответствующего удельной энергии фрагментации 15 800 Дж/г, привело к суммарной массе фрагментов размером больше d_{\min} , равной 1447 кг, что составляет 99 % общей массы КА и является вполне приемлемым. В табл. 13.4 приведены также данные о фрагментах размером больше 7 см, число которых составило 1967. Эта оценка соответствует суммарному

числу фрагментов разрушения, приведённому выше. Таким образом, возможная причина существенного увеличения числа каталогизированных фрагментов на интервале времени после столкновения — снижение нижней границы размеров каталогизированных КО.

Таблица 13.4. Результаты расчёта последствий столкновения при $d_{\min} = 2,5$ мм

№ диапазона размеров j	d_j , м	$N(>d_j)$	$\sum(m_j)$	$\sum(> m_j)$	$S(u_j)$	$\sum(u_j)$
13	1,0000	2,1	356,8	356,8	8,4	8
12	0,5000	12,3	308,9	665,7	220,3	229
11	0,2000	131,1	292,0	957,7	407,8	637
10	0,1500	275,3	70,8	1028,5	278,6	915
9	0,1000	783,7	86,3	1114,8	436,5	1352
8	0,0700	1967,1	64,6	1179,5	497,8	1849
7	0,0500	4686,3	52,7	1232,3	583,6	2433
6	0,0250	24 785,8	84,5	1316,8	1240,5	3673
5	0,0100	149 873,9	67,7	1384,6	2357,9	6031
4	0,0050	493 739,3	34,4	1419,0	3240,9	9272
3	0,0035	911 861,9	15,2	1434,3	2758,5	12 031
2	0,0025	1 626 557,0	13,0	1447,4	3367,9	15 399
1	0,0010	7 865 495,5	29,9	1477,3	11 760,1	27 159

На рис. 13.10 данные табл. 13.4 представлены в более наглядной графической форме. Показано, что энергии фрагментации 15 800 Дж/г соответствует минимальный размер фрагментов $\sim 2,5$ мм. Число фрагментов размером больше 2,5 мм составило $\sim 1,6$ млн.

На рис. 13.11 изображена диаграмма Габбарда, построенная на основе результатов расчётов по скорректированной модели фрагментации для объектов размером более 10 см. Из сравнения диаграммы с данными рис. 13.9 видно их достаточно хорошее согласие. Имеющиеся расхождения, в частности в левой части диаграмм, объясняются принадлежностью к разным моментам времени. Расчётная диаграмма построена для момента столкновения, а реальная (по данным каталога) — через 40 дней после него. За это время часть фрагментов сгорела, а число других фрагментов, с малыми высотами перигея и апогея, уменьшилось под действием торможения в атмосфере.

В статье [Liou, 2009] приведена оценка отношения площади к массе (A/M) для всех фрагментов, образовавшихся при столкновении рассматриваемых КА. Эта оценка определена при обработке орбитальных данных в форме TLE на предшествующем интервале времени. Полученная оценка показана на рис. 13.12 и 13.13.

Фрагменты со значениями $A/M \approx 1$ м²/кг самые лёгкие. Это обрывки многослойной изоляции. Объекты с A/M в диапазоне $\sim (0,2 \dots 1)$ м²/кг изготовлены из сотовых и композитных материалов, а со значениями $A/M < 0,2$ м²/кг — из тяжёлых металлов.

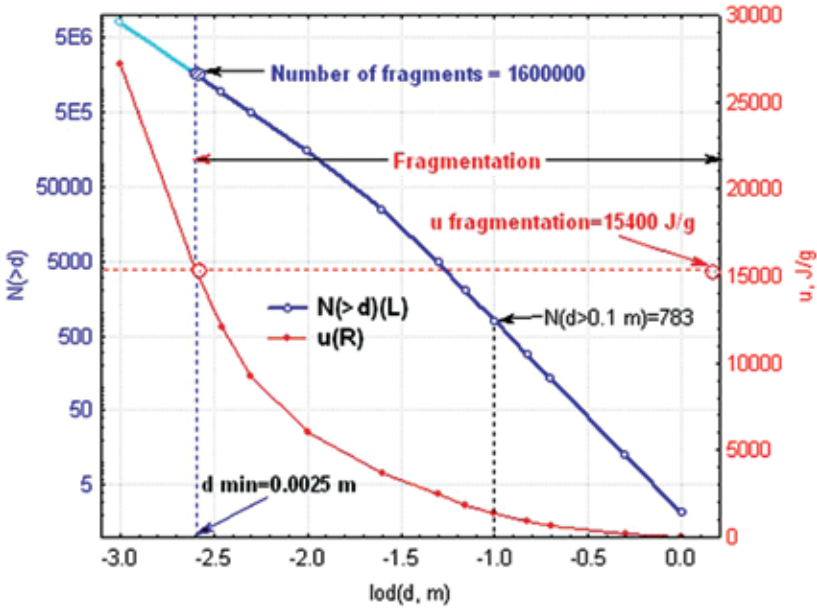


Рис. 13.10. Определение минимального размера фрагментов

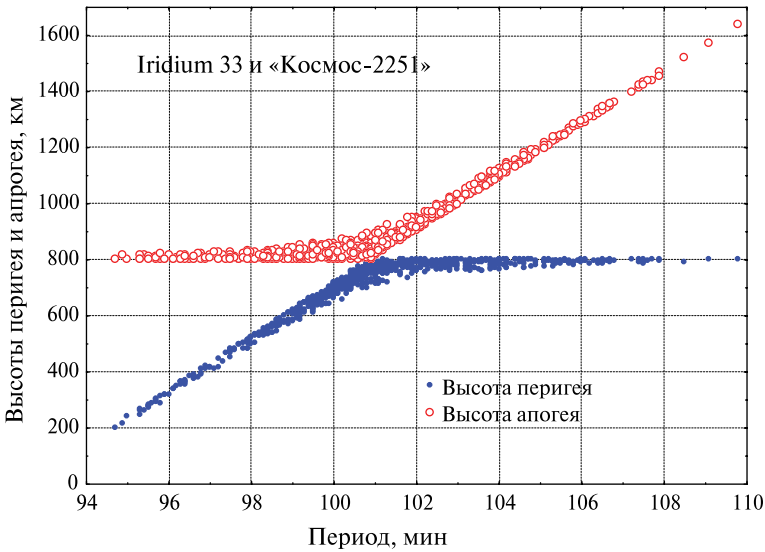


Рис. 13.11. Расчётная диаграмма Габбарда

Особенность этой оценки — существенное различие отношения A/M у рассматриваемых спутников: у КА «Космос-2251» большинство значений находится в диапазоне $0,02 \dots 0,3 \text{ м}^2/\text{кг}$, а у КА Iridium 33 — $0,2 \dots 2 \text{ м}^2/\text{кг}$. Такая существенная разница объясняется, по-видимому, тем, что фрагменты КА Iridium 33 выполнены из более лёгких материалов и более тонкие. Представленные на рис. 13.13 данные о числе фрагментов и их размерах (подавляющее большинство объектов имеет размер $>10 \text{ см}$) соответствуют каталогу за 2009 г.

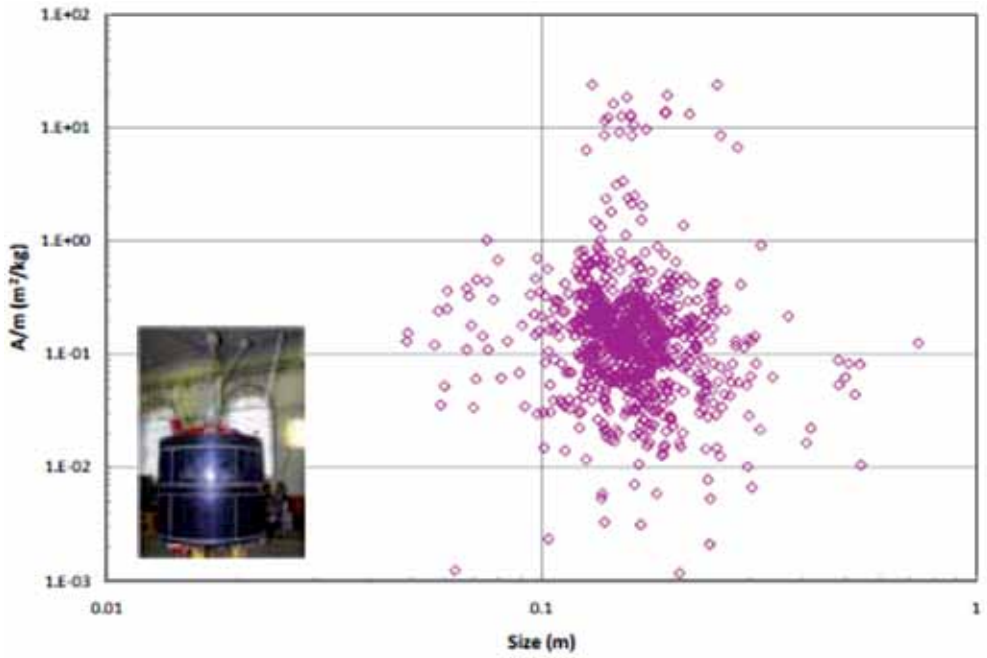


Рис. 13.12. КА «Космос-2251». Отношение A/M , м²/кг в зависимости от размера фрагментов

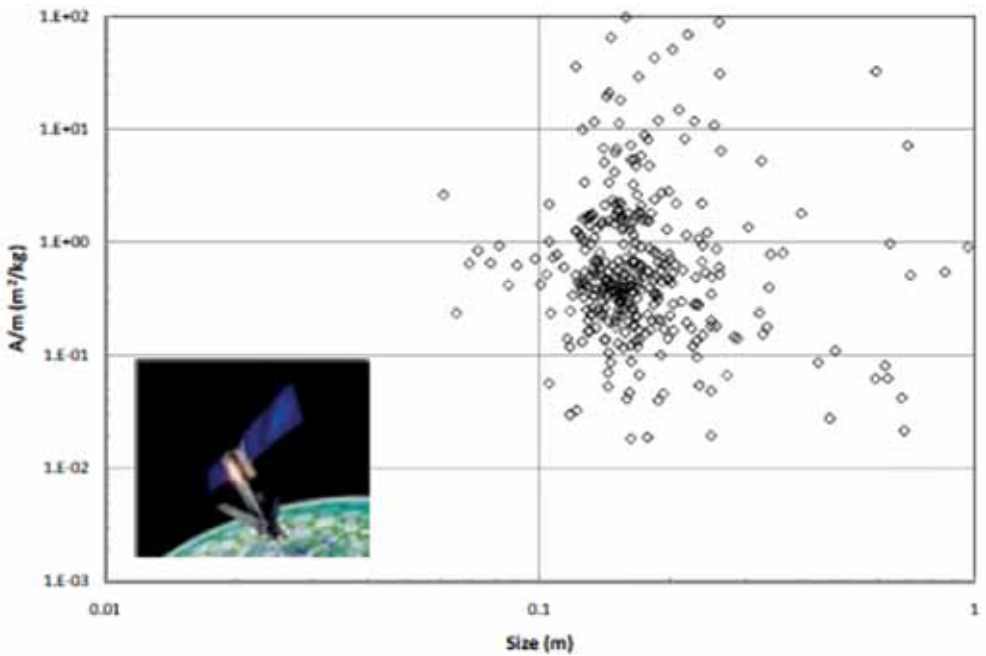


Рис. 13.13. КА Iridium 33. Отношение A/M , м²/кг в зависимости от размера фрагментов

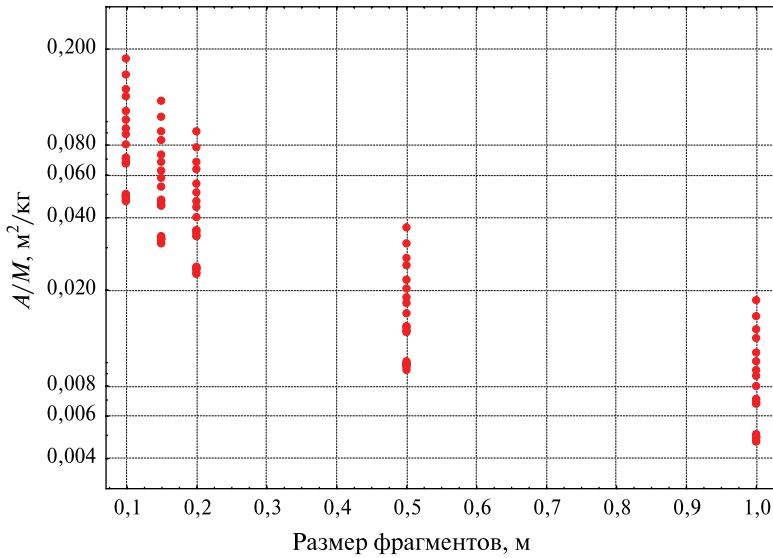


Рис. 13.14. Модельные значения отношения A/M , $\text{м}^2/\text{кг}$ в зависимости от размера фрагментов

На рис. 13.14 представлена оценка отношения A/M , полученная на рассмотренной выше модели. Эти данные относятся к фрагментам разного размера, но не отражают количество фрагментов того или иного размера.

Из сравнения экспериментальных значений A/M (см. рис. 13.12 и 13.13) с модельными данными (см. рис. 13.14) видно, что первые имеют очень большой разброс — изменяются на четыре порядка. Это обстоятельство объясняется, по-видимому, не только аномальной, не учтённой в модели формой некоторых фрагментов (более тонкие или более компактные), но и наличием больших случайных погрешностей в экспериментальных оценках. Многолетний опыт автора отчёта по определению торможения спутников [Yurasov et al., 2004] показывает, что на высоте 800 км, где торможение в атмосфере относительно небольшое, погрешность определения баллистического коэффициента по орбитальным данным может достигать 100%. Кроме того, в условиях слабого торможения достаточно точное определение баллистического коэффициента спутников возможно только при использовании уникального программного обеспечения, позволяющего корректно определять характеристики торможения спутников. Автор знаком с автором рассматриваемой статьи и полагает, что при её подготовке упомянутые требования не были выполнены в достаточно полном объёме.

§ 13.3 Космический аппарат «Блиц»

В середине января 2013 г. произошла авария КА «Блиц» (№ 35871/2009-049G). Микроспутник «Блиц» (автономная лазерная сферическая стеклянная отражательная система) был разработан и изготовлен ФГУП «НИИ ПП» [Метеоспутник..., 2009]. Он предназначался для решения проблем в области геофизики, геодинамики и теории относительности, а также для решения задач

высокоточного измерения и долгосрочного прогнозирования орбит специализированных навигационно-геодезических космических аппаратов.

Для определения времени аварии был проведён анализ изменений параметров орбиты КА. Эти изменения, полученные пересчётом из соответствующих TLE, показаны на рис. 13.15.

Кроме классических элементов орбит (a , i , e) на рис. 13.15 приведено также изменение периода за виток. Эта величина рассчитана с помощью модели движения SGP [Hoots, Roehrich, 1980] с использованием параметра $dndt$ из исходных данных в форме TLE. Видно, что с 22 по 29 января наблюдалось существенное изменение параметров орбиты, которое могло быть вызвано каким-то внешним воздействием.

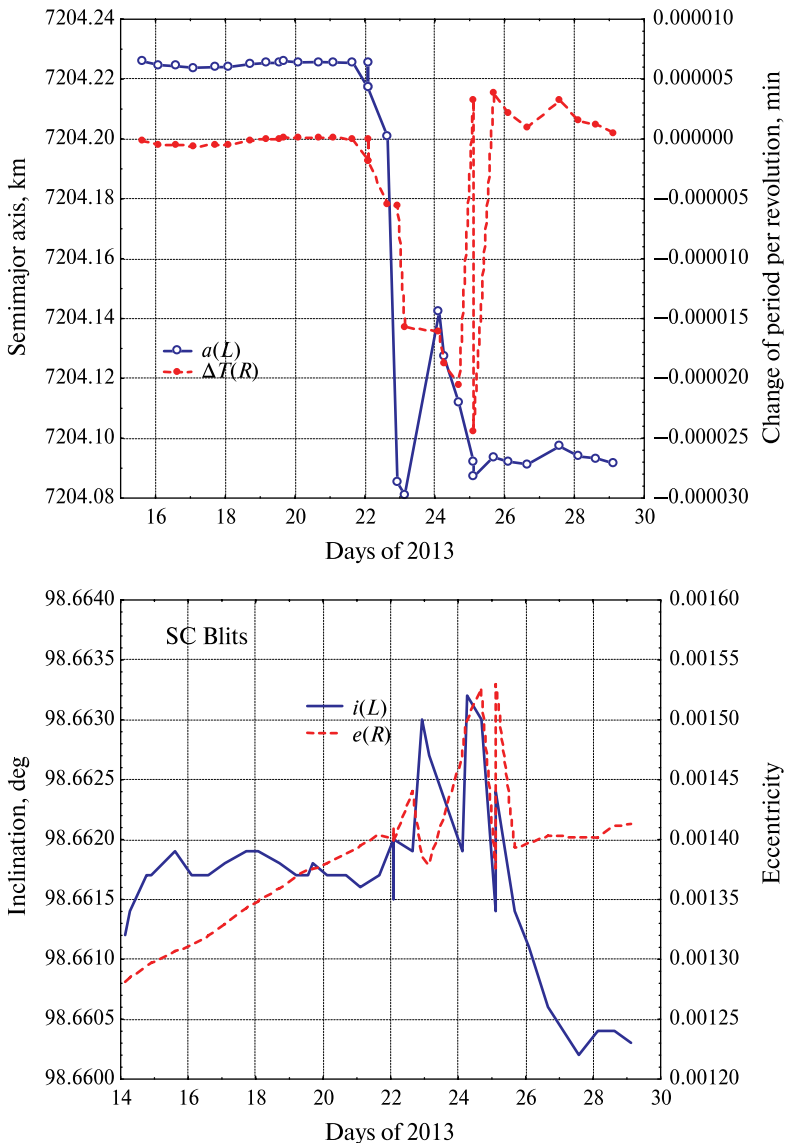


Рис. 13.15. Изменение параметров орбиты КА «Блиц» в январе 2013 г.

Для более точного определения времени аварии КА «Блиц» использовался прогноз его движения вперёд и назад по НУ соответственно до и после аварии. Для прогноза вперёд брались начальные условия за 20 января. Для прогноза назад НУ выбирались таким образом, чтобы начало мерного интервала было не ранее 29 января (НУ были выбраны для двух витков за 6 февраля 2013 г.). Было выполнено пять вариантов прогноза назад, отличавшихся длиной мерного интервала. По результатам прогноза определялся момент времени, при котором достигалось минимальное расстояние между соответствующими положениями КА. В табл. 13.5 приведены результаты оценки.

Таблица 13.5. Оценка минимальной дистанции и соответствующего времени

	Номер варианта				
	1	2	3	4	5
Дистанция, км	0,339	0,314	0,761	0,507	0,556
Время, от 01.01.2013 г.	21,185	21,216	21,157	21,150	21,151

Из табл. 13.5 видно, что наиболее вероятное время аварии находится в интервале от 03 ч 36 мин до 05 ч 11 мин УТ 22 января. На рис. 13.16 показаны более подробные результаты для одного из вариантов расчёта.

Пунктирными линиями выделены границы интервала, где с наибольшей вероятностью произошла авария. При анализе этих данных надо иметь в виду, что для изменения полуоси на -130 м (см. рис. 13.15) необходимое приращение тангенциальной составляющей скорости равно $-0,067$ м/с. Внутри выделенного интервала имеется два момента времени, где указанная составляющая имеет такую величину.

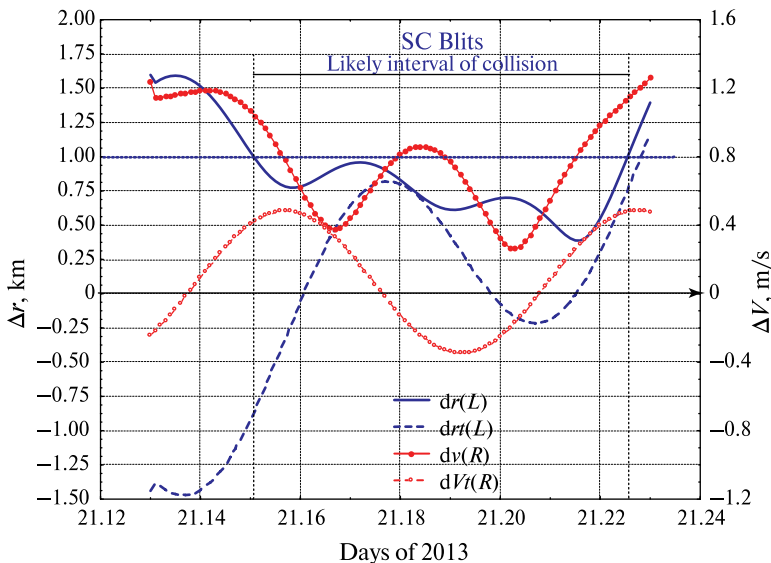


Рис. 13.16. Относительные параметры орбиты: dr — расстояние между расчётными положениями КА; drt — тангенциальная составляющая dr ; dv — разность скоростей; dvt — тангенциальная составляющая dv

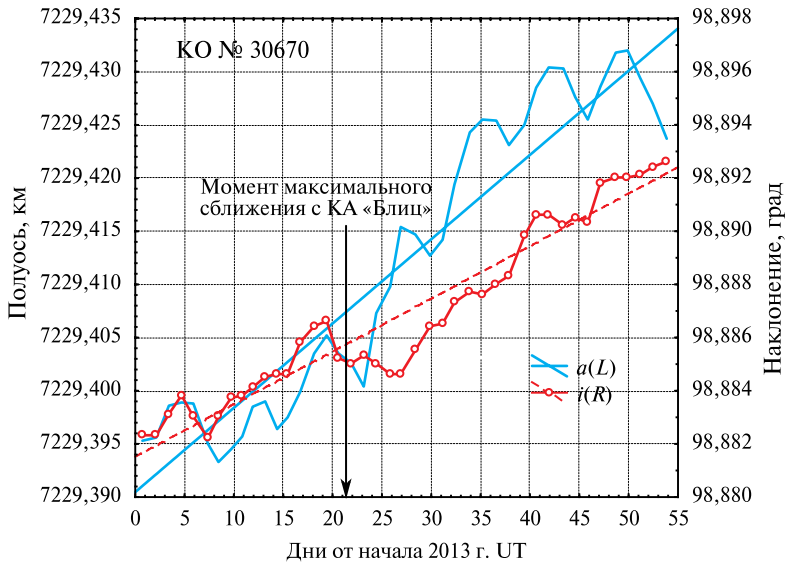


Рис. 13.17. Изменения параметров орбиты фрагмента № 30679

По американским источникам 22 января 2013 г. в 07 ч 57 мин произошло опасное сближение КА «Блиц» с фрагментом спутника «Фэньюнь-1С» (№ 30670/1999-025А). Расчётное минимальное расстояние составило 2,5 км при скорости сближения 9,67 км/с.

По данным TLE фрагмента № 30670 выполнен анализ эволюции его параметров орбиты в январе–феврале 2013 г. Результаты показаны на рис. 13.17, на котором видно, что аномальное изменение элементов орбиты этого фрагмента на рассмотренном интервале не наблюдалось, а имеющие место изменения были вполне ожидаемыми. В полуоси отклонение не превышает 5...6 м. По сравнению с данными об изменении орбиты КА «Блиц» эти отклонения в 20 раз меньше.

Таким образом, из рис. 13.16 и 13.17 следует вывод, что столкновение КА «Блиц» с фрагментом № 30670 маловероятно.

Возможной причиной аварии КА «Блиц» стало его столкновение с каким-то другим объектом. Оценим массу и размеры объекта, с которым, возможно, произошло столкновение. Воспользуемся приведённой выше оценкой изменения скорости КА «Блиц», равной $-0,067$ м/с. Рассмотрим простейший случай, когда два объекта массой m_1 и m_2 с одинаковыми скоростями (V) движутся навстречу друг другу. Используем допущение, что в момент столкновения объекты «вминаются» друг в друга. Воспользуемся законом сохранения количества движения

$$m_1V - m_2V = (m_1 + m_2)V_{col}. \quad (13.7)$$

Отсюда легко определить изменение скорости первого объекта:

$$\Delta V = V_{col} - V = -2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} V. \quad (13.8)$$

Отсюда при известных значениях $m_1 = 7,8$ кг, $V = 7,43$ км/с и ΔV легко найти массу второго объекта. Она оказывается равной $m_2 = 0,000035$ кг, т.е. довольно маленькой. Таким образом, наблюдаемые изменения элементов орбиты КА «Блиц» могут быть вызваны столкновением КА с мелким фрагментом комического мусора массой 0,035 г.

Ответим на вопрос о возможном столкновении КА «Блиц» с фрагментом спутника «Фэнъюнь-1С». Рассмотрим также вероятность столкновения КА «Блиц» с «фоновыми» каталогизированными объектами. Для этого воспользуемся моделью космического мусора SDPA-PP [Назаренко, 2002]. На рис. 13.18 и 13.19 представлены некоторые выходные данные этой модели.

На рис. 13.18 приведена оценка плотности потока КМ в различных точках траектории КА «Блиц». Видно, что плотность потока резко увеличивается при полёте КА в высоких широтах. Именно в этом районе произошло сближение с фрагментом спутника «Фэнъюнь-1С».

На рис. 13.19 показаны характеристики потока КМ относительно КА «Блиц» в подвижной орбитальной системе координат. Из азимутального распределения направления полёта видно, что наиболее вероятными будут столкновения, близкие к лобовым. Средняя скорость столкновений равна 12,3 км/с. Кроме того на рис. 13.19 (в правом верхнем углу) приведена оценка плотности потока каталогизированных КО относительно рассматриваемого КА — $Q = 0,0000112$ м⁻² год. Из этой оценки легко определить среднее число объектов (поток), которые пролетают через сферу заданного радиуса r в единицу времени. В качестве радиуса используем минимальное расстояние при сближении со спутником «Фэнъюнь-1С» ($r = 2,5$ км). Получим поток $\pi r^2 Q = 215$ столкновений в год.

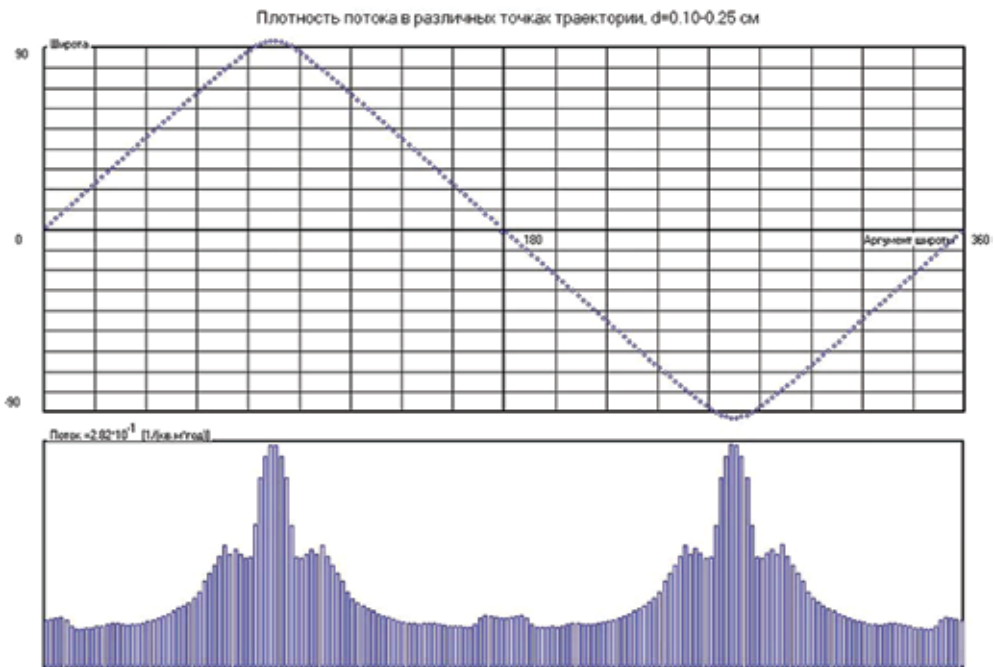


Рис. 13.18. Изменение потока КМ по трассе полёта КА «Блиц»

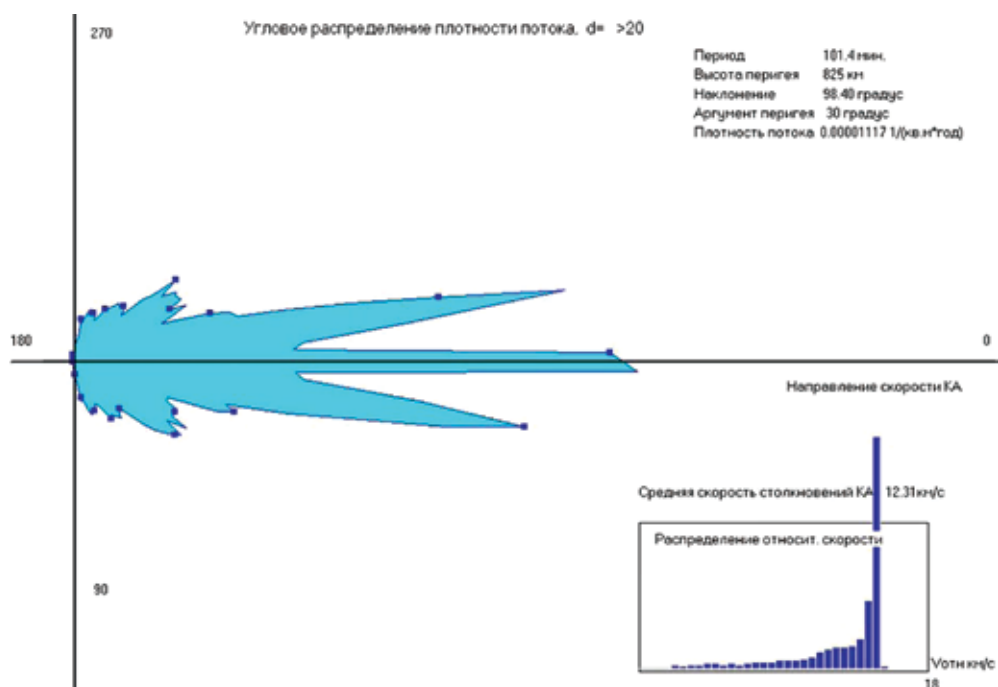


Рис. 13.19. Характеристики потока каталогизированных КО относительно КА «Блиц»

Следовательно, нет ничего неожиданного в том, что КА «Блиц» сближался на такую дистанцию с одним из каталогизированных КО. Более вероятной причиной аварии КА «Блиц» становится его столкновение с мелким фрагментом космического мусора массой $\sim 0,035$ г и размером меньше 2,5...5,0 мм. Результаты моделирования, изложенные в разд. 10, показывают, что на высоте полёта КА «Блиц» число объектов размером меньше 2,5...5 мм на 4–5 порядков превышает число каталогизированных объектов.

Литература

- [Метеоспутник..., 2009] Метеоспутник «Метеор-М» и микроспутник «Блиц» выведены на орбиту. РИАновости, 2009. [Электрон. текст] URL: <http://ria.ru/science/20090917/185464047.html#ixzz2LzM1HFFI>.
- [Назаренко, 2002] Назаренко А. И. Моделирование техногенного загрязнения околоземного космического пространства // *Астрономич. вестн.* 2002. Т. 36. № 6. С. 555–564.
- [Назаренко, 2010] Назаренко А. И. Погрешности прогнозирования движения спутников в гравитационном поле Земли. М.: ИКИ РАН, 2010. 226 с.
- [Назаренко, 2012] Назаренко А. И. Применение метода оптимальной фильтрации измерений для уточнения и прогнозирования орбит космических аппаратов // *Вестник, научно-технический журнал ФГУП НПО им. С. А. Лавочкина.* 2012. № 2.
- [Назаренко, Скребушевский, 1981] Назаренко А. И., Скребушевский Б. С. Эволюция и устойчивость спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1981.

- [Alby et al., 1997] *Alby F., Lansard E., Michal T.* Collision of Cerise with Space Debris // 2nd European Conf. Space Debris. 17–19 Mar., 1997. ESOC, Darmstadt.
- [Hoots, Roehrich, 1980] *Hoots F.R., Roehrich R.L.* Models for Propagation of NORAD Element Sets. Spacetrack Report No. 3. Aerospace Defense Command, United States Air Force, December 1980.
- [Kessler, Cour-Palais, 1978] *Kessler D.J., Cour-Palais B.G.* Collision Frequency of Artificial Satellites: The Creation of Debris Belt. // J. Geophysical Research. 1978. V. 83. A6.
- [Liou, 2009] *Liou J.C.* An Update on Recent Major Breakup Fragments // Orbital Debris Quarterly News (ODQN). 2009. V. 13. Iss. 3.
- [Nazarenko, 2009] *Nazarenko A.I.* Increasing the accuracy of orbit forecasting on the basis of improvement of statistical methods for processing measurements // Fifth European Conference on Space Debris, ESA SP-672, 2009.
- [Nazarenko, Usovik, 2013] *Nazarenko A.I., Usovik I.V.* Instability of the future LEO environment // 31th IADC. Darmstadt, 2013.
- [Tsuruda et al., 2006] *Tsuruda Y., Hanada T.* et al. Comparison between new impact test results and the NASA standard breakup model // Intern. Association of Coaches IAC-06. B6.3.8.
- [Yurasov et al., 2004] *Yurasov V.S., Nazarenko A.I., Cefola P.J., Alfriend K.T.* Results and Issues of Atmospheric Density Correction // 14th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conf. Maui, Hawaii, Feb., 2004, AAS 04-305.

Раздел 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ И МЕСТА ПАДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА «ФОБОС-ГРУНТ»

Введение

Методика прогноза падения на Землю «опасных» спутников основана на интегрировании уравнений их движения при известных НУ, состоящих из шестимерного вектора состояния, и оценки параметра торможения. В качестве последнего используются разные характеристики. Наиболее популярные — оценка баллистического коэффициента (S_b) и изменение периода обращения за виток (ΔT) под действием атмосферы.

Особенность решения этой задачи — чувствительность результатов к точности исходной характеристики торможения. Дело в том, что время существования спутников обратно пропорционально характеристике торможения $t_{life} \approx C/S_b$, где C — некоторая константа [Назаренко, Скребушевский, 1981]. Отсюда следует важная зависимость оценки погрешности определения времени существования от периода существования: $\delta_{life} \approx (\delta S_b/S_b)t_{life}$.

Многочисленные исследования показали, что в большинстве случаев СКО относительной погрешности определения характеристик торможения в начальный момент времени и на интервале прогноза составляет 10...15%. Этот уровень остаётся неизменным уже в течение последних 30 лет. Поэтому при расчёте времени существования за одни сутки СКО определения времени падения составляет обычно 2...3 ч. При прогнозе на 1 виток соответствующая погрешность находится в диапазоне ± 15 мин. В ряде случаев погрешность может быть и большей.

В настоящее время проблема повышения точности прогноза движения спутников представляется актуальной не только для определения времени их существования, но и в интересах предсказания столкновений спутников, каталогизации мелкого космического мусора, навигации и пр. В существующих условиях обязательным требованием для минимизации погрешностей прогноза становится использование той же модели движения спутников, которая применялась в процессе определения начальных условий по измерениям. В большинстве случаев это условие не выполняется, так как задачи прогноза и определения НУ решаются в разных организациях. Поэтому некоторые специалисты разработали собственные методики и программы уточнения НУ по доступным измерениям, в качестве которых обычно используются упомянутые выше TLE.

Для определения (уточнения) НУ по измерениям традиционно используется метод наименьших квадратов (МНК, *англ.* Least Square Technique, *сокр.* LST). Этот метод разработан 200 лет назад, когда искусственных спутников ещё не было. Характерная особенность движения околоземных ИСЗ — существенное влияние возмущающих факторов, оценка которых не поддаётся математическому описанию с необходимой точностью. Типичный пример такого рода возмущений — торможение в атмосфере, величина которого пропорциональна произведению реального баллистического коэффициента на плотность атмосферы. Основная трудность учёта этих факторов при прогнозе заключается в их непредсказуемом изменении во времени.

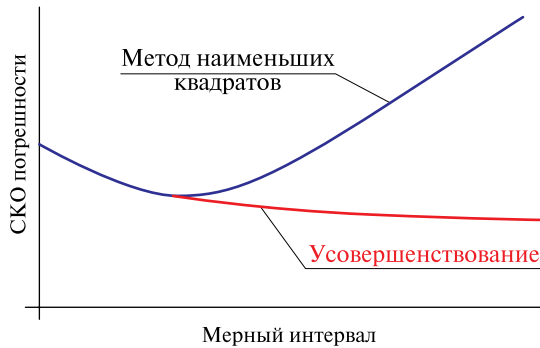


Рис. 14.1. Зависимость точности оценки МНК от мерного интервала

При использовании МНК влияние возмущающих факторов проявляется в необходимости выбора оптимального так называемого мерного интервала, т. е. периода, на котором выполняются измерения. Зависимость погрешности оценки с использованием МНК от величины мерного интервала схематично представлена на рис. 14.1.

Исследования показали, что значение оптимума зависит не только от величины торможения, но и от точности измерений и их количества. На практике обычно этот интервал определяется опытным путём и задаётся постоянным для конкретных типов спутников. В процессе падения спутников торможение сильно меняется, поэтому меняется и оптимальный мерный интервал. В большинстве случаев учесть это изменение в процессе обработки измерений с использованием МНК в реальных условиях не удаётся.

Таким образом, существующий уровень погрешности определения времени существования спутников обусловлен непредсказуемыми вариациями торможения на интервале обработки измерений и при прогнозе, а также невозможностью корректного учёта этих вариаций в методе наименьших квадратов.

§ 14.1

Усовершенствование методики определения начальных условий и прогноза движения

Основы усовершенствованной методики опубликованы автором 40 лет назад [Назаренко, Маркова, 1973]. В 1970-х гг. эта методика была реализована в российской СККП для определения и прогнозирования орбит низколетящих спутников [Nazarenko, 1991]. В дальнейшем методика была усовершенствована [Назаренко, 2010, 2012; Nazarenko, 1998, 2007, 2009]. Характерная особенность развитой методики — учёт статистических характеристик атмосферных возмущений на интервале обработки измерений и при прогнозировании движения. Этот учёт проявляется в существенно ином (по сравнению с МНК) поведении остаточных невязок между измеренными и уточнёнными параметрами орбиты на мерном интервале (табл. 14.1). Пример относится к обработке TLE по ракете-носителю, которая отделилась от КА «Фобос-Грунт» при запуске (международный № 11065B).

Таблица 14.1. СКО остаточных временных невязок по времени (с) при использовании МНК и метода оптимальной фильтрации измерений (ОФИ)

Метод	Номера измерений на мерном интервале						
	k-6	k-5	k-4	k-3	k-2	k-1	k
МНК	–	–	0,315	0,712	0,669	0,789	0,394
ОФИ	18,749	14,785	11,460	7,799	5,534	1,751	0,081

Из табл. 14.1 видно, что при использовании метода ОФИ остаточные невязки очень сильно меняются на мерном интервале. Основной эффект применения ОФИ заключается в повышении точности определения орбиты в последней точке мерного интервала, т. е. в момент получения НУ для прогноза. В данном случае снижение уровня остаточных невязок почти пятикратное. При этом оценка 0,081 с соответствует ожидаемой погрешности исходных TLE (~500 м вдоль орбиты). Физический смысл этого эффекта заключается в концентрации исходной измерительной информации в окрестности последней точки мерного интервала, а не в равномерном её «размазывании».

В достаточно общем виде сравнительные характеристики точности метода ОФИ опубликованы в статье [Nazarenko, 2009] и монографии [Назаренко, 2010]. Рассмотрено три подхода к оценке вектора состояния, отличающихся способом учёта мешающих параметров (например, торможения в атмосфере).

- *Без учёта мешающих параметров.* В процессе оценки вектора состояния влияние мешающих параметров не учитывается.
- *Параметризация.* Вектор мешающих параметров вводится в состав расширенного вектора состояния и затем применяется МНК.
- *Без параметризации* (оптимальная фильтрация измерений). Априорная корреляционная матрица мешающих параметров используется для «взвешивания» измерений без расширения вектора состояния. Влияние мешающих параметров учитывается путём их объединения с ошибками измерений и затем применяется метод максимального правдоподобия.

Отношение СКО мешающих параметров к СКО погрешностей измерений имеет смысл отношения сигнал/шум. В результате проведённого анализа установлены сравнительные соотношения между погрешностями оценки вектора состояния при использовании различных методов уточнения НУ по изменениям. Результаты анализа представлены на рис. 14.2.

На рис. 14.2 видно, что при любом уровне возмущений наилучшую точность обеспечивает применение метода ОФИ. Целесообразность применения МНК без расширения или с расширением вектора состояния зависит от уровня возмущений. Существует уровень малых возмущений, при котором более выгодно применять МНК без расширения вектора состояния. Однако и в этом случае погрешность больше, чем при использовании ОФИ, т. е. непараметрического подхода. Его применение представляется наиболее перспективным направлением повышения точности определения и прогнозирования орбит. При этом необходимо учитывать статистические характеристики случайных возмущений.

На основе метода ОФИ была разработана компьютерная программа для определения НУ по исходным TLE и прогнозирования движения спутников

до точки входа в плотные слои атмосферы. Кроме того, для более полного сравнительного анализа результатов создана программа уточнения вектора состояния с использованием МНК. В обоих случаях вектор состояния включает проекции радиус-вектора (R) на оси инерциальной геоцентрической системы координат, соответствующие компоненты вектора скорости (V) в заданный момент времени t и оценку баллистического коэффициента Sb , Технология расчёта времени и места входа спутников в плотные слои атмосферы состоит из нескольких операций.

1. Регулярное скачивание исходных TLE с сайта <http://www.space-track.org>.
2. Пересчёт TLE в оценки (t, R, V) с помощью специальной программы, основанной на американской модели движения SGP4. Результаты записываются в соответствующий выходной файл этой программы.
3. Обработка оценок (t, R, V) с помощью МНК. Мерный интервал — 5 наборов TLE. Применяется численный прогноз с учётом динамической модели атмосферы и зональных гармоник до 8-го порядка.
4. Обработка оценок (t, R, V) с помощью метода ОФИ. Мерный интервал — 7 наборов TLE, «взвешивание» которых производится с учётом атмосферных шумов. Используется упомянутая в п. 3 модель движения спутников.
5. Прогнозирование движения на основе результатов уточнения до момента достижения высоты 80 км. Используется тот же прогноз.

Комментарий

Из перечня операций видно, что на данном этапе технология не является автоматизированной. Естественно, это замедляет процесс вычислений. Тем не менее, уточнение НУ и прогноз движения до точки входа выполняются достаточно быстро — в большинстве случаев менее чем за 10 с. Используемая программа ОФИ ранее испытывалась на модели и по реальной информации, относящейся к спутникам с высотой полёта более 300 км. Соответствующие материалы представлены на сайте <http://satmotion.ru> в разделе «Модели движения спутников». Испытания по сгорающему при движении в атмосфере спутнику были проведены впервые. Поэтому в процессе работы некоторые параметры программы корректировались.

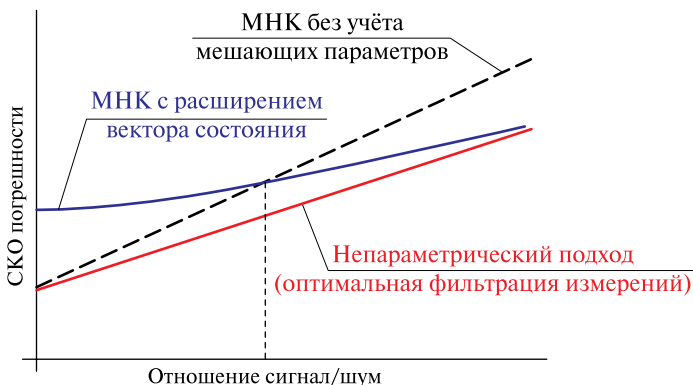


Рис. 14.2. Зависимость погрешности от уровня шумов при применении различных методов обработки измерений

§ 14.2 Определение времени и места входа в плотные слои атмосферы ракеты 11065В

На рис. 14.3 приведена оценка баллистического коэффициента, полученная двумя упомянутыми методами на последнем перед падением 4-суточном интервале.

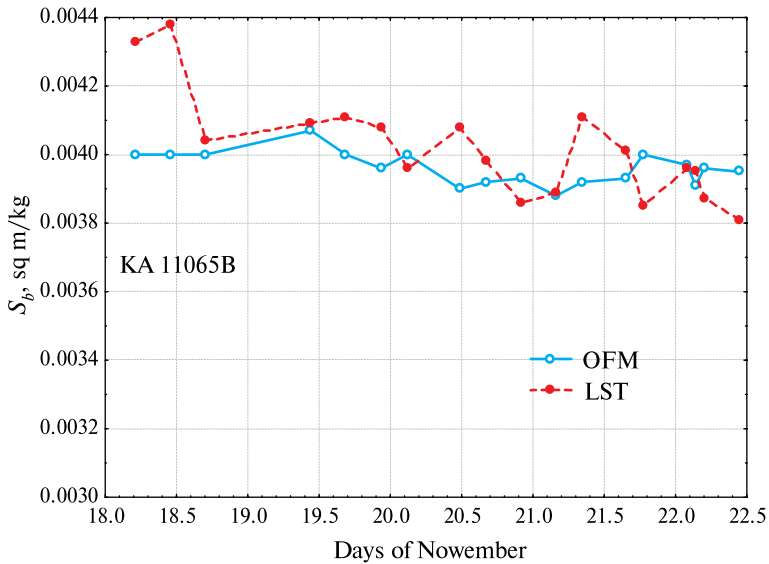


Рис. 14.3. Оценка баллистического коэффициента, 2011 г.

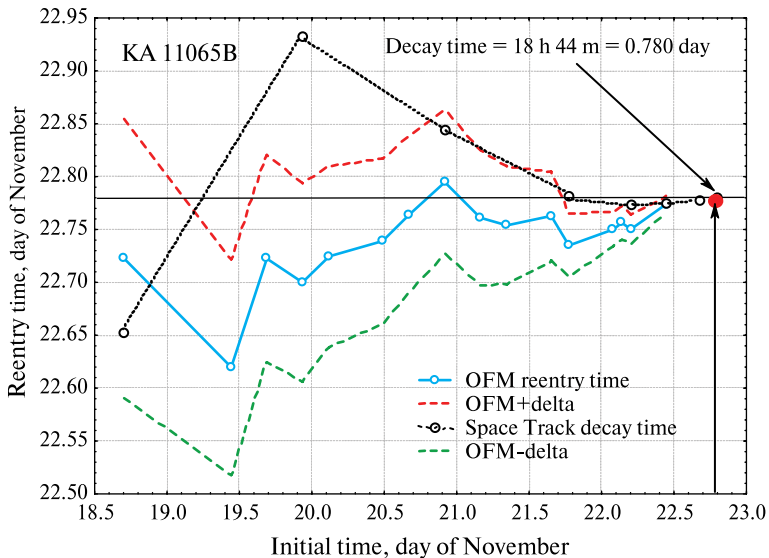


Рис. 14.4. Оценка времени падения и входа в плотные слои атмосферы

Из сравнения этих видов оценки видно, что при использовании LST оценка более подвержена влиянию случайной погрешности, в случае OFM (метод ОФИ) она меняется более плавно. Этот вывод согласуется с оценкой СКО остаточных временных невязок на момент уточнения (см. табл. 14.1).

Результаты определения времени входа ракеты 11065В в плотные слои атмосферы показаны на рис. 14.4. Для точки входа получены: время входа 22 ноября 18 ч 34 мин (UT); долгота 108,33°; широта 19,70°.

Время отличается от объявленного американскими специалистами времени падения (18 ч 44 мин) всего на 10 мин, что свидетельствует о высокой точности прогноза движения спутника на интервале 5,5 витков (около 8 ч). Координаты точки входа также хорошо согласуются с американскими данными (долгота 133°, широта 14°). Это район пересечения экватора при движении спутника с севера на юг.

§ 14.3

Определение времени и места входа в плотные слои атмосферы космического аппарата «Фобос-Грунт» (11065А)

На сайте автора <http://satmotion.ru> ежедневно обновлялись данные о прогнозных значениях времени падения обоих объектов, связанных с запуском КА «Фобос-Грунт» (11025А и 11025В). На рис. 14.5 показаны некоторые из результатов определения места входа КА в плотные слои атмосферы.

Семь расчётных точек входа были получены на основе уточнения параметров орбиты на мерном интервале, предшествовавшем каждому из семи наборов TLE, доступных на сайте <http://www.space-track.org> 15 января. Последний набор TLE (№ 7) «привязан» ко времени 11015.63163414. Результаты прогноза по исходным данным в этой точке: время входа (высота 80 км) 18 ч 1 мин (UT) ± 10 мин; долгота расчётной точки 321,7°; широта расчётной точки 4,1°.

На рис. 14.6 — оценки времени падения при различных НУ. Рассмотрены все результаты с начала 2012 г. Разброс оценок на полумесячном интервале составил 16 ч. Вечером 15 января при подготовке изложенных выше результатов автор ещё не знал, что несколько позже на сайте <http://www.space-track.org> появились TLE № 8 для следующего витка, «привязанного» к моменту времени 11015.691712 (№ 8). Эти данные не были учтены в расчётах до падения спутника. Последующие расчёты показали, что результаты прогноза из точек № 7 и 8 противоречивые. После детального анализа сделан вывод, что по данным TLE в точке № 8 орбита имеет погрешность ~ 4 км по высоте.

Вывод о возможной недостоверности последней перед падением TLE информации согласуется с отсутствием американских данных об уточнении времени падения на последних витках, а также с данными российской СККП, которая использовала собственные измерения на последних витках и заблаговременно выдала наиболее достоверную оценку времени и места падения КА «Фобос-Грунт»: *17 ч 45 мин (15.7396 UT)* в Тихом океане на расстоянии 1250 км западнее о-ва Веллингтон (Чили) недалеко от южной оконечности Южной Америки. Эта оценка отличается от приведённой выше оценки автора на 16 мин, что в рассматриваемых условиях вполне приемлемо.

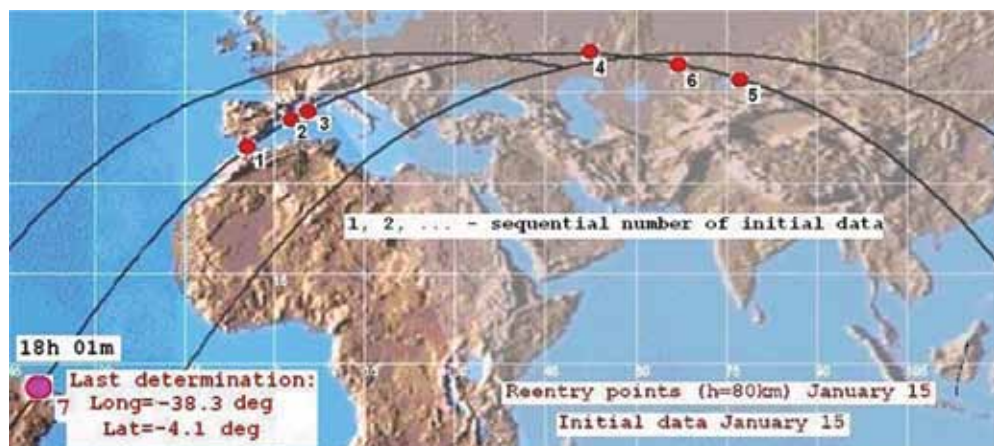


Рис. 14.5. Результаты определения места входа КА в плотные слои атмосферы по данным за 15 января 2012 г.

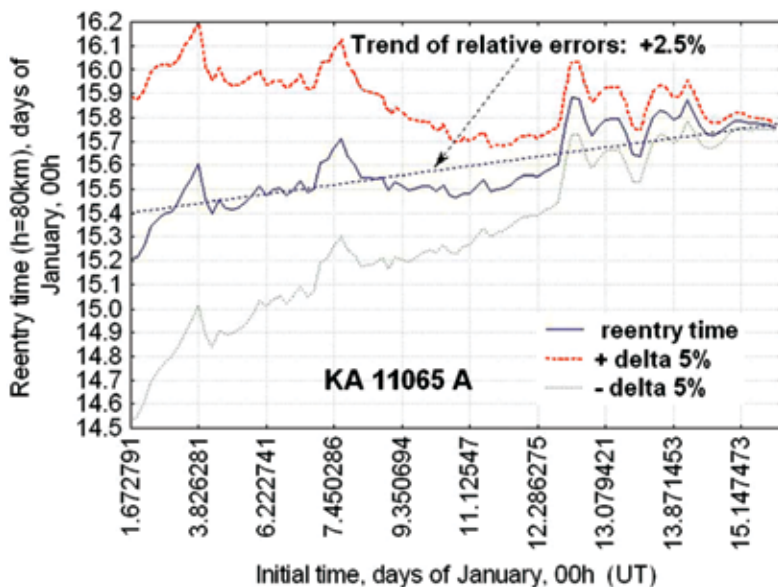


Рис. 14.6. Все оценки времени входа за январь 2012 г.

Выводы

1. Имеется большая разница в различных предсказаниях времени падения спутника «Фобос-Грунт». Это относится к данным как на последних сутках, так и на предшествующем интервале.
2. Оценка времени падения по данным разных специалистов на 15-суточном интервале (с начала года) изменялась существенно. Разброс достигал 5...6 сут. Такой уровень вариаций (и отличий) представляется необычно высоким.

3. Оценка времени падения, полученная разными специалистами непосредственно перед падением КА «Фобос-Грунт», отличается более чем на 2 ч. Время «привязки» двух последних наборов TLE — 15 ч 09 мин и 16 ч 36 мин. При этом расчётному времени падения 18 ч 08 мин (Роскосмос) соответствует почти двухчасовой интервал прогноза. Для таких интервалов уровень погрешности определения времени падения аномально высокий.
4. Повышенный уровень расхождения оценок разных авторов и большие их колебания объясняются, по-видимому, особенностями КА «Фобос-Грунт»: он имел сложную конструкцию, большой запас топлива и не был предназначен для продолжительного полёта в атмосфере Земли.
5. Другая причина расхождения оценок заключается, очевидно, в различных применяемых методик. В большинстве случаев эти методики детально не излагаются. Поэтому проведение сравнительного анализа применяемых подходов и методов остаётся актуальным.

Литература

- [Назаренко, 2010] *Назаренко А. И.* Погрешности прогнозирования движения спутников в гравитационном поле Земли. М.: ИКИ РАН, 2010. 225 с.
- [Назаренко, 2012] *Назаренко А. И.* Применение метода оптимальной фильтрации измерений для уточнения и прогнозирования орбит КА // Вестн. ФГУП «НПО им. С. А. Лавочкина». 2012.
- [Назаренко, Маркова, 1973] *Назаренко А. И., Маркова Л. Г.* Методы определения и прогнозирования орбит ИСЗ при наличии погрешностей в математическом описании движения // Прикладные задачи космической баллистики. М.: Наука, 1973. С. 36–67.
- [Назаренко, Скребушевский, 1981] *Назаренко А. И., Скребушевский Б. С.* Эволюция и устойчивость спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1981. 284 с.
- [King-Hele, 1964] *King-Hele D. G.* Theory of Satellite Orbits in an Atmosphere. L.: Butterworths, 1964.
- [Nazarenko, 1991] *Nazarenko A. I.* Determination and Prediction of Satellite Motion at the End of the Lifetime // Intern. Workshop on Salyut-7 / Kosmos-1686 Reentry. ESOC, Darmstadt (G), 9 April 1991.
- [Nazarenko, 1998] *Nazarenko A. I.* Determination and Prediction of Orbits with Due Account of Disturbances as a “Color” Noise // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, CA, February 1998. AAS 98-191.
- [Nazarenko, 2007] *Nazarenko A. I.* Accuracy of Determination and Prediction Orbits in LEO. Estimation Errors Depending on Accuracy and Amount of Measurements // 7th US/Russian Space Surveillance Workshop. Monterey, Oct.-Nov., 2007.
- [Nazarenko, 2009] *Nazarenko A. I.* Increasing the accuracy of orbit forecasting on the basis of improvement of statistical methods for processing measurements // 5th European Conf. Space Debris. ESA SP-672. 2009.
- [Reentry of Space Debris..., 1985] Reentry of Space Debris. ESA SP-246 // Proc. ESA Workshop held at ESOC. Darmstadt/FRG, 24–25 Sep., 1985.
- [The Reentry of Salyut-7 / Cosmos-1686..., 1991] The Reentry of Salyut-7 / Cosmos-1686. ESA SP-345 // Proc. ESA Workshop held at ESOC. Darmstadt/FRG. 9 Apr. 1991.

Оглавление

Предисловие	3
Раздел 1	
Прикладные задачи	5
Раздел 2	
Модели космического мусора — базовый инструмент решения прикладных задач. обзор доступных моделей и их основные характеристики.	20
Раздел 3	
Каталоги космических объектов и основные принципы их ведения. Источники информации. Типы каталогизированных космических объектов. Орбитальные характеристики космических объектов. Элементы орбит и их статистическое распределение.	36
Раздел 4	
Модели движения спутников. Виды возмущений. Обзор моделей движения. Американская модель SGP4. Проблема повышения точности	51
Раздел 5	
Краткий обзор наблюдений мелких объектов в околоземном космическом пространстве. Наземные радиолокационные, оптические и бортовые измерения. Проблема уточнения параметров модели по измерениям. Достижения последних лет	66
Раздел 6	
Результаты разрушений космических аппаратов и ракет-носителей при взрывах и столкновениях. Обзор известных моделей	78
Раздел 7	
Концентрация космических объектов. Методы её расчёта. Данные о концентрации космических объектов разного размера	93
Раздел 8	
Статистическое распределение величины и направления скорости космических объектов в инерциальном пространстве	109
Раздел 9	
Прогнозирование техногенного загрязнения околоземного космического пространства. Методические основы прогнозирования	122
Раздел 10	
Учёт взаимных столкновений объектов разного размера при прогнозировании обстановки	137
Раздел 11	
Оценка характеристик потока космического мусора относительно космического аппарата	152
Раздел 12	
Оценка вероятности пробоя стенок конструкции космических аппаратов	169
Раздел 13	
Анализ столкновений спутников	187
Раздел 14	
Определение времени и места падения космического аппарата «Фобос-Грунт»	207

055(02)2

Ротап rint ИКИ РАН
117997, Москва, Профсоюзная, 84/32

Подписано к печати 09.09.2013 г.

Заказ 3318

Формат 70×100/16

Тираж 100

35,1 усл.-печ. л.