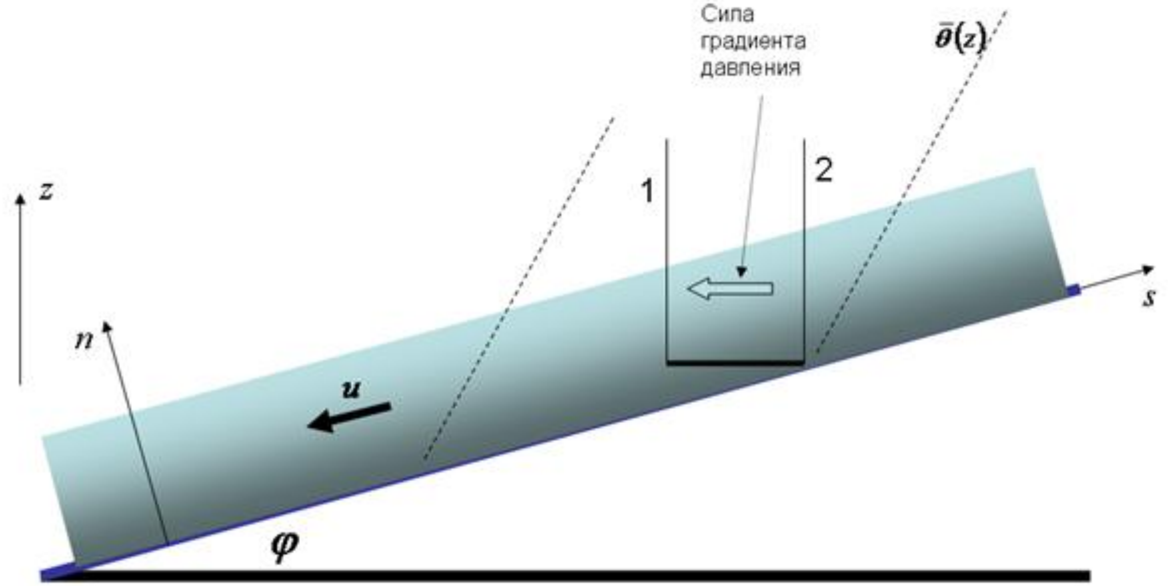
ПАРАДОКСЫ СКЛОНОВЫХ ТЕЧЕНИЙ

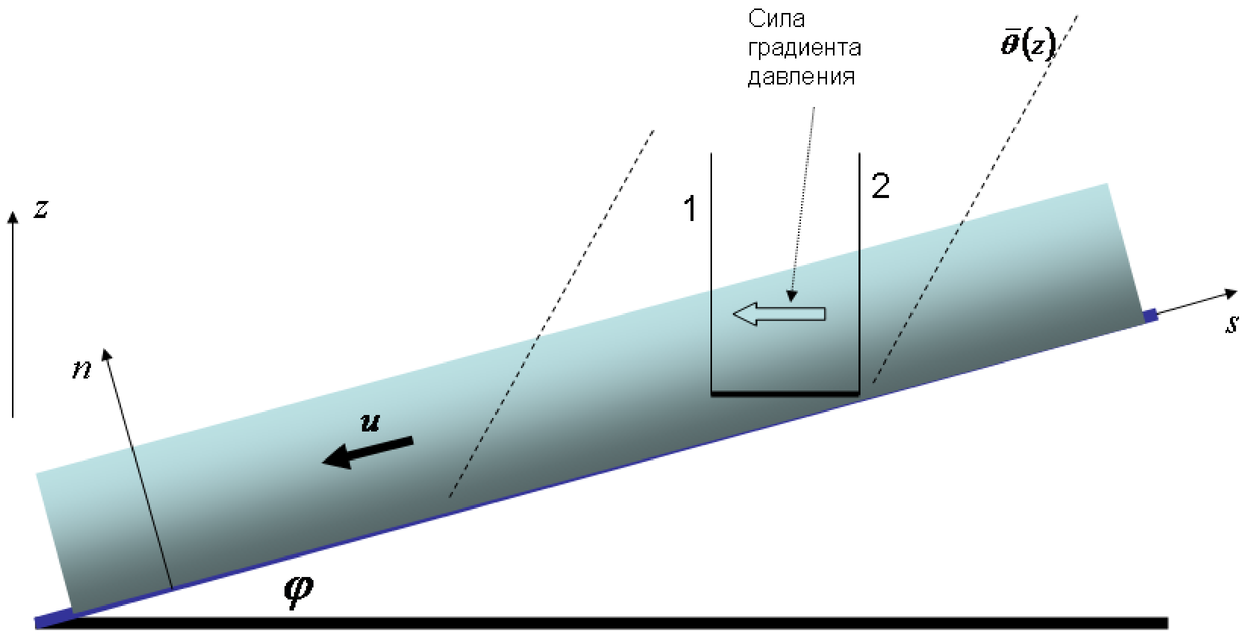
Л.Х. Ингель

ФГБУ «НПО «Тайфун»,

ИФА РАН



Стационарная одномерная модель склоновых течений Прандтля



$$\boxed{0 = K\frac{d^2u}{dn^2} + \alpha g\theta\sin\varphi, \qquad \gamma u\sin\varphi = K\frac{d^2\theta}{dn^2}.}$$

$\gamma \equiv d\bar{\theta}/dz > 0$

K – коэфф. турб. обмена

α - коэфф. теплового расширения

Условия на нижней границе:

$$\theta = \theta_0, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad n = 0$$

Толщина стекающего слоя: $\boxed{h = \left(\frac{K}{N\sin\varphi}\right)^{1/2}}$

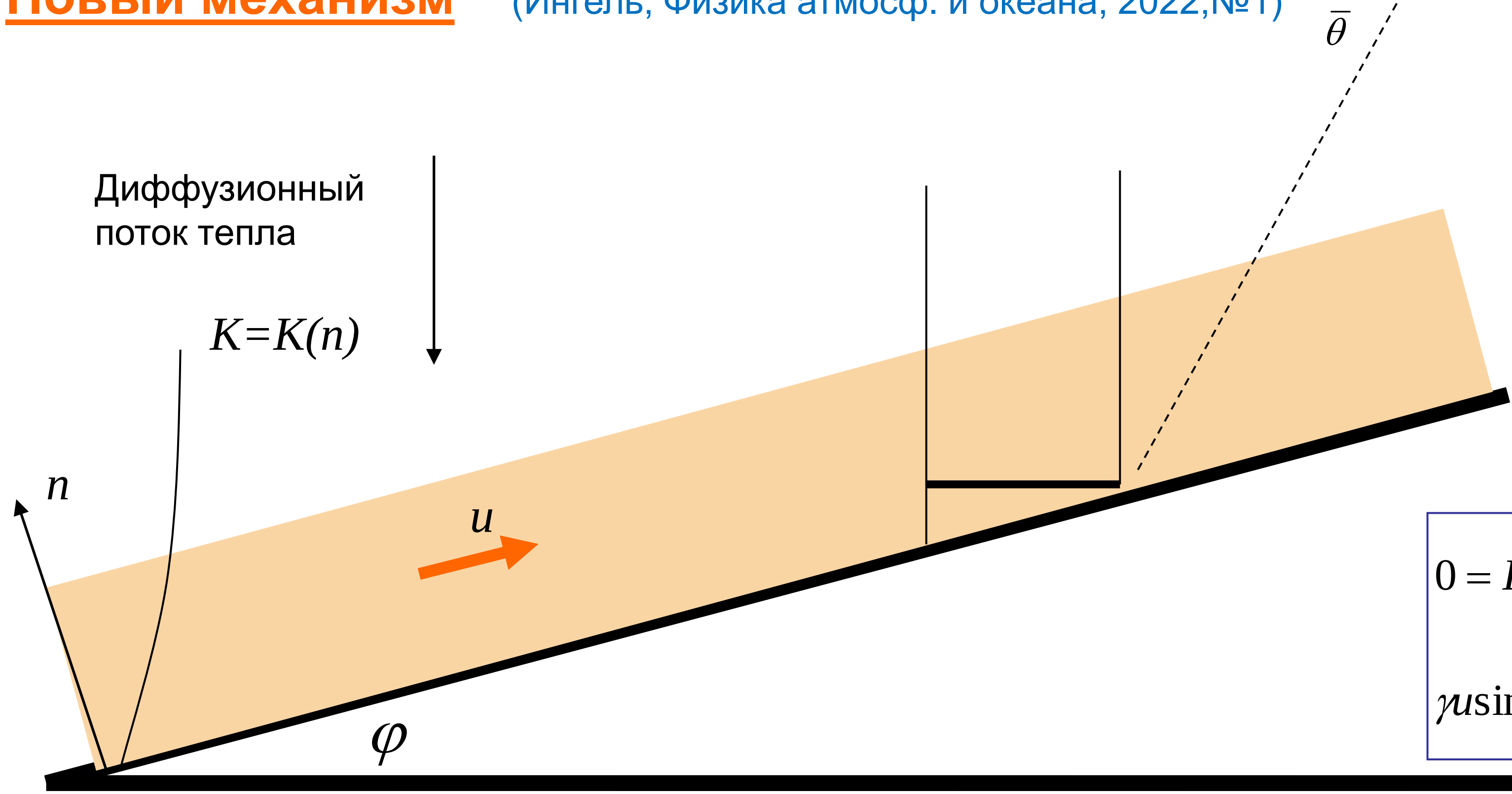
$N = (\alpha g\gamma)^{1/2}$ – частота плавучести

$$\boxed{u_{\max} \approx 0.3\cdot|\theta_0|\left(\frac{\alpha g}{\gamma}\right)^{1/2}}$$

Поток массы по склону: $\boxed{M \sim hu_{\max} \sim \frac{|\theta_0|}{\gamma}\left(\frac{KN}{\sin\varphi}\right)^{1/2}}$

Новый механизм

(Ингель, Физика атмосф. и океана, 2022,№1)



$$0 = K\frac{d^2u}{dn^2} + \alpha g\theta\sin\varphi,$$

$$\gamma u\sin\varphi = K\frac{d^2\theta}{dn^2}.$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \ldots\ldots\frac{\partial}{\partial n}K\frac{\partial\Theta}{\partial n}$$

$$\Theta = \bar\theta + \theta; \qquad \frac{\partial\Theta}{\partial n} = \gamma + \frac{\partial\theta}{\partial n}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial n}K\frac{\partial\Theta}{\partial n} = \gamma\frac{\partial K}{\partial n} + K\frac{\partial^2\theta}{\partial n^2} + \frac{\partial K}{\partial n}\frac{\partial\theta}{\partial n}}$$

Неучтенный объемный источник тепла

$$\int_0^\infty c_p\rho\gamma\frac{\partial K}{\partial n}dn = c_p\rho\gamma(K_в - K_н) \sim 10^3\cdot 1\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot 3 \sim 10 \text{ Вт/м}^2$$

Спиральность склоновых течений (Ингель, «Метеорол. и гидрол.», 2024, № 9).

$$0 = \nu \frac{d^2 u}{dz^2} + f\upsilon \cos\varphi, \qquad 0 = \nu \frac{d^2 \upsilon}{dz^2} - fu\cos\varphi - \alpha g\theta \sin\varphi,$$

$$-\gamma\upsilon \sin\varphi = \kappa \frac{d^2\theta}{dz^2}.$$

$$H = \mathbf{v} \cdot \mathbf{rot}\, \mathbf{v}$$

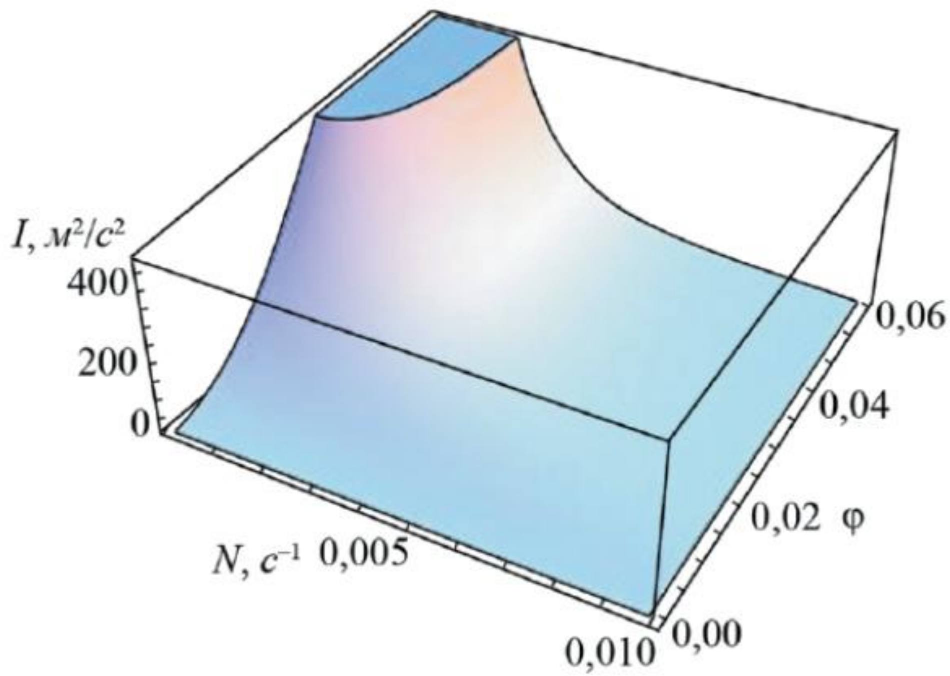
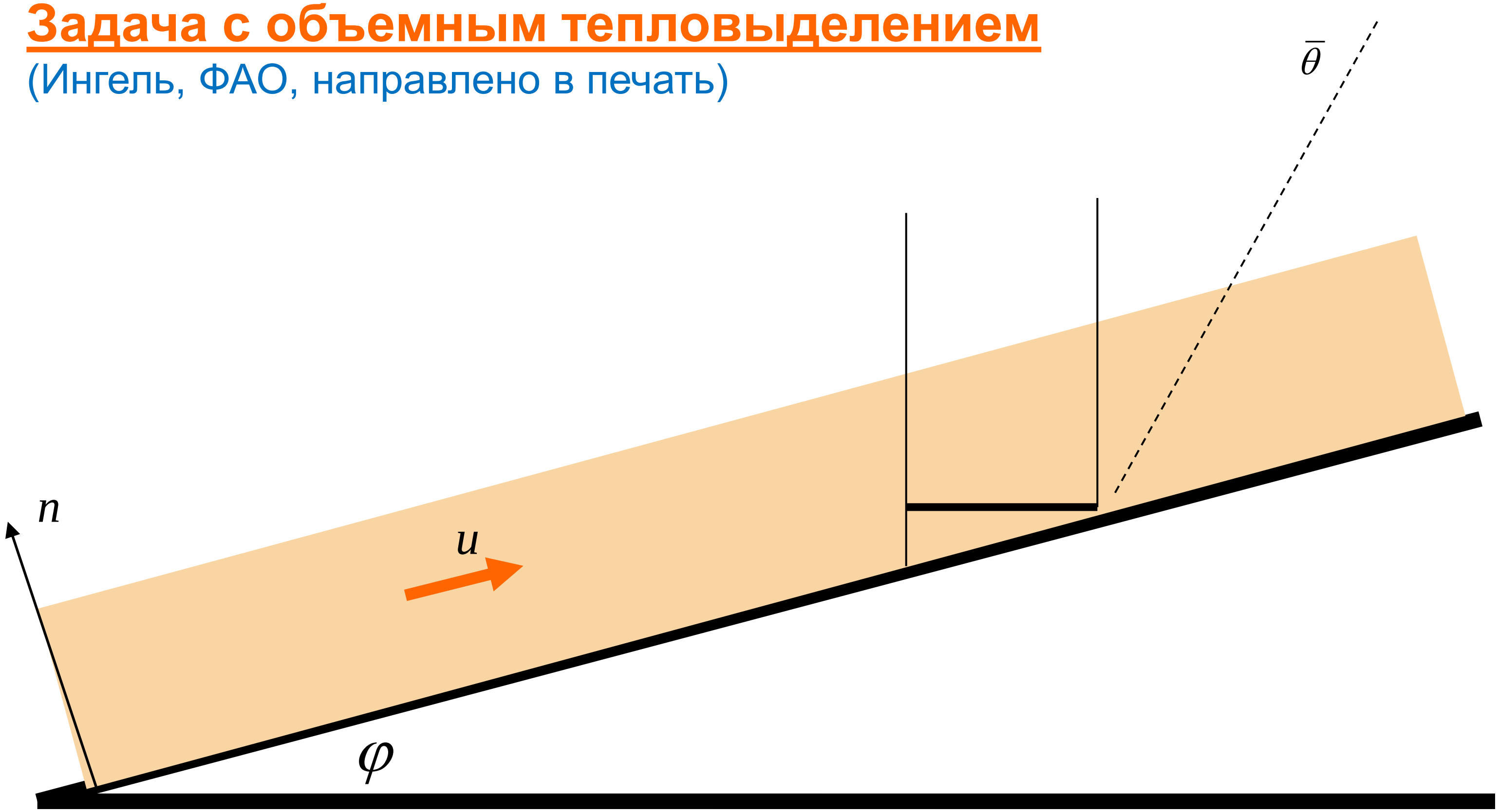


Рис. 3. Зависимость интегральной спиральности склонового течения I от угла φ и стратификации при $\theta_0 = 3$ К, $f = 10^{-4}$ c^{-1}, Pr = 1.

Задача с объемным тепловыделением

(Ингель, ФАО, направлено в печать)



$$0 = \nu \frac{d^2 u}{dn^2} + f\upsilon + \alpha g \theta \sin\varphi, \qquad 0 = \nu \frac{d^2 \upsilon}{dn^2} - fu, \qquad \gamma u \sin\varphi = \kappa \frac{d^2\theta}{dn^2} + Q(n).$$

$\theta = 0, \quad u = 0, \quad \upsilon = 0 \quad$ при $n = 0$.

Вдали от поверхности $n = 0$ предполагается затухание возмущений.

$$Q(n) = Q_0 \exp(-n / h_Q)$$

Свойства решения существенно зависят от соотношения толщины объемного источника плавучести h_Q и толщины «приповерхностного слоя»

$$h = \left(\frac{2}{N\sin\varphi}\right)^{1/2}\left(\frac{\kappa\nu}{1+\beta\operatorname{ctg}^2\varphi}\right)^{1/4} = \frac{h_0}{\left(\sin^2\varphi + \beta\cos^2\varphi\right)^{1/4}},$$

$$h_0 = \left(\frac{4\kappa\nu}{N^2}\right)^{1/4}, \qquad \beta = \frac{f^2}{N^2\,\mathrm{Pr}},$$

Масштаб скорости:

$$U = \frac{4Q_0\left(h_Q/h_0\right)^4\sin\varphi}{\gamma\left[1+4(h_Q/h)^4\right]} = \frac{Q_0 B\sin\varphi}{\gamma\left[1+B\left(\sin^2\varphi+\beta\cos^2\varphi\right)\right]}, \qquad B = 4\left(h_Q/h_0\right)^4$$

Скорость склонового течения может возрастать с уменьшением угла наклона!

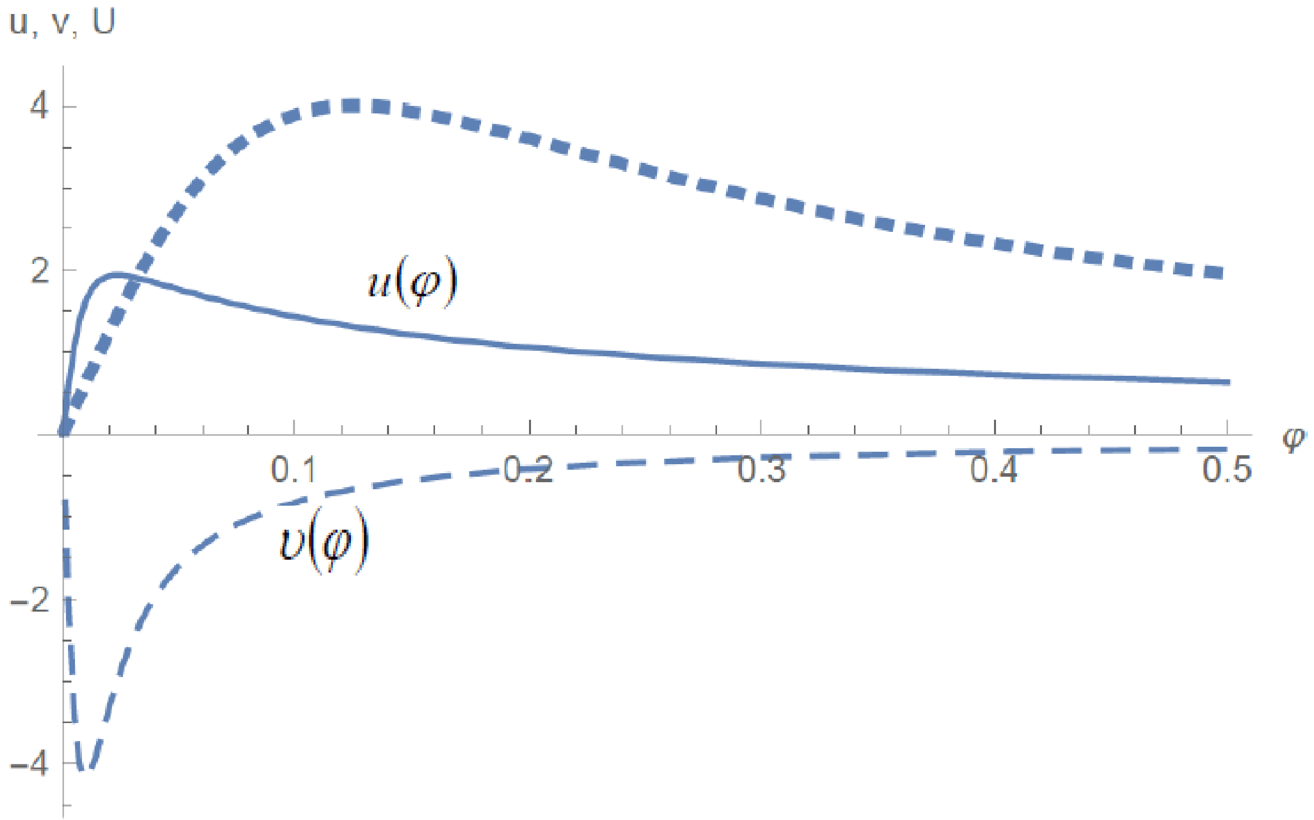
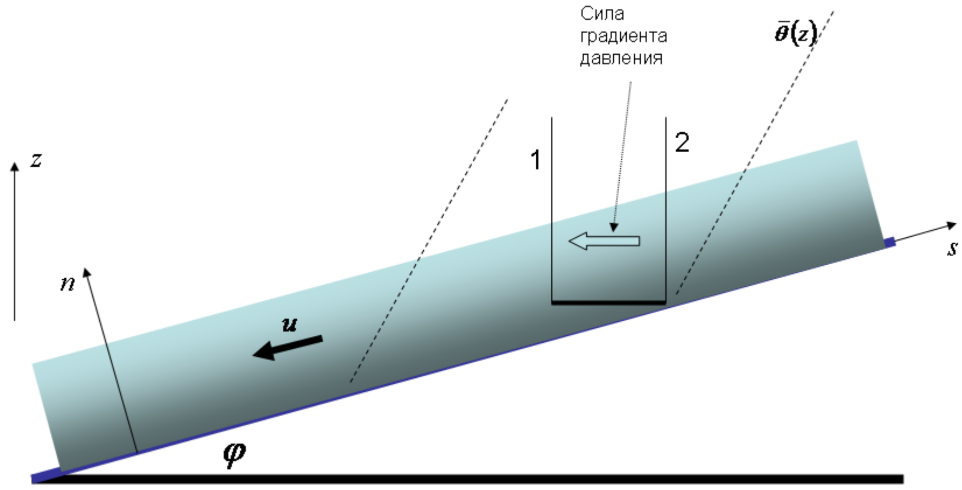


Рис. 2. Пример зависимости составляющих скорости (нормированы на Q_0/γ) от угла φ. Сплошная линия – $u(\varphi)$ на уровне $z = h$, тонкая штриховая линия – $\upsilon(\varphi)$ на уровнях $z >> h, h_Q$ толстая – масштаб скорости $U(\varphi)$

Обобщение модели Прандтля – нелинейное трение и теплообмен



$$0 = K\frac{d^2u}{dn^2} + \alpha g\theta\sin\varphi, \qquad \gamma u\sin\varphi = K\frac{d^2\theta}{dn^2}.$$

Условия на нижней границе:

$$K\frac{du}{dn} = c_D u|\mathbf{v}|, \qquad K\frac{d(\bar{\theta}+\theta)}{dn} = c_\theta(\theta-\theta_0)|\mathbf{v}|$$

$\gamma \equiv d\bar{\theta}/dz > 0$

K – коэфф. турб. обмена

α - коэфф. теплового расширения

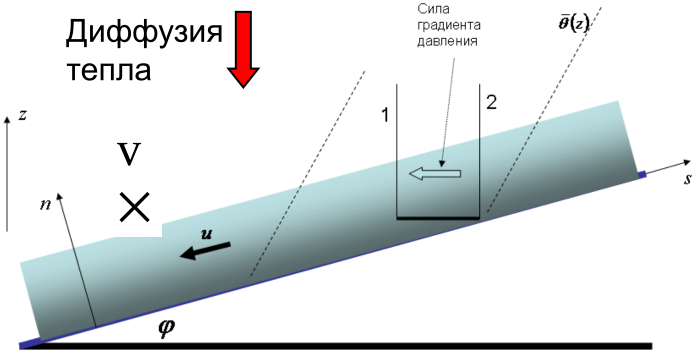
$\theta = \theta_0\,,$ при $n = 0$

$|\mathbf{v}| = \sqrt{u^2 + \mathrm{v}^2}$

Толщина стекающего слоя: $h = \left(\dfrac{K}{N\sin\varphi}\right)^{1/2}$

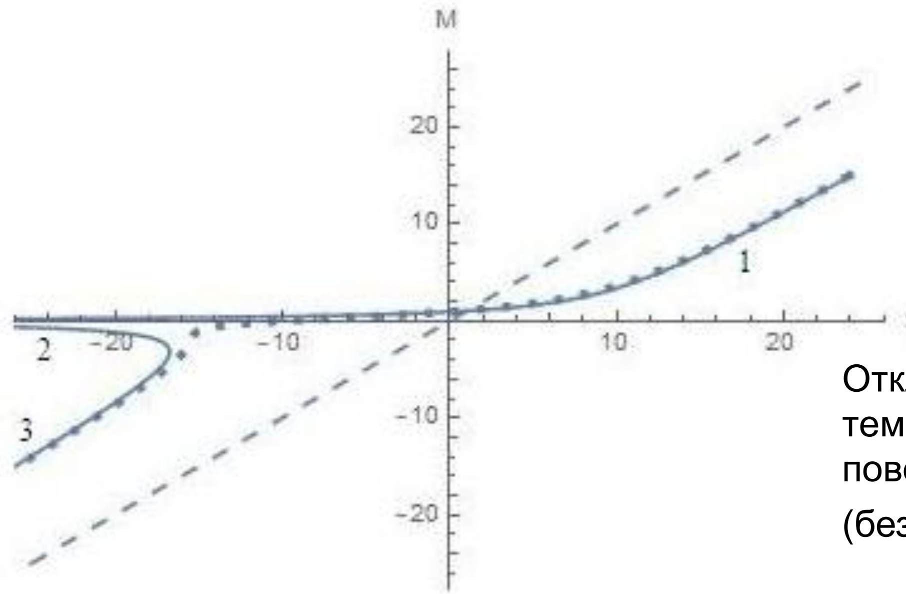
$N = (\alpha g\gamma)^{1/2}$ – частота плавучести

Обобщение модели Прандтля



$$|\mathbf{v}| = \sqrt{u^2 + \mathrm{v}^2}$$

Масса стекающего воздуха



Отклонение температуры поверхности (безразмерн.)

Возможность разных стац. режимов:

Сильный обмен → Сильное охлаждение приповерхностного слоя → Интенсивное стекание (*ветвь 3*)

Слабый обмен → Слабое охлаждение приповерхностного слоя → Медленное стекание (*ветвь 2*)

Заключение

1. Проанализирован предельный случай малых углов наклона поверхности..

2. Найден неизвестный ранее механизм склоновых течений, обусловленный пространственной неоднородностью коэффициентов турбулентного. обмена.

3. Рассчитана спиральность склоновых течений. Показано, что генерация спиральности в склоновых течениях, в принципе, может быть значительной.

4. Модель Прандтля обобщена на случай объемного тепловыделения в воздухе. Обнаружена нетривиальная возможность интенсификации склоновых течений при уменьшении угла наклона подстилающей поверхности.

5. Модель Прандтля обобщена на случай нелинейного (квадратичного) сопротивления и теплообмена на подстилающей поверхности. Стационарное решение задачи о течении над охлажденной наклонной поверхностью при таких краевых условиях может быть неединственным – при одних и тех же внешних условиях возможны разные стационарные режимы. Обсуждается вопрос о возможности резких смен режима под влиянием относительно слабых внешних возмущений.