

# АТМОСФЕРНО-ОПТИЧЕСКИЕ КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И СОВРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗАДАЧАХ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

© 2006 г. Т.А. Сушкевич

tamaras@keldysh.ru

*Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН*

**Четвертая всероссийская открытая конференция  
"Современные проблемы дистанционного зондирования  
Земли из космоса"**

**13-17 ноября 2006 года, Москва, ИКИ РАН**

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 1 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 2.

**Посвящается пионерам освоения  
космического пространства  
и космонавтам-исследователям ПКК и ДОС:**

*Ю.А.Гагарину, Г.С.Титову, А.Г.Николаеву,  
П.Р.Поповичу, В.В.Терешковой, В.Ф.Быковскому,  
А.В.Филипченко, Н.Н.Рукавишникову, А.А.Леонову,  
В.Н.Кубасову, В.А.Шаталову, А.С.Елисееву,  
В.И.Севастьянову, В.Г.Лазареву, О.Г.Макарову,  
П.И.Климуку, В.В.Лебедеву, Б.В.Волынову,  
Е.Б.Хрунову, В.Н.Волкову, В.С.Комарову,  
В.В.Горбатко, В.В.Аксенову, В.В.Коваленку,  
В.В.Рюмину, Г.Т.Береговому, Г.М.Гречко, В.П.Савиных  
и др.*

Home Page

Title Page

Contents



Page 2 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 3.

**и советским ученым, внесшим значимый вклад в становление космических исследований:**

*М.В.Келдышу, А.Н.Тихонову, А.М.Обухову,  
К.Я.Кондратьеву, В.В.Соболеву, Г.И.Марчуку,  
Г.А.Михайлову, А.И.Лазареву, М.М.Мирошникову,  
Е.О.Федоровой, В.П.Козлову, В.Н.Сергеевичу,  
И.И.Кокшарову, Л.И.Чапурскому, Е.С.Кузнецову,  
Т.А.Гермогеновой, М.В.Масленникову, М.С.Малкевичу,  
Г.В.Розенбергу, А.Б.Сандомирскому, Л.А.Пахомову,  
В.А.Амбарцумяну, И.Н.Минину, О.И.Смоктию,  
А.А.Бузникову, А.П.Гальцеву, О.Б.Васильеву,  
Ю.М.Тимофееву, О.М.Покровскому, В.М.Орлову,  
В.В.Козодерову, А.П.Тищенко, В.Н.Досову,  
М.А.Назаралиеву, Б.А.Каргину, Ч.Й.Виллману,  
О.А.Авасте, В.Е.Зуеву, М.В.Кабанову, Д.А.Усикову,  
В.Е.Плюта, А.Н.Валентюку, К.Г.Предко и др.*

Home Page

Title Page

Contents



Page 3 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 4.

Двадцатый век в истории земной цивилизации — это век научно-технической революции, связанной с тремя великими открытиями:

— проникновение в тайны и овладение ядерной энергией,

— покорение космического пространства и выход человека в космос,

— изобретение электронно-вычислительных машин (ЭВМ) и создание информационных технологий.

Компьютер явился главным действующим лицом, основным двигателем НТР: использование ядерной энергии, полет в космос, информационные технологии были бы невозможны без ЭВМ.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 4 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 5.

# Хронология пионерских работ советских ученых по дистанционному зондированию атмосферы и земной поверхности Земли

*К истории атмосферно-оптических исследований из  
космоса и 50-летию запуска Первого спутника Земли  
04 октября 1957 года*

Home Page

Title Page

Contents



Page 5 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 6.

В течение тысячелетий человечество изучает звезды и планеты солнечной системы путем визуальных, а позднее фотографических и фотоэлектрических наблюдений.

Только планета Земля до конца 50-х годов оставалась недоступной. Лишь по отраженному свету от поверхности Луны (пепельный свет) представлялось возможным оценить интегральное излучение Земли.

Широкие возможности исследований радиационных характеристик нашей планеты появились в результате создания и развития ракетной и космической техники.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



[Page 6 of 205](#)

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 7.

Опыт осуществления в СССР космической программы подтвердил реальность тех перспектив, которые связаны с использованием пилотируемых космических кораблей (ПКК), долгосрочных орбитальных станций (ДОС), автоматических межпланетных станций (АМС), космических аппаратов (КА), искусственных спутников Земли (ИСЗ) для исследования природной среды и природных ресурсов Земли из космоса.

20 ноября 1998 г. состоялся запуск первого модуля "Заря"(Россия) первой Международной космической станции (МКС) "Альфа— космической лаборатории будущего.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 7 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

**This is Slide No. 8.**

**В достижениях советской космонавтики огромную роль сыграли ПКК и ДОС с экипажами космонавтов.**

**12 апреля 1961 года — полет Ю.А.Гагарина на ПКК "Восток", который совершил один виток за 108 мин. вокруг Земли, — это был первый взгляд из космоса на Землю, т.е. первые визуальные наблюдения поверхности и ореола Земли.**

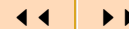
**август 1961 года — полет Г.С.Титова на ПКК "Восток-2", август 1962 года — полет А.Г.Николаева на ПКК "Восток-3" и П.Р.Поповича на ПКК "Восток-4" — расширили представления о возможностях визуальных наблюдений.**

**6 августа 1961 года — Г.С.Титов в начале второго витка ПКК "Восток-2" впервые в мире провел киносъемку Земли из космоса.**

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



*Page 8 of 205*

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



## This is Slide No. 9.

июнь 1963 года — В.Ф.Быковский на ПКК "Восток-5" и В.В.Терешкова на ПКК "Восток-6" впервые сфотографировали дневной и сумеречный горизонты Земли. Было положено начало инструментальным исследованиям оптически активных компонентов атмосферы с ПКК. Теоретическое обоснование этого эксперимента провел Г.В.Розенберг.

январь 1969 года — ПКК "Союз-5" Б.В.Волынов, Е.Б.Хрунов — под руководством К.Я.Кондратьева начались спектрографические эксперименты. Были получены первые в мире спектры излучения атмосферы и поверхности Земли в видимой области спектра.

**Фотографирование и спектрографирование космической зари** позволило одновременно получать дополняющие друг друга сведения о пространственной и спектральной структуре излучения и атмосферы Земли, в частности, об аэрозольных и озоновых слоях.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 9 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 10.

октябрь 1969 года — ПКК "Союз-7" В.Н.Волков, В.В.Горбатко — впервые осуществлен совмещенный эксперимент по фотографированию отдельных участков территории СССР с самолетов и из космоса в интересах изучения влияния передаточной функции атмосферы на результаты оптических наблюдений из космоса.

июнь 1970 года — ПКК "Союз-9" А.Г.Николаев, В.И.Севастьянов — проведен эксперимент в интересах метеорологического прогнозирования. Фотографирование геолого-географических объектов совмещалось с аэросъемками.

Home Page

Title Page

Contents



Page 10 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 11.**

**сентябрь 1973** года — ПКК "Союз-12" В.Г.Лазарев, О.Г.Макаров — параллельно со спектрографированием земной поверхности проведена **первая спектрозональная съемка** отдельных участков Земли.

**декабрь 1973** года — ПКК "Союз-13" П.И.Климук, В.В.Лебедев — **многозональное фотографирование и спектрометрирование атмосферы и поверхности Земли** выполнено девятиобъективным фотоаппаратом. С помощью различных светофильтров получались изображения одних и тех же участков поверхности Земли в девяти диапазонах видимой и ближней ИК области спектра.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 11 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

**This is Slide No. 12.**

**декабрь 1974 года** — ПКК "Союз-16" А.В.Филипченко, Н.Н.Рукавишников — **впервые провели фотографирование земной поверхности и атмосферы в поляризованном свете** на трассе протяженностью около 30 тыс. км — апробировалась идея использования **поляризационного контраста**.

**июль 1975 года** — по программе "Союз-Аполлон" с ПКК "Союз-19" оптические исследования проводились А.А.Леоновым и В.Н.Кубасовым.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 12 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 13.**

**сентябрь 1976 года — ПКК "Союз-22" В.Ф.Быковский, В.В.Аксенов — проходила отработка научно-технических методов и средств изучения из космоса поверхности Земли и ее геолого-географических характеристик с помощью многозональной фотоаппаратуры МКФ-6, позволяющей проводить фотосъемки в шести узких участках спектра в диапазоне от 480 до 890 нм с высоты 250–280 км с разрешением около 20 м на поверхности Земли. Совмещение с самолетными съемками способствовало осуществлению первого полномасштабного эксперимента.**

**октябрь 1977 года — с ПКК "Союз-25" В.В.Коваленок, В.В.Рюмин провели исследования акватории морей, океанов и поверхности суши и завершили научную космическую программу с ПКК.**

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 13 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

**This is Slide No. 14.**

**апрель 1971 года** — после запуска первой ДОС "Салют" значительно расширилась **программа визуально-инструментальных оптических наблюдений Земли**.

**24 апреля 1971 года** — ПКК "Союз-10" В.А.Шаталов, А.С.Елисеев, Н.Н.Рукавишников — **произошла первая стыковка с ДОС "Салют"** .

Начиная с ДОС

"Салют-3" (июнь 1974 года)

и на всех последующих ДОС:

"Салют-4" (декабрь 1974 года),

"Салют-5" (июнь 1976 года),

"Салют-6" (сентябрь 1977 года),

"Салют-7" (апрель 1982 года),

"Мир" (20 февраля 1986 года)

**выполнялась программа "космического землеобзора"** .

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 14 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 15.

16 марта 1962 года — запуск первого ИСЗ серии "Космос" положил начало осуществлению комплексной научной программы оптических исследований околоземного космического пространства и Земли.

Важной составной частью первых научных космических программ являлись **оптические исследования**:

- визуальные наблюдения, фотометрические и спектральные исследования сумеречной и дневной атмосферы с целью изучения вертикальных профилей оптически активных компонентов (аэрозоль, озон, газовые примеси),
- исследования спектров отражения различных типов природных образований на поверхности Земли и оценка влияния атмосферы на спектральные яркости и контрасты природных объектов при наблюдениях (съемке) из космоса.

Home Page

Title Page

Contents



Page 15 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 16.**

**Под руководством К.Я.Кондратьева** были подготовлены и реализованы первые научные эксперименты по спектрографированию различных типов природных образований на поверхности Земли в видимой области спектра (ПКК "Союз-7,9,13", ДОС "Салют", "Салют-3,5") и комплексные синхронные подспутниковые геофизические эксперименты (ПКК "Союз-7,9").

Для редукции спектральных космических данных к уровню подстилающей поверхности была введена **передаточная функция САП** и получены оценки ее составляющих по данным совмещенных подспутниковых экспериментов над ключевыми участками спектрофотометрируемых территорий.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 16 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



**This is Slide No. 17.**

**В июле 1985 года прошел первый крупномасштабный комплексный международный эксперимент "Курск-85", когда наблюдения проводились одновременно с ДОС "Салют-7", ИСЗ, самолетов-лабораторий, вертолетов, наземных пунктов.**

**Анализ космических спектров природных образований (спектральных яркостей, коэффициентов спектральных яркостей, спектральных контрастов) показал принципиальную возможность решения ряда фундаментальных и практических задач "космического земледения" .**

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 17 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 18.

# Математическое моделирование и космические проекты

Космические исследования — это такая область фундаментальных и прикладных работ, которая с первых шагов своего становления не могла развиваться без использования ЭВМ.

Освоение космического пространства послужило значительным фактором совершенствования ЭВМ и формирования новых научных направлений, связанных с математическим моделированием радиационного поля Земли, теорией переноса изображения, теорией видения, теорией обработки и распознавания образов и т.д.

**Информационно-математическое обеспечение —  
обязательная составная часть  
любого космического проекта.**

Home Page

Title Page

Contents



Page 18 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 19.**

**Сферические многомерные модели переноса излучения**, несмотря на их сложность и громоздкость численной реализации на первых поколениях ЭВМ (М-20, БЭСМ-4, БЭСМ-6), в 60-е – 70-е годы имели исключительную актуальность в связи с проектированием и созданием ракетно-космических систем, освоением ближнего и дальнего космического пространства, организацией и проведением космических исследований и наблюдений из космоса.

Параллельно развивались исследования по научно-фундаментальным проблемам метеорологии, океанологии, физики атмосферы, изучения природных ресурсов, дистанционного зондирования атмосферы, суши, океана, облачности, гидрометеоров с привлечением космических данных.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 19 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 20.

Теоретико-расчетные исследования при проектировании и реализации первых КА, в частности, их систем навигации, ориентации, стабилизации, а также первых космических оптических экспериментов осуществлялись **тримя ведущими коллективами** специалистов по (математическому) моделированию переноса излучения в природных средах на ЭВМ.

Сферические модели излучения планетных атмосфер вошли в диссертации И.Н.Минина, О.И.Смоктя, Г.А.Михайлова, Т.А.Сушкевич, Л.Г.Титарчука, М.А.Назаралиева, В.С.Антюфеева.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 20 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 21.

В Ленинградском Государственном Университете и Главной Геофизической Обсерватории работало несколько групп под руководством К.Я.Кондратьева и В.В.Соболева.

В.В.Соболев, И.Н.Минин и О.И.Смокий разработали первую комбинированную плоско-сферическую модель земной атмосферы в приближении В.В.Соболева.

Первые сферические модели исследовались В.В.Соболевым и И.Н.Мининым преимущественно в приближении однократного рассеяния, при этом многократное рассеяние учитывалось частично в диффузионном приближении для плоского слоя. Этот подход, называемый методом В.В.Соболева, получил значительное развитие в работах О.И.Смокия и Л.Г.Титарчука. Однократное приближение использовал О.А.Авасте.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 21 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 22.

В 1965 году Г.И.Марчук пригласил Г.А.Михайлова — специалиста по методу Монте-Карло в области атомной энергетики (в 29 лет получил Ленинскую премию) — работать в организованный им Вычислительный центр Сибирского отделения Академии наук СССР и предложил заняться задачами атмосферной оптики.

Это был поворотный момент: впервые в мировой практике метод Монте-Карло применялся для моделирования переноса солнечного излучения в атмосфере Земли.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 22 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 23.

В Вычислительном Центре СО АН СССР под руководством Г.И.Марчука и Г.А.Михайлова были разработаны первые алгоритмы метода Монте-Карло для сферической модели Земли.

Фундаментальный вклад в решение сферических задач внесли Г.И.Марчук, Г.А.Михайлов, М.А.Назаралиев, Р.А.Дарбинян, В.С.Антюфеев: они заложили основы метода Монте-Карло в атмосферной оптике.

Весомую роль в эффективности этих алгоритмов сыграл математический аппарат сопряженных уравнений, предложенный Г.И.Марчуком и развитый в работах Г.А.Михайлова, М.А.Назаралиева, В.С.Антюфеева, Р.А.Дарбиняна.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 23 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 24.

В первых же работах Г.И.Марчука и Г.А.Михайлова — математиков по образованию, окончивших математико-механический факультет Ленинградского Государственного Университета, рассматривалась самая сложная модель формирования излучения Земли — это перенос излучения в сферической неоднородной газовой-аэрозольной оболочке, освещаемой внешним параллельным потоком солнечных лучей .

Публикации Г.И.Марчука и Г.А.Михайлова явились первыми в мире работами по численному имитационному моделированию условий проведения первых космических фотосъемок и спектрографии зари и сумерек.

В сущности, в этих работах впервые были предложены алгоритмы решения прямых и обратных задач теории переноса излучения в поисках ответа на вопрос об интерпретационной ценности радиационной информации.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 24 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



## This is Slide No. 25.

Подтверждением, в частности, служит присуждение Госпремии 1979 года "За цикл работ по развитию и применению метода статистического моделирования для решения многомерных задач теории переноса излучения" коллективу ученых в составе Г.И.Марчука (руководителя работы), Г.А.Михайлова, С.М.Ермакова, В.Г.Золотухина, Н.Н.Ченцова.

В настоящее время уже нет сомневающихся в результативности и эффективности метода Монте-Карло, который покорила современные суперкомпьютеры с параллельной архитектурой.

Home Page

Title Page

Contents



Page 25 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 26.

Т.А.Сушкевич (Институт прикладной математики АН СССР) впервые сформулировала и реализовала итерационным методом характеристик глобальную сферическую модель радиационного поля системы атмосфера–Земля (САЗ) в масштабах планеты.

Т.А.Сушкевич разрабатывался детерминированный подход к моделированию глобального поля излучения Земли.

Проводился сравнительный анализ методов, которые использовались для интерпретации первых космических данных, в частности, спектрофотометрических измерений горизонта и фона Земли а также съемок "космических зорь".

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 26 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 27.

Итак, рассматривается процесс переноса излучения внутри сферической оболочки (область  $G$ ). Пока ограничимся задачей без учета рефракции и поляризации, хотя эти эффекты нами уже изучались достаточно подробно. Источники излучения могут быть внешние (падающий параллельный или диффузный поток) и внутренние (локальные, точечные или распределенные по объему).

Проходя через среду, излучение многократно рассеивается и частично поглощается, если присутствует истинное поглощение, как в случае неконсервативной среды. Рассеянное излучение перераспределяется по различным направлениям (без изменения частоты) и может выходить за пределы ограниченной сверху границей  $G_b$  и снизу границей  $G_H$  области  $G$ . При наличии отражения от внешних границ среды ( $G_b$  и  $G_H$ ) происходит частичный возврат излучения во внутрь области.

Home Page

Title Page

Contents



Page 27 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 28.

В предположении стационарного состояния среды и постоянства источников световое поле описывается интенсивностью излучения  $\Phi_\lambda(\mathbf{r}, \mathbf{s})$  — скалярной функцией точки пространства с радиус-вектором  $\mathbf{r}$ , направления распространения световых лучей  $\mathbf{s}$  и длины волны  $\lambda$ .

Рассмотрим задачу переноса излучения в земной атмосфере в приближении сферической оболочки, на которую падает внешний параллельный поток. Выберем направление оси  $OZ$ , проходящей через центр Земли, противоположным внешнему потоку.

Home Page

Title Page

Contents



Page 28 of 205

Go Back

Full Screen

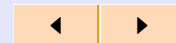
Close

Quit

## This is Slide No. 29.

Система "атмосфера-Земля" рассматривается как двумерная: радиус-вектор  $\vec{r}$  любой точки  $A(\vec{r})$  определяется расстоянием  $r = |\vec{r}|$  от центра Земли и полярным углом  $\psi$ , отсчитываемым от оси симметрии системы  $OZ$ ;  $y = \cos \psi$ .

Направление распространения светового луча  $\vec{s}$  в точке  $A(\vec{r})$  описываем локальной сферической системой координат: зенитным углом  $\vartheta$ , отсчитываемым от  $\vec{r}$ , и азимутом  $\varphi$  в касательной плоскости, проведенной в точке  $A(\vec{r})$  к сфере радиуса  $r$ .

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 29 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 30.

Совокупность всех точек  $A(\vec{r})$  сферической оболочки образует открытую область  $G$  с нижней  $G_H$  и верхней  $G_b$  границами — сферическими поверхностями с радиусами  $R_H$  и  $R_b$ .

Векторное поле всех направлений световых лучей  $\vec{s}(A)$  в каждой точке  $A(\vec{r})$  образует множество  $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$  — единичную сферу, где  $\Omega^+$  и  $\Omega^-$  — полусферы направлений  $\vec{s}$  с  $\mu^+ \in [0, 1]$  и  $\mu^- \in [-1, 0]$ ;  $\mu = \cos \vartheta$ .

Вводим множества  $b \equiv G_H \times \Omega^+$ ,  $t \equiv G_b \times \Omega^-$ .

Задача состоит в определении интенсивности ослабленного прямого излучения источников и стационарного поля интенсивности однократно и многократно рассеянного излучения в рассеивающей, поглощающей и излучающей сферической оболочке  $G$  с границами  $G_H$  и  $G_b$  или за пределами  $G$ .

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 30 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 31.

Полную интенсивность излучения  $\Phi(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}})$  в точке  $A(\vec{\mathbf{r}})$  в направлении  $\vec{\mathbf{s}}$  находим как решение общей краевой задачи теории переноса (ОКЗ)

$$\hat{K}\Phi = F^{in}, \quad \Phi|_t = F^t, \quad \Phi|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi + F^b \quad (1)$$

в фазовой области  $\Gamma \equiv G \times \Omega + G_b \times \Omega^- + G_H \times \Omega^+$  с линейными операторами: оператор переноса

$$\hat{D} = \frac{\partial}{\partial \vec{\mathbf{s}}} + \sigma_{tot}(\vec{\mathbf{r}}), \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{\mathbf{s}}} \right|_{\vec{\mathbf{r}}} = \cos \vartheta \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\sin \vartheta}{r} \left[ \cos \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} - \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} - \text{ctg} \psi \sin \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right];$$

## This is Slide No. 32.

интеграл столкновений — функция источника

$$B(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}) \equiv \hat{S}\Phi = \sigma_{sc}(\vec{\mathbf{r}}) \int_{\Omega} \gamma(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}, \vec{\mathbf{s}}') \Phi(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}') d\vec{\mathbf{s}}', \quad d\vec{\mathbf{s}}' = d\mu' d\varphi'; \quad (3)$$

оператор отражения

$$[\hat{R}\Phi](\vec{\mathbf{r}}_H, \vec{\mathbf{s}}) = \int_{\Omega^-} q(\vec{\mathbf{r}}_H, \vec{\mathbf{s}}, \vec{\mathbf{s}}^-) \Phi(\vec{\mathbf{r}}_H, \vec{\mathbf{s}}^-) d\vec{\mathbf{s}}^-, \quad \vec{\mathbf{s}} \in \Omega^+;$$

интегродифференциальный оператор  $\hat{K} \equiv \hat{D} - \hat{S}$ ;  $\sigma_{tot}(\vec{\mathbf{r}})$  и  $\sigma_{sc}(\vec{\mathbf{r}})$  — пространственные распределения полного сечения взаимодействия излучения с веществом и сечения рассеяния. Функция  $F^{in}$  — плотность источников излучения, расположенных внутри области  $G$ ;  $F^b$  и  $F^t$  — источники излучения на границах сферической оболочки, определенные для лучей  $\vec{\mathbf{s}}$ , направленных внутрь области  $G$ ; параметр  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  фиксирует акт взаимодействия с границей.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 32 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



## This is Slide No. 33.

Краевая задача (93) рассматривается при естественных, вытекающих из физики исследуемого процесса, ограничениях на коэффициенты, источники и граничные условия:

а)  $\sigma_{tot}(\vec{\mathbf{r}})$  и  $\sigma_{sc}(\vec{\mathbf{r}})$  — ограниченные, кусочно-непрерывные и кусочно-дифференцируемые функции;

б)  $\gamma(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}, \vec{\mathbf{s}}')$  — непрерывная функция угла рассеяния  $\chi = \arccos(\vec{\mathbf{s}} \cdot \vec{\mathbf{s}}')$ , имеющая кусочно-непрерывные производные по каждой переменной;

в) операторы  $\hat{S}$  и  $\hat{R}$  — равномерно ограниченные:  $0 \leq \hat{S}(1), \hat{R}(1) \leq 1$ ;

г) среды внутри  $G$ , на  $G_H$  и  $G_b$  — немультплицирующие (без размножения);

д)  $F^{in}(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}})$ ,  $F^b(\vec{\mathbf{r}}_b, \vec{\mathbf{s}}^-)$ ,  $F^H(\vec{\mathbf{r}}_H, \vec{\mathbf{s}}^+)$  — ограниченные, кусочно-непрерывные или финитные функции.

## This is Slide No. 34.

Отметим, что все изложение ведется для области  $G$  — сферической оболочки. Задача для полной сферы (например, в случае сферического облака) сводится к задаче со сферическим слоем путем постановки граничных условий с отражением на границе  $G_H$ , имеющей сколь угодно малый радиус  $R_H$ . Эти условия описывают прохождение излучения через внутреннюю сферу, ограниченную  $G_H$ . Если внутри полость, то на  $G_H$  ставится условие "прострела". Если внутренняя сфера является рассеивающей или поглощающей средой, то на  $G_H$  вводится "условие отражения", учитывающее ослабление излучения внутри малой сферы.

Такие средства расширяют прикладные возможности рассматриваемой модели переноса радиации, в частности, они позволяют включить ряд задач астрофизики и физики планет.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 34 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 35.

*Сушкевич Т.А. Осесимметричная задача о распространении излучения в сферической системе // Отчет О-572-66. — М.: ИПМ АН СССР, 1966. — 180 с.*

*Сушкевич Т.А. Математические модели переноса излучения. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. — 661 с.*

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 35 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 36.

Опыт работ со сферическими САЗ убедительно показал, что наш базовый метод — итерационный метод характеристик (ИМХ) — совокупность метода интегрирования уравнения переноса по характеристикам и метода последовательных приближений по кратности рассеяния с процедурами ускорения сходимости итераций — оптимально реализуется посредством алгоритмов распараллеливания вычислений. Для двумерной сферической системы с осевой симметрией впервые алгоритмы метода характеристик (без интерполяции и с интерполяцией) разработаны Сушкевич Т.А. Частные случаи (при значительных ограничениях на структуру рассеивающей и поглощающей среды, а также условий освещения и наблюдения) интегрирования уравнения переноса в приближении однократного рассеяния содержатся в работах Авасте О.А. и Смоктя О.И. Позже и в настоящее время практически во всех реализациях решения сферической задачи методом Монте-Карло приближение однократного рассеяния рассчитывается методом интегрирования по характеристикам, которые совпадают с траекториями световых лучей.

Home Page

Title Page

Contents



Page 36 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 37.

Попытки решения сферической задачи за рубежом (США) были предприняты Секерой и Ленобль, которые предложили использовать метод последовательных приближений, соответствующих разложению решения по малому параметру, взяв в качестве первого приближения решение плоской задачи, а в качестве малого параметра — отношение эффективной высоты однородной атмосферы к радиусу Земли. Большинство работ за рубежом выполняется методом Монте-Карло или приближенными численными методами. На уровне теории без практической реализации остался метод инвариантного погружения.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 37 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 38.

До начала космической эры сферические модели планетных атмосфер рассматривались в теории сумеречных явлений, в астрофизических исследованиях и в связи с проблемой лучистого теплообмена и равновесия. По мнению С. Чандрасекара, задача лучистого переноса в планетных атмосферах с учетом их сферичности анализировалась в ранних работах W. McCrea (1928 год), Н.А. Козырева (1934 год), S. Chandrasekhar (1934 год), L. Gratton (1937 год).

Это были модели однородной консервативной сферы с изотропным рассеянием. Астрофизики обычно предпочитали приближенные явные способы решения задач теории переноса излучения.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 38 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 39.

В истории космических исследований Земли, проводимых с участием человека, особое положение занимает первый научный эксперимент по дистанционному зондированию земной атмосферы путем фотографирования сумеречного горизонта.

Проблема использования сумеречных явлений для оптического зондирования атмосферы впервые, после Альгазена (XI век) и Кеплера (1604 год), была выдвинута в 1923 году В.Г. Фесенковым. Первые построения теории яркости, поляризации и рефракции света в атмосфере Земли основаны на геометрической картине освещения планеты солнечными лучами в условиях наблюдения с земной поверхности дневного и сумеречного неба.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 39 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 40.

По мнению Г.В. Розенберга, пожалуй, впервые такая задача была сформулирована схематически Р. Grunner в 1919 году. Приближения однократного рассеяния солнечного света в сферически симметричной земной атмосфере разрабатывались В.Г. Фесенковым (1923 год), F. Link (1933 год), Н.М. Штауде (1936 год), И.А. Хвостиковым (1936 год), Г.В. Розенбергом (1942 год) для обоснования и применения фотометрических наблюдений сумерек как метода изучения стратосферы и верхней атмосферы.

Второй этап формирования сумеречного метода (с 1945 год) связан с выяснением роли вторично рассеянного света и началом ракетных исследований верхней атмосферы.

Home Page

Title Page

Contents



Page 40 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit



## This is Slide No. 41.

Эпохальным оказался третий этап — этап становления и совершенствования сумеречных исследований планетных атмосфер с КА.

Г.В.Розенберг не только первым сформулировал такую задачу, но и впервые реализовал теоретические построения в первом инструментальном исследовании земной атмосферы с ПКК: 17 июня 1963 год с борта с ПКК "Восток—6" были получены космонавтом первые в мире фотографические снимки края Земли с окружающим ее сумеречным и заревым ореолом, позволившие впервые установить и обосновать существование динамичных стратосферных аэрозольных слоев оптическими методами и средствами дистанционного зондирования с космических орбит.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 41 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 42.

Анализ и интерпретацию первых космических черно-белых, а позже цветных фотографических снимков независимо проводили три группы: К.Я.Кондратьев, О.И.Смоктий; Г.И.Марчук, Г.А.Михайлов, М.А.Назаралиев; Г.В.Розенберг, А.Б.Сандомирский, Т.А.Сушкевич.

Космические оптические наблюдения, сопровождающиеся репрезентативным математическим моделированием, позволили не только обнаружить, но и впервые исследовать оптическую структуру стратосферных аэрозольных и озоновых слоев методами дистанционного зондирования.

Эти пионерские работы подтвердили достоверность разработанных сферических моделей поля излучения Земли.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 42 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 43.

Запуск советской АМС "Зонд-5" впервые в мире позволил увидеть планету Земля с большого расстояния и осуществить ее фотометрирование, которое было продолжено затем с АМС "Зонд-6, 7, 8".

Одним из важных результатов научного фотографического (в нескольких спектральных интервалах) эксперимента было определение фотометрических характеристик планеты, коэффициентов яркости ее объектов и определение звездной величины Земли.

При проектировании съемочной аппаратуры и фотометрическом анализе изображений Земли использовались результаты Т.А. Сушкевич по математическому моделированию яркостного поля сферической Земли с разными типами подстилающей поверхности (суша, океан, разноярусная облачность).

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 43 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 44.

Созданный в Институте прикладной математики имени М.В. Келдыша АН СССР (с 1992 год РАН) в 60-е – 70-е годы вычислительный аппарат использовался преимущественно для фундаментально-поисковых научных исследований по разработке методов и средств космических наблюдений, дистанционного зондирования из космоса, ориентации, стабилизации, астронавигации КА и ракет, для интерпретации и анализа данных космических и комплексных экспериментов, проводимых на пилотируемых космических кораблях и орбитальных станциях, а также аэростатных, самолетных и наземных наблюдений.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 44 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 45.

Впервые были получены оригинальные теоретико-расчетные результаты по моделям излучения Земли для проектов: астронавигации по визированию восходящих и заходящих звезд; космических систем фиксирования стартов ракет; датчиков ориентации лунных аппаратов и космического комплекса "Луна—9", обеспечивающего возвращение ракеты с Луны на Землю, по яркостному лимбу Земли и планете Земля (впервые в мире были рассчитаны звездные величины и фазовые кривые планеты Земля для характерных состояний атмосферы и подстилающих поверхностей: суша, океан, облака); приборов автоматической и ручной ориентации и стабилизации КА по яркостному горизонту Земли в ближнем космосе; фотосъемок и картографии Антарктиды ("Космос—2000"); оптико-электронных систем наблюдений и т.д.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 45 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 46.

В исследованиях по физике атмосферы и оптических свойств различных компонентов атмосферы (аэрозоль, влажность, газовые примеси) с помощью космических экспериментов, проводимых на ПКК ("Восток-6", "Восход", "Союз-3, 4, 5, 6, 7, 8, 16", ДОС "Салют", "Мир", комплекс "Союз-Аполлон" ), а также спектрофотометрии с ракет "Зонд-5, 7, 8" использованы численные результаты по глобальным моделям излучения сферической Земли и математическому моделированию для решения обратных задач восстановления высотной стратификации аэрозоля в атмосфере Земли.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 46 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 47.

Впервые были оценены условия применимости (в частности, размытие за счет многократного рассеяния и подсветки от подстилающей поверхности) рефрактометрического метода при лимбовых исследованиях состава атмосферы из космоса (фото- и киносъемки захода Солнца с ДОС "Салют") и при визировании звезд по горизонтальным трассам через атмосферу с учетом влияния рефракции на пространственную структуру яркости горизонта Земли.

Подход на основе анализа уравнений для характеристик в криволинейных координатах и разных приемов ускорения сходимости итераций по подобластям позволяет перейти к численному решению трехмерно-неоднородной сферической задачи, моделирующей близкие к реальным земные условия.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 47 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 48.

Такая постановка приобретает актуальность в связи с проблемами фоторадиационной химии атмосферы (тропосферы и озоносферы в условиях сумерек, зари, терминатора, полярных регионов), информационного обеспечения томографии атмосферы Земли, в том числе рефрактометрическими методами и космическими системами, работающими в условиях наблюдений по горизонтальным трассам, дистанционного зондирования полярных регионов, созданием моделей спектрально-радиационного баланса Земли, фазовой яркости Земли для приборов космической навигации (возврат КА на Землю, навигация КА по Земле), реализацией проектов дополнительных источников энергии на КА путем использования солнечного излучения, отраженного Землей, и т.п.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 48 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



## This is Slide No. 49.

В середине 70-х годов теоретико-расчетные исследования в области космических технологий принимают массовый характер.

О приоритете отечественных работ по сферическим моделям планетных атмосфер свидетельствует и книга — обзор, подготовленный Жаклин Ленобль — Президентом Международной комиссии по атмосферной радиации Международной ассоциации метеорологии и физики атмосферы.

В объективности этого обзора можно быть уверенными, поскольку Ж.Ленобль и З.Секера опубликовали первую в мире аналитическую работу по многомерной сферической модели излучения Земли.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 49 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 50.

Сферические модели в последние годы, особенно после принятия "Конвенции по климату" (Рио-де-Жанейро, 1992) и ряда межправительственных соглашений по охране озоносферы, имеют повышенный интерес, в частности, и потому, что в США, Японии, Германии, Англии, Франции появились ЭВМ нового поколения, ориентированные на массовый параллелизм.

Новые вычислительные комплексы позволяют эффективно решать сложные многомерные задачи на основе параллельных вычислений. Предыдущий опыт работ со сферическими САЭ убедительно показал, что наш базовый метод — итерационный метод характеристик (ИМХ) — совокупность метода интегрирования уравнения переноса по характеристикам и метода последовательных приближений по кратности рассеяния с процедурами ускорения сходимости итераций — оптимально реализуется посредством алгоритмов распараллеливания вычислений.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 50 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 51.

Сферические модели интересны в связи со следующими задачами.

1. Исследование поля излучения в атмосфере сферической планеты, находящейся в параллельном потоке внешнего (например, солнечного) излучения. Эта задача имеет различные приложения к техническим проблемам. В то же время она является классической задачей астрофизики и атмосферной оптики.

2. Определение поля излучения, создаваемого точечным источником в неоднородном сферическом слое, — это не только прикладная, но и классическая задача теории переноса, связанная с расчетом функции влияния (функции Грина) краевой задачи уравнения переноса.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 51 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 52.

3. Исследование отражающих свойств шара, на который падает параллельный или диффузный внешний поток излучения. Такой шар может соответствовать модели отдельного кучевого облака или оптически плотной частицы мутной среды.

4. Исследование поля излучения внутри сферической полости, окруженной сферическим слоем вещества, на который падает внешний поток радиации. Такая задача возникает в теории защиты излучения.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 52 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 53.

В рамках такой модели можно изучать чисто сферические эффекты, связанные с наблюдениями в полярных областях, на терминаторе (в районе экватора), в сумерках, вблизи лимба и горизонта Земли, радиационного переноса по широте, фазовой кривой яркости Земли (полный диск яркости или неполный диск яркости — фазы, подобные наблюдаемым на Луне), светимость звезд на ярком фоне земной атмосферы, в том числе по лимбовым направлениям, когда наблюдение осуществляется с космической орбиты и линия, соединяющая точки нахождения звезды и наблюдателя, проходит выше диска Земли через ее атмосферу. Вместо звезды — пассивного источника могут использоваться активные источники (типа лазерного луча) в актуальнейших на сегодня проектах томографии атмосферы Земли.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 53 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 54.

Для реализации математического моделирования поля радиации Земли необходимы:

- 1) модели оптических характеристик среды, в частности, модели рассеяния, поглощения и излучения;
- 2) модели геофизических (метеорологических) характеристик (распределения температуры, плотности, давления, концентраций газовых и аэрозольных компонент);
- 3) модели переноса излучения.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 54 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 55.

В нашей работе основное место занимают проблемы, связанные с переносом излучения, наиболее адекватно учитывающие физические механизмы трансформации солнечного излучения в САЗ и возможные реалистичные представления оптико-геофизических характеристик среды. Обширные данные по сечениям взаимодействия излучения с веществом среды и метеорологическим параметрам, от которых эти характеристики имеют сложную зависимость, составляют константное обеспечение задачи: атласы спектральных характеристик, базы метеорологических данных, методики и программы расчета коэффициентов и индикатрис рассеяния, коэффициентов поглощения, функций пропускания. По проблемам константного обеспечения в мире работают многие десятки специализированных лабораторий (более 40 только в США).

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 55 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 56.

В рамках развития вычислительных средств рассматриваются следующие модели переноса излучения.

I. Спектральная, пространственная и угловая структуры поля яркости — интенсивности светового поля — оптического излучения — при известных условиях освещения и наблюдения рассчитываются как решения краевой задачи для уравнения переноса. Спектральные и пространственные распределения интегральных по углам характеристик радиационного поля, такие как плотность, потоки, коэффициенты диффузии и асимметрии и т.п., определяются как функционалы от интенсивности.

Home Page

Title Page

Contents



Page 56 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit



## This is Slide No. 57.

II. Спектральные и пространственные структуры интегральных характеристик поля излучения рассчитываются как решения задач, отвечающих (математически) точным или разной степени приближенности линейным и нелинейным моделям, которые получаются из интегродифференциального уравнения переноса с помощью аппарата разложений решения по сферическим функциям, при контролируемых условиях и ограничениях. В частности, отметим, что модели II представляют также интерес для разработки приемов ускорения сходимости итераций в модели I.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 57 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 58.

Нас интересует проблема расчета поля яркости САЗ в глобальном масштабе — в масштабе всей планеты одновременно (различные условия освещения, горизонт, терминатор, сумерки, тень, полярные районы). Если наблюдатель находится выше фиксированной верхней границы атмосферы (например, на космической орбите), то решение в точке наблюдения получаем путем переноса значений яркости, определенных для верхней границы оболочки, без ослабления с учетом геометрии задачи. Математическая модель задачи и метод ее решения согласованы с моделью атмосферы, описываемой оптико-метеорологическими (геофизическими) параметрами.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 58 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 59.

В настоящее время, в отличие от момента начала работ в 60-е годы, благодаря активному развитию теоретических и экспериментальных исследований по проблемам светорассеяния, а также систем космических наблюдений мы располагаем достаточно достоверными данными

— о тонкой структуре полос поглощения водяного пара и газовых компонент атмосферы и способах учета этих данных для математического моделирования радиационного переноса в поглощающей реальной атмосфере;

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 59 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 60.

- о коэффициентах и индикатрисах рассеяния атмосферы с учетом аэрозольных примесей;
- об отражающих свойствах естественных поверхностей;
- о географических, сезонных, суточных распределениях, вариациях и статистических характеристиках влажности, давления, температуры, концентраций газовых и аэрозольных компонент и облачности, имеющих случайный характер и играющих основную роль в изменчивости радиационного поля Земли.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 60 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 61.

Каждая из этих моделей описывается совокупностью оптико-метеорологических (геофизических) характеристик атмосферы, облаков, подстилающей поверхности, которые являются входными физическими данными для уравнения переноса (через коэффициенты, граничные условия, источники). Степень близости расчетных полей яркости САЗ к реальным определяется, с одной стороны, адекватностью входных параметров фактическим, с другой стороны, — математической идеализацией процесса переноса излучения, реализованной в модели, методе, расчетном алгоритме.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 61 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## **This is Slide No. 62.**

За основу принято численное решение краевой задачи для стационарного уравнения переноса монохроматического или квазимонохроматического излучения в рассеивающей, поглощающей, излучающей сферической атмосфере (сферической оболочке) сложной пространственной структуры, ограниченной неоднородной отражающей подстилающей поверхностью, роль которой могут играть земная поверхность (суша, океан), верхняя граница облачности или гидрометеоров (осадки).

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 62 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 63.

Разработаны специальные эффективные приемы решения задач с неразрешенными спектрами и учетом селективного и континуального поглощения атмосферными газами при расчете многократного рассеяния. Еще в 1967–1968 годах был предложен и реализован метод подгрупп, когда функция пропускания аппроксимируется суммой экспонент с эффективными коэффициентами поглощения и весами подгрупп. Эффективность метода подгрупп была подтверждена прямыми сравнениями расчетов, проведенных методом подгрупп и методом Монте-Карло с учетом исходной функции пропускания. Позже и по настоящее время такой же прием широко используется за рубежом.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 63 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 64.

# Современное состояние теории оптического передаточного оператора и методов дистанционного зондирования

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 64 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



This is Slide No. 65.

Радиационное поле Земли формируется под влиянием двух компонент системы переноса излучения: атмосферы и земной поверхности (САП).

Связи между радиационными характеристиками и параметрами атмосферы и земной поверхности описываются решениями краевой задачи теории переноса излучения в САП, когда важно использовать теорию многократного рассеяния.

Сложность задачи заключается в многопараметричности модели среды, большом разнообразии процессов трансформации энергии Солнца, вариантов визирования и способов измерений.

Приходится иметь дело с краевыми задачами для интегродифференциального кинетического уравнения, описывающего перенос излучения в рассеивающих, поглощающих, излучающих, преломляющих, поляризующих средах с одномерной, двумерной или трехмерной плоской или сферической геометрией.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 65 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 66.

## МЕТОД ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ И ЛИНЕЙНО-СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД

Для иллюстрации рассмотрим задачу дистанционного зондирования поверхности через атмосферу планеты. Развит эффективный подход атмосферной коррекции спутниковой информации.

**Модель передаточных свойств** атмосферы представлена в форме линейного функционала — *интеграла суперпозиции*, лежащего в основе классического линейно-системного подхода.

**Оптический передаточный оператор** построен математически строго и физически корректно **методом функций влияния и пространственно-частотных характеристик**.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 66 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 67.**

Функции влияния и пространственно-частотные характеристики системы "атмосфера — поверхность планеты" являются **ядрами функционалов и объективными характеристиками, инвариантными** относительно конкретных структур зондируемых объектов, условий освещенности и наблюдения.

**Пространственно-частотные характеристики вводятся как фурье-образы функции влияния по горизонтальным координатам.**

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 67 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 68.

Можно выделить следующие **типы радиационных задач**, требующих учета влияния поверхности планеты, отражающей излучение.

*Первый тип* - это задачи энергетики и радиационного баланса Земли, когда источником служит радиация Солнца и собственное излучение планеты. Такие задачи решаются преимущественно в приближении плоской модели земной оболочки с неявным или явным учетом вклада однородной ламбертовой или неортотропной подстилающей поверхности.

*Второй тип* - это задачи дистанционного зондирования атмосферы и облачности, когда земная поверхность является помехой.

*Третий тип* - это задачи дистанционного зондирования земной поверхности, когда необходимо устранить (провести атмосферную коррекцию) или достоверно учесть влияние атмосферы.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 68 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 69.

Как показал анализ состояния проблемы учета и дистанционного зондирования земной поверхности все **многообразие подходов** сводится к трем основным.

- **Первым** появился неявный способ учета отражающей поверхности.
- **Второй** — это явный способ методом ФВ и ПЧХ.
- **Третий** — это функционалы и сопряженные уравнения.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 69 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 70.

## КОНЦЕПЦИЯ ЛИНЕЙНО-СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

В любой активной или пассивной системе дистанционного зондирования земной поверхности всегда присутствуют **четыре главные компоненты**:

- (1) "сценарий", "сцена", т.е. **распределение яркости** наблюдаемых объектов или ландшафта;
- (2) атмосферный **канал передачи изображения**;
- (3) **прибор регистрации** электромагнитных волн;
- (4) **комплекс обработки и распознавания изображения**.

**В трех компонентах** проявляется влияние атмосферы: атмосферно-оптические механизмы воздействуют на формирование "сценария", на перенос его изображения через среду и учитываются в радиационной коррекции при анализе "сцен".

Home Page

Title Page

Contents



Page 70 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

# This is Slide No. 71.

Вследствие бесконечного многообразия возможных объектов наблюдения целесообразно использовать **универсальный подход**, который позволяет описывать весь канал наблюдения через **объективные характеристики, инвариантные** относительно конкретных структур зондируемых объектов, условий освещенности и визирования.

**Такой подход** широко применяется в классической оптике, в теориях видения, электрических цепей, оптико-электронных систем, фотографии, обработки изображений и **известен как линейно-системный подход**.

**Под системой** следует понимать все то, что осуществляет преобразование ряда входных функций или воздействий в ряд выходных функций или реакций (откликов).

**Реакции систем на входные воздействия** вследствие их аналогии можно описать некоторыми **обобщенными характеристиками**, определение которых не зависит от конкретного вида системы (электрической, оптической, радиофизической и т.д.).

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 71 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 72.

Общность состоит в том, что **функциональное соотношение**, связывающее входной  $E(x, y)$  и выходной  $\Phi(x, y)$  двумерные сигналы системы:

$$\Phi(x, y) = (\Theta, E) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(x, y; x', y') E(x', y') dx' dy' \quad (4)$$

имеет **фундаментальный характер** и известно как *интеграл суперпозиции*, означающий, что линейная система полностью характеризуется суммой ее откликов на входные воздействия;  $x, y$  — горизонтальные координаты.

Если выполняется условие *пространственной инвариантности (изопланарности)*, то *функция рассеяния (ФР) системы*, или *функция рассеяния точки (ФРТ)*,  $\Theta(x, y; x', y')$  зависит от разности аргументов и **функционал (4) принимает вид свертки**

$$\Phi(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(x - x'; y - y') E(x', y') dx' dy'. \quad (5)$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 72 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit



## This is Slide No. 73.

С помощью теоремы о фурье-спектре свертки **двумерный спектр выходного сигнала системы**  $B(p_x, p_y) = \mathcal{F}[\Phi(x, y)]$  **получается в виде произведения**

$$B(p_x, p_y) = \Psi(p_x, p_y)V(p_x, p_y), \quad (6)$$

где спектральная плотность входного сигнала (распределения яркости объекта)  $V(p_x, p_y) = \mathcal{F}[E(x, y)]$ .

**Спектральная плотность функции рассеяния**  $\Psi(p_x, p_y) = \mathcal{F}[\Theta(x, y)]$  называется *передаточной функцией* системы (*оптической передаточной функцией* (ОПФ)).

С помощью обратного преобразования Фурье из (6) можно найти значение **выходного сигнала системы** (распределение яркости на выходе оптической системы):

$$\Phi(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[B(p_x, p_y)] = \mathcal{F}^{-1}[\Psi(p_x, p_y)V(p_x, p_y)]. \quad (7)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 73 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

**This is Slide No. 74.**

Следовательно, (оптическая) **система осуществляет двумерное преобразование Фурье над произведением спектров ее функции рассеяния и входного сигнала.**

Согласно (6) ОПФ  $\Psi(p_x, p_y)$  позволяет установить **соответствие между двумерными спектрами распределений яркости в плоскости объекта и освещенности в плоскости изображения.**

*Линейная (оптическая) система представляет собой линейный фильтр пространственных частот с коэффициентом передачи  $\Psi(p_x, p_y)$ .*

**Пространственно-частотная характеристика  $\Psi(p_x, p_y)$  в общем случае является комплексной функцией:**

$$\Psi(p_x, p_y) = A(p_x, p_y) \exp[i\beta(p_x, p_y)].$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 74 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 75.

**Модуль**  $A(p_x, p_y)$  нормированной ОПФ называют *частотно-контрастной характеристикой (ЧКХ), амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), функцией передачи модуляции (ФПМ)*, а зависимость фазы  $\beta(p_x, p_y)$  от пространственной частоты — *фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)*.

**Для систем с цилиндрической симметрией** используется преобразование Фурье-Бесселя, или преобразование Ганкеля нулевого порядка:

$$\Phi(\nu) = 2\pi \int_0^{\infty} \Phi(\rho) J_0(2\pi\nu\rho) \rho d\rho.$$

This is Slide No. 76.

Концепция (оптической) пространственной фильтрации, т.е. манипулирование пространственными частотами с целью изменения или передачи свойств изображения, известна уже более 100 лет как результат работ Эрнста Аббе в 1873–1886 гг. (*Abbe E. // Arch. Microsc. 1873. V.9. P.413.*)

Эти работы оказали глубокое влияние на научную дисциплину, которая позже была названа **фурье-оптикой** (Применение методов фурье-оптики, 1982). Эта наука возникла на стыке классической оптики и теории информации.

Результаты Аббе непосредственно привели к описанию изображающих оптических приборов как **фильтров пространственных частот** поля объекта.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 76 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 77.

**Ключевым поворотным моментом в развитии оптических методов обработки изображений оказалось появление в 30-х годах работ Н. Ньюберга и в 40-х годах работ Р.М. Дюфье.**

**Ньюберг предложил** для анализа проблемы света и прибора использовать разложение функций по системе ортонормированных функций как наилучшее линейное приближение.

**Ньюберг вводит** общий принцип построения спектральных приборов с использованием идеи о разложении аналитической функции в ряд по любой полной системе ортогональных функций.

**Эти работы оказали весомое влияние на развитие метода фурье-спектрометрии.**

*Ньюберг Н. О возможности приближенного спектрофотометрирования без разложения в спектр // Докл. АН СССР. 1934. Т. 4. № 5/6. С. 278–285.*

*Ньюберг Н. О спектрах, сходных по цвету излучений // Докл. АН СССР. 1945. Т. 50. С. 143–146.*

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 77 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 78.

**В монографии** *Duffieux P.M. L'Integrale de Fourier et ses Applications a l'Optique. Rennes. 1946,*

**рассматривая обобщенную изображающую систему как линейный фильтр, Дюфье**

**установил**, что распределение энергии в плоскости объекта или изображения и в плоскости зрачка оптической системы связаны преобразованием Фурье,

**описал** распределение интенсивности света в плоскости изображения как результат распределения интенсивности света в плоскости объекта и *аппаратной функции рассеяния точки*, т.е. *импульсного отклика*.

**Фактически, Дюфье первым обосновал соотношения (4)–(7).**

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 78 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 79.

**Идеи Дюфье дали колоссальные плоды:** уже в 50-е-60-е годы благодаря общему математическому аппарату:

— **сформулированы** основные положения теории систем (линейных и нелинейных, инвариантных и пространственно-неинвариантных, систем с обратной связью и т.д.);

— **установлены** аналогии между оптикой и наукой о передаче информации, между оптическими и электрическими фильтрами, между оптикой и радиоэлектроникой, между повышением четкости изображения и выравниванием передаточной функцией;

— **развиты** основы синтеза оптических систем, когерентно-оптических и голографических методов обработки информации (бурный расцвет с появлением лазеров);

— **сделаны** попытки управлять фазовым пропусканием пространственных фильтров с помощью поляризационных методов, а также амплитудным и фазовым пропусканием с помощью голографического метода;

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 79 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 80.

— **обратились к важной проблеме** обнаружения оптическими средствами сигнала на фоне шума с использованием некогерентного, частично когерентного и когерентного света;

— **бурное развитие получили** адаптивная оптика (В.П. Лукин, 1986), оптико-электронные системы (М.М. Мирошников, 1977), теория обработки изображений (Ю.П. Пытьев, 1979, 1983, 1989; Г.И. Василенко, 1985, 1986), теория информации и т.д.

**В течение десятилетия** было опубликовано огромное число работ, посвященных фурье-анализу оптических изображающих систем.

Таким образом **были заложены основы (математического) аппарата теории линейных систем** (А. Марешаль, М. Франсон, 1964; Э. О'Нейл, 1966; А.П. Иванов, 1969; Дж. Гудмен, 1970; А. Папулис, 1971; М.М. Мирошников, 1977; В.Е. Зуев, 1977 и др.).

Home Page

Title Page

Contents



Page 80 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 81.

**В соотношениях (4)–(7) заключены базовые основы аппарата теории линейных систем.**

**Пространственная фильтрация** оценивается с помощью пространственных и пространственно-частотных характеристик.

**Эта методика линейных преобразований** в пространственной и пространственно-частотной областях, содержащая такие понятия, как импульсное воздействие (вместо точечного источника), импульсный отклик (вместо изображения точечного источника), **может быть обобщена** на системы с узкими и широкими мононаправленными пучками. В частности, такие пучки возникают в задачах для функций влияния при анизотропно отражающих поверхностях.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 81 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 82.

## ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПЕРЕДАТОЧНОГО ОПЕРАТОРА

Будем рассматривать *атмосферный канал* как элемент *оптической системы переноса излучения* и **сформулируем теорию (оптического) передаточного оператора**, используя **математический аппарат линейно-системного подхода**.

Продемонстрируем методический подход и математический аппарат на примере плоской задачи. Этот подход обобщен на сферические задачи.

Home Page

Title Page

Contents



Page 82 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 83.

### Объективные характеристики:

- *функция размытия точки (ФРТ),*
- *оптическая передаточная функция (ОПФ),*
- *частотно-контрастная характеристика (ЧКХ),*
- *функция передачи модуляции (ФПМ),*
- *импульсно-переходная функция (ИПФ),*
- *функция рассеяния системы (ФР),*
- *пространственно-частотная характеристика (ПЧХ) и другие характеристики качества изображения, воспроизводящих и передающих оптических, оптико-электронных, фотографических, кинематографических, телевизионных, радиотехнических, управляющих и прочих систем естественным путем **переносятся на область теории переноса излучения в оптически-активных средах.***

Home Page

Title Page

Contents



Page 83 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 84.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача переноса излучения в рассеивающем, поглощающем и излучающем горизонтально-однородном плоском слое, неограниченном в горизонтальном направлении ( $-\infty < x, y < \infty$ ,  $r_{\perp} = (x, y)$ ) и конечном по высоте ( $0 \leq z \leq h$ ), трехмерного евклидова пространства: радиус-вектор  $r = (x, y, z)$ .

Для удобства записи граничных условий вводим множества

$$t = \{z, r_{\perp}, s : z = 0, s \in \Omega^+\}, \quad b = \{z, r_{\perp}, s : z = h, s \in \Omega^-\}.$$

This is Slide No. 85.

**Интенсивность (энергетическая яркость) излучения  $\Phi(r, s)$  в САП находится как решение общей краевой задачи (ОКЗ при  $\hat{R} \neq 0$ ) теории переноса**

$$\begin{aligned} & \cos \vartheta \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \sigma(z) \Phi(x, y, z, \vartheta, \varphi) = \\ & = \sigma_s(z) \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\pi \gamma(z, \vartheta, \varphi; \vartheta', \varphi') \Phi(x, y, z, \vartheta', \varphi') \sin \vartheta' d\vartheta' + F^{in}(z, \vartheta, \varphi), \\ & \quad \Phi(x, y, z = 0, \vartheta, \varphi) |_t = F^0(x, y, \vartheta, \varphi), \\ & \quad \Phi(x, y, z = h, \vartheta, \varphi) |_b = F^h(x, y, \vartheta, \varphi) + \\ & + \varepsilon \int_0^{2\pi} d\varphi^+ \int_0^{\pi/2} q(x, y, \vartheta, \varphi; \vartheta^+, \varphi^+) \Phi(x, y, h, \vartheta^+, \varphi^+) \sin \vartheta^+ d\vartheta^+ . \end{aligned}$$



This is Slide No. 86.

Эту **общую краевую задачу** запишем в компактной форме

$$\hat{K}\Phi = F^{in}, \quad \Phi|_t = F^0, \quad \Phi|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi + F^h \quad (8)$$

с **линейными операторами: оператор переноса**

$$\hat{D} \equiv (s, grad) + \sigma(z) = \hat{D}_z + (s_{\perp}, \frac{\partial}{\partial r_{\perp}}), \quad \hat{D}_z \equiv \mu \frac{\partial}{\partial z} + \sigma(z);$$

**интеграл столкновений**, описываемый оператором

$$\hat{S}\Phi \equiv \sigma_s(z) \int_{\Omega} \gamma(z, s, s') \Phi(z, r_{\perp}, s') ds', \quad ds' = d\mu' d\varphi', \quad \hat{S}(1) \leq 1;$$

## оператор отражения

$$[\hat{R}\Phi](h, r_{\perp}, s) \equiv \int_{\Omega^+} q(r_{\perp}, s, s^+) \Phi(h, r_{\perp}, s^+) ds^+ \quad (9)$$

является **равномерно ограниченным оператором:**

$\hat{R}(1) = q^*(r_{\perp}, s) \leq 1$ ; интегродифференциальный оператор  $\hat{K} \equiv \hat{D} - \hat{S}$ ; одномерный оператор  $\hat{K}_z \equiv \hat{D}_z - \hat{S}$ .

**Краевая задача (8) линейная и ее решение можно искать в виде суперпозиции**

$$\Phi = \Phi_a + \Phi_q .$$

**Фоновое излучение** атмосферы  $\Phi_a$  определяется как **решение первой краевой задачи теории переноса (ПКЗ)** с "вакуумными" граничными условиями

$$\hat{K}\Phi_a = F^{in}, \quad \Phi_a|_t = F^0, \quad \Phi_a|_b = F^h \quad (10)$$

для слоя с прозрачными или абсолютно черными (неотражающими) границами ( $\hat{R} \equiv 0$ ).

This is Slide No. 88.

**Задача для подсветки  $\Phi_q$** , обусловленной влиянием отражающей подстилающей поверхности, — это **общая краевая задача**

$$\hat{K}\Phi_q = 0, \quad \Phi_q|_t = 0, \quad \Phi_q|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi_q + \varepsilon E, \quad (11)$$

где источник  $E(r_\perp, s) \equiv \hat{R}\Phi_a$  — яркость (освещенность, облученность) подложки, создаваемая фоновым излучением.

**Общая краевая задача (8)** для плоского слоя — это математическая идеализация переноса излучения в рассеивающих, поглощающих, излучающих средах, достаточно адекватно описывающая реальные радиационные процессы в САП.



This is Slide No. 89.

Будем считать функции  $E(s^h; r_\perp, s)$  и  $q(r_\perp, s, s')$  финитными, либо периодическими, либо кусочно-постоянными и **будем искать обобщенные (локальные) решения задачи (11) как функционалы, не интересуясь поведением решения задачи (11) на бесконечности.**

**Все многообразие подстилающих поверхностей (без учета возвышений и орографии), описываемое оператором (9), и граничных источников можно объединить в четыре основных типа:**

- горизонтально-однородные изотропные;
- горизонтально-однородные анизотропные;
- горизонтально-неоднородные изотропные;
- горизонтально-неоднородные анизотропные.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 89 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 90.

Если хотя бы одна из функций  $F^0$ ,  $F^h$ ,  $q$  зависит от  $r_{\perp}$ , то решение ОКЗ (8) определяется в пятимерном фазовом объеме  $(x, y, z, \vartheta, \varphi)$ , и **ОКЗ не разрешима численными методами без ограничения горизонтальных размеров слоя. Решения трехмерных ОКЗ относятся к классу обобщенных решений.**

**Первыми в теории переноса аппарат функций влияния использовали**

**А.С. Монин** (*Статистическая интерпретация рассеяния микрочастиц // Теория вероятностей и ее применение. 1956. Т. I. Вып. 3. С. 328–343.*);

**Б.Б. Кадомцев** (*О функции влияния в теории переноса лучистой энергии // Докл. АН СССР. 1957. Т. 113. № 3. С. 541–543.*).

**Значительную роль сыграла "подсказка" в учебнике по математической физике для МФТИ академика В.С. Владимирова, где рассматривается уравнение переноса с источником в правой части.**

Home Page

Title Page

Contents



Page 90 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 91.

В отличие от других авторов в данной работе **впервые математический аппарат функций влияния был разработан и развит для решения общих краевых задач теории переноса.**

**Теоретические построения и алгоритмы расчета передаточного оператора основываются на**

- теории обобщенных решений,
- теории интегральных преобразований обобщенных функций,
- общей теории регулярных возмущений (асимптотический метод).

**Подход**, разработанный на базе строгих математических основ, **называем методом функций влияния и пространственно-частотных характеристик** (методом ФВ и ПЧХ).

Home Page

Title Page

Contents



Page 91 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 92.

В теории обобщенных решений **функция влияния** является фундаментальным решением ПКЗ и ОКЗ — универсальной характеристикой системы переноса излучения, инвариантной относительно конкретных значений и структур источников излучения и параметров отражения границы.

**Этот термин включает все многообразие известных частных терминов:** ФР, ФРТ, ИПФ, функция Грина и др. и методически объединяет одно-, дву- и трехмерные краевые задачи.

Термин **пространственно-частотная характеристика** вводится как **двумерный фурье-спектр функции влияния** по горизонтальным координатам.

**Функция влияния и пространственно-частотная характеристика** — это характеристики линейной системы переноса излучения с источником на границе.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 92 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 93.

## БАЗОВЫЕ МОДЕЛИ ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА

Первая краевая задача

$$\hat{K}\Phi = 0, \quad \Phi|_t = 0, \quad \Phi|_b = f(s^h; r_\perp, s) \quad (12)$$

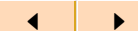
отвечает линейной системе переноса излучения и ее **обобщенное решение представляется в виде линейного функционала — интеграла суперпозиции**

$$\begin{aligned} \Phi(s^h; z, r_\perp, s) &= \hat{P}(f) \equiv (\Theta, f) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds_h^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(s_h^-; z, r_\perp - r'_\perp, s) f(s^h; r'_\perp, s_h^-) dr'_\perp. \end{aligned} \quad (13)$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 93 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 94.

**Ядром функционала (13) является функция влияния**  
 $\Theta(s_h^-; z, r_\perp, s)$  — решение первой краевой задачи

$$\hat{K}\Theta = 0, \quad \Theta|_t = 0, \quad \Theta|_b = f_\delta(s_h^-; r_\perp, s) \quad (14)$$

с параметром  $s_h^- \in \Omega^-$  и источником

$$f_\delta(s_h^-; r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\delta(s - s_h^-).$$

**Функция влияния**  $\Theta$  фактически **описывает поле излучения** в слое с неотражающими границами, создаваемое за счет процессов многократного рассеяния **стационарного узкого пучка** с направлением  $s_h^-$ , источник которого расположен на границе  $z = h$  в центре системы горизонтальных координат  $x, y$ .

Home Page

Title Page

Contents



Page 94 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 95.

Если источник  $f(r_{\perp})$  — изотропный по углам и горизонтально-неоднородный по пространственным координатам, то решение ПКЗ (12) находится через линейный функционал — интеграл суперпозиции, который является интегралом свертки:

$$\Phi(z, r_{\perp}, s) = \hat{P}_r(f) \equiv (\Theta_r, f) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_r(z, r_{\perp} - r'_{\perp}, s) f(r'_{\perp}) dr'_{\perp} \quad (15)$$

с ядром — функцией влияния

$$\Theta_r(z, r_{\perp}, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta(s_h^-; z, r_{\perp}, s) ds_h^-, \quad (16)$$

которая совпадает с широко распространенной функцией размытия точки (ФРТ) и удовлетворяет первой краевой задаче

$$\hat{K}\Theta_r = 0, \quad \Theta_r|_t = 0, \quad \Theta_r|_b = \delta(r_{\perp}). \quad (17)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 95 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 96.

В случае **анизотропного по углам и горизонтально-однородного по пространству источника**  $f(s^h; s)$  решение ПКЗ (12) определяется через **линейный функционал** — *интеграл суперпозиции по углам*

$$\Phi(s^h; z, s) = \hat{P}_z(f) \equiv (\Theta_z, f) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_z(s_h^-; z, s) f(s^h; s_h^-) ds_h^-. \quad (18)$$

Ядро функционала — **функция влияния**

$$\Theta_z(s_h^-; z, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(s_h^-; z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} \quad (19)$$

является **решением одномерной ПКЗ**

$$\hat{K}_z \Theta_z = 0, \quad \Theta_z|_t = 0, \quad \Theta_z|_b = \delta(s - s_h^-) \quad (20)$$

и описывает поле излучения, сформированное в слое, на границу  $z = h$  которого **извне падает параллельный широкий поток** в направлении  $s_h^- \in \Omega^-$ . ПКЗ (20) аналогична обычной задаче для одномерного плоского слоя, освещаемого мононаправленным потоком.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 96 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



## This is Slide No. 97.

При изотропном и горизонтально-однородном источнике решение ПКЗ (12)

$$\Phi(z, s) = \hat{P}_c(f) = fW(z, s), \quad f = \text{const}, \quad (21)$$

рассчитывается через функцию влияния

$$\begin{aligned} W(z, s) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds_h^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(s_h^-; z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_r(z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_z(s_h^-; z, s) ds_h^-, \end{aligned} \quad (22)$$

которую называют также *функцией пропускания, отягощенной вкладом многократного рассеяния*, и определяют как решение одномерной ПКЗ с изотропным источником

$$\hat{K}_z W = 0, \quad W|_t = 0, \quad W|_b = 1. \quad (23)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 97 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

**This is Slide No. 98.**

**Функции влияния  $\Theta$ ,  $\Theta_r$ ,  $\Theta_z$ ,  $W$  составляют полный набор базовых моделей фундаментальных решений** первых и общих краевых задач теории переноса излучения в плоском слое и объективных инвариантных характеристик линейной САП.

Соотношения (22) можно использовать в качестве критериев оценки точности расчетов функций влияния.

Home Page

Title Page

Contents



Page 98 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 99.

## ФУРЬЕ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Для операции **фурье-преобразования функций** по координате  $r_{\perp}$  используем обозначения

$$\begin{aligned}\mathbf{B}(p) &\equiv \mathcal{F}[\Phi(r_{\perp})] = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(r_{\perp}) \exp[i(p, r_{\perp})] dr_{\perp} = \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, y) \exp[i(p_x x + p_y y)] dx dy,\end{aligned}$$

где  $(p, r_{\perp}) = (p_x x + p_y y)$  — скалярное произведение.

### Обратная операция:

$$\begin{aligned}\Phi(r_{\perp}) &\equiv \mathcal{F}^{-1}[\mathbf{B}(p)] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{B}(p) \exp[-i(p, r_{\perp})] dp = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{B}(p_x, p_y) \exp[-i(p_x x + p_y y)] dp_x dp_y.\end{aligned}$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 99 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 100.

Для операций свертки вводим следующие записи:

$$(\check{f} * \check{g}) \equiv \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \check{f}(p-p') \check{g}(p') dp' = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \check{f}(p') \check{g}(p-p') dp',$$

$$(f * g) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(r_{\perp} - r'_{\perp}) g(r'_{\perp}) dr'_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} f(r'_{\perp}) g(r_{\perp} - r'_{\perp}) dr'_{\perp}.$$

Пространственная частота  $p = \{p_x, p_y\}$  принимает только действительные значения:

$$-\infty < p_x, p_y < \infty.$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 100 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 101.

Будем считать функции  $q(r_{\perp})$ ,  $F^{in}(r_{\perp})$ ,  $F^0(r_{\perp})$ ,  $F^H(r_{\perp})$  финитными, либо периодическими, либо кусочно-постоянными и **будем искать локальные решения задач (8), не интересуясь поведением решения на бесконечности.**

Это условие физически корректно: поведение решения уравнения переноса на бесконечности, вообще говоря, не влияет на решение в рассматриваемой конечной области.

Поскольку **решение** краевой задачи (8) **ищем в классе функций, допускающих существование интегрального преобразования Фурье** и, как следствие, **представимых в виде интегральной свертки**, то по существу при выполнении фурье-преобразования по координатам  $x, y$  уравнения переноса опускаются слагаемые со значениями на бесконечности при  $r_{\perp} = \pm \infty$  :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( s_{\perp}, \frac{\partial \Phi}{\partial r_{\perp}} \right) \exp[i(p, r_{\perp})] dr_{\perp} = -i(p, s_{\perp}) \mathcal{F}[\Phi](p).$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 101 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 102.

Действительно, интегрируя по частям, имеем

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \exp[i(p_x x + p_y y)] dx dy = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} dy \left\{ \Phi \exp[i(p_x x + p_y y)] \Big|_{x=-\infty}^{x=\infty} - \right. \\ & \left. - ip_x \int_{-\infty}^{\infty} \Phi \exp[i(p_x x + p_y y)] dx \right\} = -ip_x \mathbf{B}(p_x, p_y). \end{aligned}$$

**Обратная операция:**

$$\frac{1}{(2\pi)_2} \int_{-\infty}^{\infty} [-i(p, s_{\perp})] \mathcal{F}[\Phi](p) \exp[-i(p, r_{\perp})] dp = \left( s_{\perp}, \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right).$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 102 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 103.

Преобразование Фурье по координате  $r_{\perp}$  выражения

$$\hat{K}\Phi \equiv \hat{D}\Phi - \hat{S}\Phi$$

приводит к комплексному уравнению с линейными операторами

$$\hat{L}(p)\mathbf{B} \equiv \hat{L}_z(p)\mathbf{B} - \hat{S}\mathbf{B},$$

где

$$\hat{L}_z(p) \equiv \hat{D}_z - i(p, s_{\perp});$$

$$(p, s_{\perp}) = p_x \sin \vartheta \cos \varphi + p_y \sin \vartheta \sin \varphi.$$

## БАЗОВЫЕ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

С помощью **фурье-преобразования по горизонтальной координате**  $r_{\perp}$ :

$$g(p) = \mathcal{F}[f(r_{\perp})] \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(r_{\perp}) \exp[i(p, r_{\perp})] dr_{\perp}, \quad B \equiv \mathcal{F}[\Phi], \quad (24)$$

где **пространственная частота**  $p = (p_x, p_y)$  принимает **только действительные значения**  $(-\infty < p_x, p_y < \infty)$ , в классе обобщенных функций медленного роста ПКЗ (12) приводится к ПКЗ для **параметрического одномерного комплексного уравнения переноса (КПКЗ)**:

$$\hat{L}(p)B = 0, \quad B|_t = 0, \quad B|_b = g(s^h; p, s) \quad (25)$$

с линейным оператором

$$\hat{L}(p) \equiv \hat{D}_z - i(p, s_{\perp}) - \hat{S}.$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 104 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 105.

или, для наглядности, подробнее

$$\hat{L}(p)B \equiv \mu \frac{\partial B}{\partial z} +$$

$$+ [\sigma(z) - i(p_x \sin \vartheta \cos \varphi + p_y \sin \vartheta \sin \varphi)] B(p_x, p_y; z, \vartheta, \varphi) -$$

$$- \sigma_s(z) \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\pi \gamma(z, \vartheta, \varphi; \vartheta', \varphi') B(p_x, p_y; z, \vartheta', \varphi') \sin \vartheta' d\vartheta'.$$

This is Slide No. 106.

Решение комплексной первой краевой задачи (25) представляется как линейный функционал

$$B(s_h^-; z, p, s) = \hat{\Pi}(g) \equiv (\Psi, g) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi(s_h^-; z, p, s) g(s_h^-; p, s_h^-) ds_h^- \quad (26)$$

Ядром (26) является пространственно-частотная характеристика

$$\Psi(s_h^-; z, p, s) = \mathcal{F}[\Theta(s_h^-; z, r_\perp, s)]$$

с параметрами  $s_h^- \in \Omega^-$  и  $p$  — решение КПКЗ

$$\hat{L}(p)\Psi = 0, \quad \Psi|_t = 0, \quad \Psi|_b = g_\delta(s_h^-; p, s), \quad (27)$$

которая получается в результате применения фурье-преобразования (24) к ПКЗ (14);

$$g_\delta(s_h^-; p, s) \equiv \mathcal{F}[f_\delta(s_h^-; r_\perp, s)] = \delta(s - s_h^-).$$

Home Page

Title Page

Contents

◀ ▶

Page 106 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 107.

Кроме модели ПЧХ  $\Psi$  (27) для случая горизонтально-неоднородного и анизотропного источника в ПКЗ (12), **в набор базовых моделей** входит ПЧХ

$$\Psi_r(z, p, s) \equiv \mathcal{F}[\Theta_r(z, r_\perp, s)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi(s_h^-; z, p, s) ds_h^-,$$

которая удовлетворяет КПКЗ

$$\hat{L}(p)\Psi_r = 0, \quad \Psi_r|_t = 0, \quad \Psi_r|_b = 1, \quad (28)$$

когда **источник** в ПКЗ (12) **изотропный** и **горизонтально-неоднородный** и

$$g_r(p) = g(p) = \mathcal{F}[f(r_\perp)].$$

Решение задачи (25) в этом случае определяется через классическое линейное соотношение

$$B_r(z, p, s) = \mathcal{F}[\Phi(z, r_\perp, s)] = \hat{\Pi}_r(g_r) \equiv (\Psi_r, g_r) \equiv \Psi_r(z, p, s)g_r(p).$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 107 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

This is Slide No. 108.

## ПЕРЕДАТОЧНЫЙ ОПЕРАТОР

На основе общей теории регулярных возмущений с помощью параметрического ряда

$$\Phi_q(s^h; z, r_\perp, s) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Phi_k$$

ОКЗ (11) сводится к системе рекуррентных ПКЗ типа (12)

$$\hat{K}\Phi_k = 0, \quad \Phi_k|_t = 0, \quad \Phi_k|_b = E_k \quad (29)$$

с источниками  $E_k = \hat{R}\Phi_{k-1}$  для  $k \geq 2$ ,  $E_1 = E$ .

This is Slide No. 109.

Вводится операция, описывающая взаимодействие излучения с границей через функцию влияния  $\Theta$  :

$$\begin{aligned} [\hat{G}f](s^h; h, r_{\perp}, s) &\equiv \hat{R}(\Theta, f) = \int_{\Omega^+} q(r_{\perp}, s, s^+) (\Theta, f) ds^+ = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^{-'} \int_{-\infty}^{\infty} f(s^h; r'_{\perp}, s^{-'}) dr'_{\perp} \times \\ &\times \int_{\Omega^+} q(r_{\perp}, s, s^+) \Theta(s^{-'}; h, r_{\perp} - r'_{\perp}, s^+) ds^+. \end{aligned}$$

Решения системы ПКЗ (29) находятся как линейные функционалы:

$$\Phi_1(z, r_{\perp}, s) = (\Theta, E),$$

$$\Phi_k(z, r_{\perp}, s) = (\Theta, \hat{R}\Phi_{k-1}) = (\Theta, \hat{G}^{k-1}E).$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 109 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 110.

## Асимптотически точное решение ОКЗ (11) получается в форме линейного функционала (13) — (оптического) передаточного оператора

$$\Phi_q = (\Theta, Y), \quad (30)$$

где "сценарий" (оптического) изображения или яркость подстилающей поверхности

$$Y \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{G}^k E = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{R} \Phi_k, \quad \hat{R} \Phi_0 = E, \quad (31)$$

есть сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки с учетом многократного рассеяния в среде через функцию влияния.

Home Page

Title Page

Contents



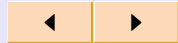
Page 110 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit



This is Slide No. 111.

Имеет место **мажорантная оценка**:

$$\|Y\| \leq \sum_{k=0}^{\infty} \|\hat{R}\Phi_k\| \leq \|E\| \sum_{k=0}^{\infty} (q_* c_*)^k = \frac{\|E\|}{1 - q_* c_*} \leq \frac{q_* \|\Phi_a\|}{1 - q_* c_*},$$

$$\|\Phi_k\| = \text{vrai sup}_{z, r_{\perp}, s} |\Phi_k| \leq q_*^{k-1} c_*^k \|E\|,$$

$$\|\hat{R}(1)\| \leq \text{vrai sup}_{r_{\perp}, s^-} \int_{\Omega^+} |q(r_{\perp}, s^-, s^+)| ds^+ = q_* \leq 1,$$

$$\hat{P}(1) = W(z, s), \quad \|\hat{P}(1)\| \leq \sup_{z, s} W = c_* \leq 1.$$

This is Slide No. 112.

"Сценарий" удовлетворяет **уравнению Фредгольма II-рода**

$$Y = \hat{R}(\Theta, Y) + E, \quad (32)$$

которое называют уравнением "приземной фотографии".

В общем случае  $\hat{R}(\Theta, Y) \neq (\hat{R}\Theta, Y)$ .

**Суммарное излучение САП и "космическая фотография" описываются линейным функционалом**

$$\Phi = \Phi_a + (\Theta, Y). \quad (33)$$





## This is Slide No. 113.

В терминах фурье-образов (24) компоненты ряда возмущений

$$B_q(s^h; z, p, s) \equiv \mathcal{F}[\Phi_q(s^h; z, r_\perp, s)] = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k B_k, \quad B_k \equiv \mathcal{F}[\Phi_k], \quad (34)$$

удовлетворяют системе рекуррентных КПКЗ типа (25) ( $V \equiv \mathcal{F}[E]$ ):

$$k = 1 : \quad \hat{L}(p)B_1 = 0, \quad B_1|_t = 0, \quad B_1|_b = V(p, s);$$

$$k \geq 2 : \quad \hat{L}(p)B_k = 0, \quad B_k|_t = 0, \quad B_k|_b = [\hat{T}B_{k-1}] (h, p, s).$$

## This is Slide No. 114.

Фурье-образ оператора отражения (9) определяется по формуле ( $v \equiv \mathcal{F}[q]$ )

$$[\hat{T}B](h, p, s) \equiv \mathcal{F}[\hat{R}\Phi] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} v(p-p', s, s^+) B(h, p', s^+) ds^+$$

Операция взаимодействия излучения с границей вводится через ПЧХ:

$$\begin{aligned} [\hat{Q}g](s^h; h, p, s) &\equiv \mathcal{F}[\hat{G}f] = \hat{T}(\Psi, g) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} v(p-p', s, s^+) (\Psi, g) ds^+ = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^{-'} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} g(s^h; p', s^{-'}) dp' \times \\ &\times \int_{\Omega^+} v(p-p', s, s^+) \Psi(s^{-'}; h, p', s^+) ds^+. \end{aligned}$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀](#) [▶](#)[Page 114 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 115.

Члены ряда (34) находятся как линейные функционалы (26):

$$B_1 = (\Psi, V), \quad B_k = (\Psi, \hat{T}B_{k-1}) = (\Psi, \hat{Q}^{k-1}V).$$

Сумма ряда (34) — **фурье-образ асимптотически точного решения** ОКЗ (11) в классе функций медленного роста есть линейный функционал (26)

$$B_q = (\Psi, Z); \quad \Phi_q = \mathcal{F}^{-1}[B_q] = \mathcal{F}^{-1}[(\Psi, Z)]. \quad (35)$$

Фурье-образ "сценария" суть сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подстилающей поверхности (в терминах фурье-образов):

$$\mathcal{F}[Y] = Z \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{Q}^k V = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{T}B_k. \quad (36)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 115 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 116.

В итоге **исходная ОКЗ (11)** сведена к **линейному функционалу** и сформулирован **линейно-системный** подход к решению проблем дистанционного зондирования земной поверхности.

При этом четко определено проявление **нелинейных эффектов** из-за многократного переотражения излучения от поверхности в формировании "сценария", которые описываются **через линейные передаточные характеристики** изолированного слоя атмосферы.

Функционал (33) — это математическая модель переноса излучения в САП, адекватная исходной ОКЗ (11) при разных структурах источника  $E$  и типах подстилающей поверхности не зависимо от размерности САП (одно-, дву- или трехмерной).

Home Page

Title Page

Contents



Page 116 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**This is Slide No. 117.**

**Разные схемы реализации** передаточного оператора и структурирования суммарного поля радиации САП (33) отличаются либо **способами представления "сценария"** (31) или (36) либо **методами решения** уравнения (32).

В рамках строгой теории ОПО метод ФВ и ПЧХ **обобщен** на задачи с учетом **поляризации** и для **двухсредних систем** переноса (атмосфера-океан, атмосфера-облачность, атмосфера-гидрометеоры, атмосфера-растительный покров) с внутренней границей раздела, а также **горизонтально-неоднородной атмосферы** и **гетерогенных систем** с разными радиационными режимами в разных подобластях.

**Метод функций влияния обобщен и развит для задач сферической геометрии.**

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 117 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 118.

## Фундаментальные результаты в теории передаточного оператора.

- **Во-первых**, с позиции единых методических основ сформулирован ОПО для всего разнообразия угловых и пространственных структур и характеристик отражения.
- **Во-вторых**, все нелинейные приближения представлены через линейные ФВ и ПЧХ.
- **В-третьих**, определен полный набор базовых моделей ФВ и ПЧХ, необходимый и достаточный для описания передаточных характеристик системы переноса излучения.
- **В-четвертых**, ОПО построен строго математически и физически корректно в рамках линейно-системного подхода.
- **В-пятых**, изложенная теория ОПО описывает многие известные зарубежные и отечественные теоретические результаты в разных приложениях на основе единого математического аппарата.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 118 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 119.

Метод ФВ и ПЧХ — это универсальный математически строгий подход к решению задач из широкой области приложений.

Интерпретация методов, разрабатываемых разными авторами, как реализации метода ФВ и ПЧХ, позволяет получить единые базовые формулы для широкого класса прикладных задач.

Для таких задач методы, приемы, подходы, введенные в рассмотрение различными авторами, по-существу оказались либо эквивалентными и отличались только схемами реализации, либо близкими.

Поэтому нецелесообразно персонализировать эти методы, ставшие уже почти классическими, а за деталями алгоритмов отошлем читателя к оригинальным источникам, библиография которых насчитывает более 800 публикаций.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 119 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 120.

В разных областях приложений сложилась своя частная, специальная, прикладная терминология, что затрудняет установление общности между ними и ограничивает возможности использования наиболее продвинутых результатов из смежных областей.

На современном этапе, когда теоретико-расчетные исследования вследствие вседоступности ЭВМ приняли массовый характер, необходимо при манипулировании математическими объектами пользоваться универсальными, обобщенными математическими терминами, понятиями.

В эмпирических теоретико-расчетных исследованиях с привлечением компьютеров почти каждый исследователь в одной и той же предметной области вводит свою терминологию, создавая ложное впечатление оригинальности методики.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 120 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



## This is Slide No. 121.

Термин ФВ объединяет все типы сингулярности и диффузности источника и все четыре типа поверхностей.

Термин ПЧХ — это двумерные фурье-спектры в горизонтальной плоскости, в том числе от ФВ.

Общность схематически описанной методики состоит в том, что она распространяется на разные диапазоны и условия дистанционного зондирования. Важно, чтобы "сценарий" и атмосферный канал рассматривались в рамках теории переноса излучения или "квази-оптического" приближения.

Поэтому предпочтительнее избегать частого употребления термина "оптический", который сужает область применимости. Можно использовать наиболее общий термин "передаточный оператор".

Home Page

Title Page

Contents



Page 121 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 122.

## РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ДЛЯ СЛОЯ С ВНУТРЕННЕЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Методом функций влияния и пространственно-частотных характеристик в классе обобщенных функций медленного роста определяется асимптотически точное решение краевой задачи теории переноса:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{K}\Phi = 0, \quad \Phi|_t = 0, \quad \Phi|_b = 0, \\ \Phi|_{d1} = \varepsilon(\hat{R}_1\Phi + \hat{T}_{21}\Phi + E_1), \\ \Phi|_{d2} = \varepsilon(\hat{R}_2\Phi + \hat{T}_{12}\Phi + E_2) \end{array} \right. \quad (37)$$

с заданной освещенностью границы раздела  $\mathbf{E} = \{E_1, E_2\}$ .

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 122 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 123.

Рассматривается рассеивающий и поглощающий плоский слой, неограниченный в горизонтальном направлении ( $-\infty < x, y < \infty$ ,  $r_{\perp} = (x, y)$ ) и конечный по высоте ( $0 \leq z \leq H$ ). На уровне  $z = h$  внутри слоя проходит горизонтально-неоднородная граница раздела двух сред, пропускающая и отражающая излучение.

Граничные условия записываем с помощью следующих множеств:

$$t = \{(z, r_{\perp}, s) : z = 0, s \in \Omega^{+}\};$$

$$b = \{(z, r_{\perp}, s) : z = H, s \in \Omega^{-}\};$$

$$d2 = \{(z, r_{\perp}, s) : z = h, s \in \Omega^{+}\};$$

$$d1 = \{(z, r_{\perp}, s) : z = h, s \in \Omega^{-}\}.$$



## This is Slide No. 124.

Прохождение излучения через границу раздела описывается операторами отражения  $\hat{R}_1$ ,  $\hat{R}_2$  и пропускания  $\hat{T}_{12}$ ,  $\hat{T}_{21}$ , где индекс 1 относится к слою с  $z \in [0, h]$ , а индекс 2 — к слою с  $z \in [h, H]$ :

$$\left[ \hat{R}_1 \Phi \right] (h, r_{\perp}, s) = \int_{\Omega^+} \Phi(h, r_{\perp}, s^+) q_1(r_{\perp}, s, s^+) ds^+, \quad s \in \Omega^-; \quad (38)$$

$$\left[ \hat{R}_2 \Phi \right] (h, r_{\perp}, s) = \int_{\Omega^-} \Phi(h, r_{\perp}, s^-) q_2(r_{\perp}, s, s^-) ds^-, \quad s \in \Omega^+; \quad (39)$$

This is Slide No. 125.

$$\left[ \hat{T}_{12} \Phi \right] (h, r_{\perp}, s) = \int_{\Omega^+} \Phi(h, r_{\perp}, s^+) t_{12}(r_{\perp}, s, s^+) ds^+, \quad s \in \Omega^+; \quad (40)$$

$$\left[ \hat{T}_{21} \Phi \right] (h, r_{\perp}, s) = \int_{\Omega^-} \Phi(h, r_{\perp}, s^-) t_{21}(r_{\perp}, s, s^-) ds^-, \quad s \in \Omega^-. \quad (41)$$

Операторы  $\hat{R}_1$ ,  $\hat{R}_2$ ,  $\hat{T}_{12}$ ,  $\hat{T}_{21}$  считаются равномерно ограниченными.

## Вектор функций влияния и матричный передаточный оператор

Для решения задачи (37) вводим параметрический ряд регулярных возмущений

$$\Phi(z, r_{\perp}, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \Phi_n(z, r_{\perp}, s)$$

с параметром  $0 < \varepsilon \leq 1$ , фиксирующим акт прохождения излучения через границу раздела, и векторами

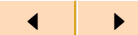
$$\Phi_n = \{\Phi_n^1, \Phi_n^2\},$$

компоненты которых удовлетворяют системе рекуррентных первых краевых задач ( $n \geq 2$ ) для 1-ой среды с  $z \in [0, h]$ :

$$\hat{K}\Phi_n^1 = 0, \quad \Phi_n^1|_t = 0, \quad \Phi_n^1|_{d1} = \hat{R}_1\Phi_{n-1}^1 + \hat{T}_{21}\Phi_{n-1}^2$$

и для 2-ой среды с  $z \in [h, H]$ :

$$\hat{K}\Phi_n^2 = 0, \quad \Phi_n^2|_b = 0, \quad \Phi_n^2|_{d2} = \hat{R}_2\Phi_{n-1}^2 + \hat{T}_{12}\Phi_{n-1}^1.$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 126 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 127.

Краевые задачи для линейного приближения ( $n = 1$ ):

$$\hat{K}\Phi_1^1 = 0, \quad \Phi_1^1|_t = 0, \quad \Phi_1^1|_{d_1} = E_1; \quad (42)$$

$$\hat{K}\Phi_1^2 = 0, \quad \Phi_1^2|_b = 0, \quad \Phi_1^2|_{d_2} = E_2 \quad (43)$$

разрешимы в виде линейных функционалов ( $s \in \Omega$ ):

$$\Phi_1^1(z, r_\perp, s) = (\Theta_1, E_1) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_1(s^-; z, r_\perp - r'_\perp, s) E_1(h, r'_\perp, s^-) dr'_\perp, \quad z \in [0, h]; \quad (44)$$

$$\Phi_1^2(z, r_\perp, s) = (\Theta_2, E_2) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} ds^+ \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_2(s^+; z, r_\perp - r'_\perp, s) E_2(h, r'_\perp, s^+) dr'_\perp, \quad z \in [h, H]. \quad (45)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 127 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



## This is Slide No. 128.

Ядрами функционалов (44), (45) являются ФВ  $\Theta_1(s^-; z, r_\perp, s)$  с параметром  $s^- \in \Omega^-$  — решение первой краевой задачи для 1-ой среды:

$$\hat{K}\Theta_1 = 0, \quad \Theta_1|_t = 0, \quad \Theta_1|_{d1} = f_\delta(s^-; r_\perp, s) \quad (46)$$

и ФВ  $\Theta_2(s^+; z, r_\perp, s)$  с параметром  $s^+ \in \Omega^+$  — решение первой краевой задачи для 2-ой среды:

$$\hat{K}\Theta_2 = 0, \quad \Theta_2|_b = 0, \quad \Theta_2|_{d2} = f_\delta(s^+; r_\perp, s) \quad (47)$$

с источниками

$$f_\delta(s^-; r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\delta(s - s^-),$$

$$f_\delta(s^+; r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\delta(s - s^+).$$



## This is Slide No. 129.

С помощью вектора функций влияния  $\Theta = \{\Theta_1, \Theta_2\}$  вводим матричную операцию, описывающую один акт взаимодействия излучения с границей раздела и учитывающую многократное рассеяние в обеих средах ( $\mathbf{f} = \{f_1, f_2\}$ ):

$$\left[ \hat{\mathcal{P}}\mathbf{f} \right] (h, r_{\perp}, s) \equiv \hat{P}(\Theta, \mathbf{f}) = \begin{bmatrix} \hat{R}_1(\Theta_1, f_1) + \hat{T}_{21}(\Theta_2, f_2) \\ \hat{T}_{12}(\Theta_1, f_1) + \hat{R}_2(\Theta_2, f_2) \end{bmatrix}, \quad (48)$$

где векторный функционал  $(\Theta, \mathbf{f}) = \{(\Theta_1, f_1), (\Theta_2, f_2)\}$ ; матрица операторов

$$\hat{P} \equiv \begin{bmatrix} \hat{R}_1 & \hat{T}_{21} \\ \hat{T}_{12} & \hat{R}_2 \end{bmatrix}.$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 129 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 130.

Можно показать, что два последовательных  $n$ -приближения связаны рекуррентным соотношением

$$\Phi_n = (\Theta, \hat{P}\Phi_{n-1})$$

и для  $n \geq 1$  имеет место представление

$$\Phi_n = (\Theta, \hat{P}^{n-1}\mathbf{E}).$$

В результате получаем асимптотически точное решение

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n = (\Theta, \hat{Z}\mathbf{E}) = (\Theta, \mathbf{Y}); \quad (49)$$

$$\mathbf{Y} \equiv \hat{Z}\mathbf{E} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \hat{P}^n \mathbf{E} \quad (50)$$

— сумма ряда Неймана по кратности прохождения излучения через границу раздела с учетом вклада многократного рассеяния в обеих средах.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 130 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

This is Slide No. 131.

## Вектор пространственно-частотных характеристик

Решение краевой задачи (37) в классе обобщенных функций медленного роста с помощью фурье-преобразования по координате  $r_{\perp}$  находим в виде параметрического ряда возмущений

$$\mathbf{B}(z, p, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \mathbf{B}_n(z, p, s), \quad (51)$$

$\mathbf{B}_n(z, p, s) = \mathcal{F}[\Phi_n(z, r_{\perp}, s)] = \{B_n^1(z, p, s), B_n^2(z, p, s)\};$   
 $B_n^1 = \mathcal{F}[\Phi_n^1], B_n^2 = \mathcal{F}[\Phi_n^2]$  — комплексные функции.

## This is Slide No. 132.

Применяя преобразование Фурье к краевым задачам для трехмерного уравнения переноса, приходим к краевым задачам для параметрического одномерного уравнения переноса:

$$\hat{L}(p)B_1^1 = 0, \quad B_1^1|_t = 0, \quad B_1^1|_{d1} = W_1; \quad (52)$$

$$\hat{L}(p)B_1^2 = 0, \quad B_1^2|_b = 0, \quad B_1^2|_{d2} = W_2 \quad (53)$$

с интегродифференциальным оператором  $\hat{L}(p)$ , содержащим комплекснозначный, анизотропный коэффициент экстинкции  $\sigma_{tot}(z) - i(p, s_\perp)$ .

Двухкомпонентный вектор функции источника

$$\mathbf{W} = \{W_1, W_2\}, \quad \text{где } W_1 \equiv \mathcal{F}[E_1], W_2 \equiv \mathcal{F}[E_2].$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[Page 132 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 133.

Решения краевых задач (52), (53) получаются как линейные функционалы ( $s \in \Omega$ ):

$$\begin{aligned} B_1^1(z, p, s) &= (\Psi_1, W_1) = \mathcal{F}[(\Theta_1, E_1)] = & (54) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi_1(s^-; z, p, s) W_1(h, p, s^-) ds^-, \quad z \in [0, h]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1^2(z, p, s) &= (\Psi_2, W_2) = \mathcal{F}[(\Theta_2, E_2)] = & (55) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} \Psi_2(s^+; z, p, s) W_2(h, p, s^+) ds^+, \quad z \in [h, H]. \end{aligned}$$

Векторный линейный функционал содержит две компоненты:

$$(\Psi, \mathbf{W}) = \{(\Psi_1, W_1), (\Psi_2, W_2)\}, \quad \Psi = \{\Psi_1, \Psi_2\}.$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 133 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 134.

Ядрами функционалов (54), (55) являются пространственно-частотные характеристики — образы Фурье функций влияния обеих сред:

$$\Psi_1(s^-; z, p, s) = \mathcal{F}[\Theta_1(s^-; z, r_\perp, s)]; \quad (56)$$

$$\Psi_2(s^+; z, p, s) = \mathcal{F}[\Theta_2(s^+; z, r_\perp, s)], \quad (57)$$

которые удовлетворяют краевым задачам:

$$\hat{L}(p)\Psi_1 = 0, \quad \Psi_1|_t = 0, \quad \Psi_1|_{d1} = g_\delta(s^-; p, s); \quad (58)$$

$$\hat{L}(p)\Psi_2 = 0, \quad \Psi_2|_b = 0, \quad \Psi_2|_{d2} = g_\delta(s^+; p, s) \quad (59)$$

с источниками

$$g_\delta(s^-; p, s) = \mathcal{F}[f_\delta(s^-; r_\perp, s)] = \delta(s - s^-),$$

$$g_\delta(s^+; p, s) = \mathcal{F}[f_\delta(s^+; r_\perp, s)] = \delta(s - s^+).$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[Page 134 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 135.

Взаимодействие излучения с границей раздела в фурье-образах описываем векторным функционалом, ядрами которого являются компоненты вектора ПЧХ:

$$\begin{aligned} \left[ \hat{Q}\mathbf{g} \right] (h, p, s) &\equiv \mathcal{F}[\hat{\mathcal{P}}\mathbf{f}] = \hat{G}(\Psi, \mathbf{g}) = & (60) \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{R}}_1(\Psi_1, g_1) + \hat{\mathcal{T}}_{21}(\Psi_2, g_2) \\ \hat{\mathcal{T}}_{12}(\Psi_1, g_1) + \hat{\mathcal{R}}_2(\Psi_2, g_2) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{g} = \{g_1, g_2\}$ ,  $g_1 = \mathcal{F}[f_1]$ ,  $g_2 = \mathcal{F}[f_2]$ ; матрица операторов, описывающих прохождение излучения через границу раздела:

$$\hat{G} \equiv \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{R}}_1 & \hat{\mathcal{T}}_{21} \\ \hat{\mathcal{T}}_{12} & \hat{\mathcal{R}}_2 \end{bmatrix}.$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 135 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

Между двумя последовательными  $n$ -приближениями имеет место рекуррентная связь

$$\mathbf{B}_n = (\Psi, \hat{G}\mathbf{B}_{n-1})$$

и для  $n \geq 1$  справедливо представление

$$\mathbf{B}_n = (\Psi, \hat{Q}^{n-1}\mathbf{W}),$$

так что асимптотически точное решение есть функционал

$$\mathbf{B} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{B}_n = (\Psi, \hat{Y}\mathbf{W}) = (\Psi, \mathbf{U}). \quad (61)$$

Фурье-образ "сценария"

$$\mathbf{U} \equiv \hat{Y}\mathbf{W} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \hat{Q}^n \mathbf{W} \quad (62)$$

— сумма ряда Неймана (в фурье-образах) по кратности прохождения излучения через границу раздела с учетом многократного рассеяния в обеих средах через ПЧХ.



## This is Slide No. 137.

Представление (61) есть передаточный оператор системы переноса, устанавливающий явную связь фурье-образа регистрируемого излучения с фурье-образом "сценария" (62) на границе раздела двух сред.

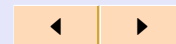
Выражение "сценария" (62) с помощью ПЧХ описывает явную связь с характеристиками отражения и пропускания, а также освещенности границы раздела.

Пространственно-частотные характеристики инвариантны относительно условий освещения и свойств границы раздела.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 137 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

This is Slide No. 138.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В  $SP$ -представлении (Стокса-Пуанкаре) компоненты вектора-столбца  $\Phi = (I, Q, U, V)^T$  имеют нормировку интенсивности:

$$Q = Ip \cos 2\chi \cos 2\beta, \quad U = Ip \sin 2\chi \cos 2\beta, \quad V = Ip \sin 2\beta,$$

$\chi$  — азимут плоскости поляризации,  $\beta$  — степень эллиптичности,  $0 \leq p \leq 1$  — степень поляризации,

This is Slide No. 139.

и обладают следующими важными **свойствами**:

$$I \geq 0, \quad I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2, \quad |Q| + |U| + |V| \leq \sqrt{3}I;$$

в функциональном пространстве  $L(x)$ ,  $x \in X$ ,  $X$  — фазовое пространство,

$$\|\Phi\|_{L^{(4)}} = \sum_{m=1}^M \|\Phi_m\|_L \leq (1 + \sqrt{3})\|I\|_L,$$

$$\|I\|_L = \int_X |I(x)| dx = \int_X I(x) dx.$$

This is Slide No. 140.

**Вектор Стокса** находим как решение **общей векторной краевой задачи теории переноса** ( $\hat{R} \neq 0$ )

$$\hat{K}\Phi = \mathbf{F}, \quad \Phi|_t = \mathbf{F}^0, \quad \Phi|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi + \mathbf{F}^H \quad (63)$$

с линейными операторами: **оператор переноса**

$$\hat{D} \equiv (s, grad) + \sigma(z) = \hat{D}_z + \left( s_\perp, \frac{\partial}{\partial r_\perp} \right), \quad \hat{D}_z \equiv \mu \frac{\partial}{\partial z} + \sigma(z);$$

**интеграл столкновений** (функция источника)

$$\hat{S}\Phi \equiv \sigma_s(z) \int_{\Omega} \hat{P}(z, s, s')\Phi(z, r_\perp, s') ds', \quad ds' = d\mu' d\varphi';$$

**равномерно ограниченный оператор отражения**

$$[\hat{R}\Phi](H, r_\perp, s) \equiv \int_{\Omega^+} \hat{q}(r_\perp, s, s^+)\Phi(H, r_\perp, s^+) ds^+; \quad (64)$$

интегро-дифференциальный оператор  $\hat{K} \equiv \hat{D} - \hat{S}$ .

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 140 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 141.

Краевая задача (63)–(64) линейная и ее решение можно искать в виде суперпозиции

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_R.$$

**Фоновое излучение  $\Phi_0$**  определяется как решение первой векторной краевой задачи теории переноса с "вакуумными" условиями для слоя с прозрачными или абсолютно черными (неотражающими) границами ( $\hat{R} \equiv 0$ ):

$$\hat{K}\Phi_0 = \mathbf{F}, \quad \Phi_0|_t = \mathbf{F}^0, \quad \Phi_0|_b = \mathbf{F}^H. \quad (65)$$

**Задача для подсветки  $\Phi_R$** , обусловленной влиянием отражающей подстилающей поверхности, — **общая векторная краевая задача** ( $\hat{R} \neq 0$ ,  $\mathbf{E} \neq 0$ )

$$\hat{K}\Phi_R = 0, \quad \Phi_R|_t = 0, \quad \Phi_R|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi_R + \varepsilon\mathbf{E}, \quad (66)$$

где **источник**  $\mathbf{E}(r_\perp, s) \equiv \hat{R}\Phi_0$  — яркость (освещенность, облученность) подложки, создаваемая фоновым излучением, с учетом состояния поляризации.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 141 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

This is Slide No. 142.

## Функции влияния векторной краевой задачи теории переноса

Рассмотрим первую векторную краевую задачу теории переноса

$$\hat{K}\Phi = 0, \quad \Phi|_t = 0, \quad \Phi|_b = \mathbf{f}(s^H; r_\perp, s). \quad (67)$$

Различные возможные состояния поляризации плоской поперечно-электрической волны в общем случае представляются вектором  $\Phi(s^H; z, r_\perp, s)$ , составленным из четырех действительных величин  $\Phi_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ ,  $M = 4$ , которые являются коэффициентами разложения вектора  $\Phi$  по ортам  $\mathbf{i}_m$  некоторой системы координат:

$$\Phi = \mathbf{i}_1\Phi_1 + \mathbf{i}_2\Phi_2 + \mathbf{i}_3\Phi_3 + \mathbf{i}_4\Phi_4,$$

которая зависит от способа описания поляризованного излучения.

Home Page

Title Page

Contents



Page 142 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 143.

**В общем случае**, когда вектор Стокса источника  $\mathbf{f}$  содержит несовпадающие анизотропные горизонтально-неоднородные компоненты  $f_n(s^H; r_\perp, s)$ , **решение** задачи (67) можно представить **в виде суммы**

$$\Phi(r, s) = \sum_{n=1}^N \Phi_n(r, s),$$

слагаемые которой являются **решением набора задач**

$$\hat{K}\Phi_n = 0, \quad \Phi_n|_t = 0, \quad \Phi_n|_b = \mathbf{t}_n f_n \quad (68)$$

с векторами

$$\mathbf{t}_n = \{\delta_{mn}\}, \quad m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N,$$

где  $\delta_{mn}$  — символ Кронекера.

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 143 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 144.

По аналогии со скалярной задачей теории переноса, **решение задачи (68)** для фиксированного  $n$  получается **в виде векторного линейного функционала**:

$$\begin{aligned}\Phi_n &= (\Theta_n, f_n) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_n(s^-; z, r_{\perp} - r'_{\perp}, s) f_n(s^H; r'_{\perp}, s^-) dr'_{\perp}.\end{aligned}$$

**Векторные функции влияния**  $\Theta_n = \{\Theta_{mn}\}$ ,  $n = 1, \dots, N$ , компонентами которых являются параметры Стокса  $\Theta_{mn}(s^-; z, r_{\perp}, s)$ ,  $m = 1, \dots, M$ , находятся **как решение набора задач**

$$\begin{aligned}\hat{K}\Theta_n &= 0, \quad \Theta_n|_t = 0, \quad \Theta_n|_b = \mathbf{t}_n f_{\delta}, \\ f_{\delta}(s^-; r_{\perp}, s) &= \delta(r_{\perp})\delta(s - s^-),\end{aligned}$$

с параметром  $s^- \in \Omega^-$ .

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 144 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit





This is Slide No. 145.

Компоненты параметров Стокса  $\Phi_n = \{\Phi_{mn}(z, r_\perp, s)\}$   
 ВЫЧИСЛЯЮТСЯ как скалярные функционалы:

$$\Phi_{mn} = [\hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f})]_{mn} \equiv (\Theta_{mn}, f_n) \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{mn}(s^-; z, r_\perp - r'_\perp, s) f_n(s^H; r'_\perp, s^-) dr'_\perp. \quad (69)$$

This is Slide No. 146.

Введем **тензор функций влияния**, определенный  $N$  векторами Стокса  $\Theta_n$ :

$$\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \dots & \Theta_{1n} & \dots & \Theta_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{m1} & \dots & \Theta_{mn} & \dots & \Theta_{mN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{M1} & \dots & \Theta_{Mn} & \dots & \Theta_{MN} \end{bmatrix}. \quad (70)$$

**Первый индекс**  $m = 1, \dots, M$ ,  $M \leq 4$ , компоненты  $\Theta_{mn}$  тензора  $\hat{\Pi}$  отвечает **порядковому номеру параметра Стокса**  $\Theta_n$ , а **второй индекс**  $n = 1, \dots, N$ ,  $N \leq 4$ , соответствует **индексу вектора источника**  $\mathbf{t}_n$  в наборе задач (68), описывающем модель расчета  $\Theta_n$ , а, следовательно, компонент тензора  $\hat{\Pi}$  (70).

Home Page

Title Page

Contents



Page 146 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

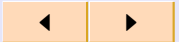
This is Slide No. 147.

Введем линейный векторный функционал

$$\Phi = \hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f}) \equiv (\hat{\Pi}, \mathbf{f}) = \{\Phi_m\}, \quad m = 1, \dots, M, \quad M \leq 4. \quad (71)$$



Компоненты решения задачи (67), определяемые через скалярное произведение



$$\Phi_m = [\hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f})]_m \equiv \sum_{n=1}^N (\Theta_{mn}, f_n),$$

являются линейной комбинацией линейных скалярных функционалов (69).

This is Slide No. 148.

Если источник  $f_n(r_\perp)$  — изотропный и горизонтально-неоднородный, то решение задачи (68) находится через векторные линейные функционалы

$$\begin{aligned}\Phi_n(z, r_\perp, s) &= [\hat{\mathcal{P}}_r(\mathbf{f})]_n \equiv (\Theta_{rn}, f_n) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{rn}(z, r_\perp - r'_\perp, s) f_n(r'_\perp) dr'_\perp,\end{aligned}$$

ядра которых — векторные функции влияния

$$\Theta_{rn}(z, r_\perp, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_n(s^-; z, r_\perp, s) ds^- \quad (72)$$

удовлетворяют задачам

$$\hat{K}\Theta_{rn} = 0, \quad \Theta_{rn}|_t = 0, \quad \Theta_{rn}|_b = \mathbf{t}_n\delta(r_\perp). \quad (73)$$

This is Slide No. 149.

В случае **анизотропного горизонтально-однородного источника**  $f_n(s^H; s)$  решение задачи (68) находится в форме **линейного функционала**

$$\begin{aligned}\Phi_n(s^H; z, s) &= [\hat{\mathcal{P}}_z(\mathbf{f})]_n \equiv (\Theta_{zn}, f_n) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_{zn}(s'; z, s) f_n(s^H; s') ds'\end{aligned}$$

с ядром — **векторной функцией влияния**

$$\Theta_{zn}(s^-; z, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_n(s^-; z, r_{\perp}, s) dr_{\perp}, \quad (74)$$

которая является **решением одномерной задачи**

$$\hat{K}_z \Theta_{zn} = 0, \quad \Theta_{zn}|_t = 0, \quad \Theta_{zn}|_b = \mathbf{t}_n \delta(s - s^-); \quad s^- \in \Omega^-. \quad (75)$$

Home Page

Title Page

Contents

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 149 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 150.

При анизотропном, но горизонтально-однородном источнике решение задачи (68)

$$\Phi_n(z, s) = [\hat{\mathcal{P}}_c(\mathbf{f})]_n \equiv f_n \mathbf{W}_n(z, s), \quad f_n = \text{const},$$

рассчитывается через **векторную функцию влияния**

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_n(z, s) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_n(s^-; z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{rn}(z, r_{\perp}, s) dr_{\perp} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Theta_{zn}(s^-; z, s) ds^-, \quad (76) \end{aligned}$$

которую называют также **векторной функцией пропускания**, отягощенной вкладом многократного рассеяния, и определяют как **решение одномерной векторной задачи**

$$\hat{K}_z \mathbf{W}_n = 0, \quad \mathbf{W}_n|_t = 0, \quad \mathbf{W}_n|_b = \mathbf{t}_n. \quad (77)$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 150 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

This is Slide No. 151.

## Векторный оптический передаточный оператор

Введем параметрический ряд регулярных возмущений

$$\Phi_R = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Phi_k,$$

члены которого удовлетворяют системе рекуррентных первых векторных краевых задач

$$k = 1: \hat{K}\Phi_1 = 0, \quad \Phi_1|_t = 0, \quad \Phi_1|_b = \mathbf{E}; \quad (78)$$

$$k \geq 2: \hat{K}\Phi_k = 0, \quad \Phi_k|_t = 0, \quad \Phi_k|_b = \hat{R}\Phi_{k-1}. \quad (79)$$

Home Page

Title Page

Contents



Page 151 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## This is Slide No. 152.

Введем операцию, описывающую взаимодействие излучения с границей через тензор (70):

$$[\hat{G}\mathbf{f}](s^-; H, r_\perp, s) \equiv \hat{R}(\hat{\Pi}, \mathbf{f}) = \int_{\Omega^+} \hat{q}(r_\perp, s, s^+) (\hat{\Pi}, \mathbf{f}) ds^+.$$

Можно показать, что решения задач (78)–(79) представимы через тензор (70) в рекуррентной форме:

$$\Phi_1 = (\hat{\Pi}, \mathbf{E}); \quad \Phi_k = (\hat{\Pi}, \hat{R}\Phi_{k-1}) = (\hat{\Pi}, \hat{G}^{k-1}\mathbf{E})$$

и асимптотически точное решение задачи (66) выражается явно (полагаем  $\varepsilon = 1$ ):

$$\Phi_R = (\hat{\Pi}, \mathbf{Y}); \quad \mathbf{Y} \equiv \hat{Y}\mathbf{E} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{G}^k \mathbf{E} = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{R}\Phi_k \quad (80)$$

— сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки — "сценарий" оптического изображения или яркость подстилающей поверхности.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 152 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



This is Slide No. 153.

Для "сценария"  $\mathbf{Y}(x)$ ,  $x = (r_{\perp}, s^{-}) \in X^{-}$ ,  $X^{-} = \Omega^{-} \times R^2$ ,  
получаем **оценку**

$$\|\mathbf{Y}\| \leq \sum_{k=0}^{\infty} \|\hat{R}\Phi_k\| \leq \|\hat{R}\Phi_0\| \sum_{k=0}^{\infty} (q_*c_0)^k = \frac{\|\mathbf{E}\|}{1 - q_*c_0} \leq \frac{q_*\|\Phi_0\|}{1 - q_*c_0},$$

где  $c_0$  — сферическое альbedo Земли, т.е. **ряд Неймана (80)**  
**сходится как геометрическая прогрессия.**



This is Slide No. 154.

Сходимость оценивается в векторном пространстве линейных непрерывных функционалов посредством следующих норм и соотношений:

$$\|\Phi_k\| = \max_m \text{vrai} \sup_{z, r_\perp, s} |\Phi_{mk}| \leq q_*^{k-1} c_0^k \|\mathbf{E}\|,$$

$$\|\hat{R}\Phi_k\| \leq \|\hat{R}(\tilde{\mathbf{1}})\| \|\Phi_k\| \leq q_*^k c_0^k \|\mathbf{E}\|,$$

$$\|\hat{R}(\tilde{\mathbf{1}})\| \leq \max_m \text{vrai} \sup_{r_\perp, s^-} \sum_{n=1}^N \int_{\Omega^+} |q_{mn}(r_\perp, s^-, s^+)| ds^+ = q_* \leq 1,$$

$$\|\hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f})\| \leq \|\hat{\mathcal{P}}(\tilde{\mathbf{1}})\| \|\mathbf{f}\|, \quad \|\hat{\mathcal{P}}(\tilde{\mathbf{1}})\| \leq \max_m \text{vrai} \sup_{z, s} |W_{m1}| = c_0 < 1.$$

This is Slide No. 155.

Можно показать, что "сценарий" удовлетворяет **уравнению Фредгольма II-рода**

$$Y = \hat{R}(\hat{\Pi}, Y) + E,$$

которое называют уравнением "приземной фотографии".

В соответствии с **новой математической моделью (80)**, вместо расчета ряда по кратности отражения в полном фазовом объеме решения задачи (66), достаточно рассчитать **конечный ряд Неймана** только для "сценария" на границе с  $z = H$  в фазовом объеме  $X^-$ , а **затем** искать угловые и пространственные распределения параметров Стокса — решения задачи (66) **с помощью функционала (80)**.

Функция влияния рассчитывается методом преобразования Фурье как обратное фурье-преобразование от пространственно-частотных характеристик или методом Монте-Карло.

Home Page

Title Page

Contents



Page 155 of 205

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## Векторные пространственно-частотные характеристики

С помощью фурье-преобразования по координате  $r_{\perp}$ :

$$\mathbf{g}(p) \equiv \mathcal{F}[\mathbf{f}(r_{\perp})] = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(r_{\perp}) \exp[i(p, r_{\perp})] dr_{\perp}, \quad (81)$$

где пространственная частота  $p = (p_x, p_y)$  принимает только действительные значения ( $-\infty < p_x, p_y < \infty$ ), **в классе обобщенных функций медленного роста исходная задача (67) приводится к краевой задаче для параметрического одномерного векторного комплексного уравнения переноса ( $\mathbf{B} \equiv \mathcal{F}[\Phi]$ ):**

$$\hat{L}(p)\mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{B}|_t = 0, \quad \mathbf{B}|_b = \mathbf{g}(s^H; p, s) \quad (82)$$

**с линейным оператором**

$$\hat{L}(p) \equiv \hat{D}_z - i(p, s_{\perp}) - \hat{S}; \quad (p, s_{\perp}) = p_x \sin \vartheta \cos \varphi + p_y \sin \vartheta \sin \varphi.$$

This is Slide No. 157.

**Решение** задачи (82) представляется **в виде суперпозиции**

$$\mathbf{B}(z, p, s) = \sum_{n=1}^N \mathbf{B}_n(z, p, s),$$

**компоненты** которой являются **решением набора задач**

$$\hat{L}(p)\mathbf{B}_n = 0, \quad \mathbf{B}_n|_t = 0, \quad \mathbf{B}_n|_b = \mathbf{t}_n g_n, \quad (83)$$

получающегося в результате **фурье-преобразования** (81) **набора задач** (68); при этом источник определяется через

$$g_n(s^H; p, s) \equiv \mathcal{F}[f_n(s^H; r_\perp, s)].$$

This is Slide No. 158.

**Решение задачи (83)** для фиксированного  $n = 1, \dots, N$  находится **в форме векторного линейного функционала**

$$\mathbf{B}_n(z, p, s) = (\Psi_n, g_n) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi_n(s^-; z, p, s) g_n(s^H; p, s^-) ds^-,$$

**ядром** которого является **векторная пространственно-частотная характеристика**  $\Psi_n = \{\Psi_{mn}(s^-; z, p, s)\}$ ,  $n = 1, \dots, N$ ,  $N \leq 4$ , с параметрами  $s^- \in \Omega^-$  и  $p$  — **решение векторной задачи для комплексного уравнения переноса**

$$\hat{L}(p)\Psi_n = 0, \quad \Psi_n|_t = 0, \quad \Psi_n|_b = \mathbf{t}_n g_\delta, \quad (84)$$

где

$$g_\delta(s^-; p, s) \equiv \mathcal{F}[f_\delta(s^-; r_\perp, s)] = \delta(s - s^-).$$



**This is Slide No. 159.**

**Компоненты фурье-образа вектора Стокса  $\mathbf{V}_n = \{B_{mn}\}$  вычисляются с помощью линейного функционала аналогично скалярной задаче:**

$$\begin{aligned}
 B_{mn}(z, p, s) &= [\hat{\mathcal{T}}(\mathbf{g})]_{mn} \equiv (\Psi_{mn}, g_n) = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi_{mn}(s^-; z, p, s) g_n(s^H; p, s^-) ds^-. \quad (85)
 \end{aligned}$$

## This is Slide No. 160.

Если ввести **тензор**, определенный  $N$  векторами  $\Psi_n$ :

$$\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \dots & \Psi_{1n} & \dots & \Psi_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_{m1} & \dots & \Psi_{mn} & \dots & \Psi_{mN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_{M1} & \dots & \Psi_{Mn} & \dots & \Psi_{MN} \end{bmatrix}, \quad (86)$$

**решение** задачи (82) можно представить в виде **линейного векторного функционала**:

$$\mathbf{B} = \hat{\mathcal{T}}(\mathbf{g}) \equiv (\hat{\Gamma}, \mathbf{g}) = \{B_m\}, \quad m = 1, \dots, M, \quad M \leq 4, \quad (87)$$

где **фурье-образы параметров Стокса**, определяемые через **скалярное произведение**

$$B_m = [\hat{\mathcal{T}}(\mathbf{g})]_m \equiv \sum_{n=1}^N (\Psi_{mn}, g_n),$$

являются **линейными комбинациями линейных скалярных функционалов** (85).

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 160 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



## This is Slide No. 161.

Кроме модели  $\Psi_n$  (84) для случая горизонтально-неоднородного анизотропного источника в задаче (67), в набор базовых моделей входит векторная пространственно-частотная характеристика

$$\Psi_{rn}(z, p, s) \equiv \mathcal{F}[\Theta_{rn}(z, r_{\perp}, s)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \Psi_n(s^-; z, p, s) ds^-$$

— решение векторной краевой задачи для комплексного уравнения переноса

$$\hat{L}(p)\Psi_{rn} = 0, \quad \Psi_{rn}|_t = 0, \quad \Psi_{rn}|_b = \mathbf{t}_n,$$

когда источник в задаче (67) изотропный, но горизонтально-неоднородный. Если для фурье-образов имеют место соотношения

$$\mathbf{g} = \mathcal{F}(\mathbf{f}), \quad \mathbf{f} = \mathcal{F}^{-1}[\mathbf{g}], \quad \Psi_n = \mathcal{F}(\Theta_n), \quad \Theta_n = \mathcal{F}^{-1}[\Psi_n],$$

то для функционалов получим следующие связи :

$$\hat{T}(\mathbf{g}) = \mathcal{F}[\hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f})], \quad \hat{\mathcal{P}}(\mathbf{f}) = \mathcal{F}^{-1}[\hat{T}(\mathbf{g})].$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 161 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## Фурье-представление векторного оптического передаточного оператора

В терминах фурье-образов (81) компоненты ряда

$$\mathbf{B}_R(z, p, s) \equiv \mathcal{F}[\Phi_R(z, r_\perp, s)] = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \mathbf{B}_k(z, p, s) \quad (88)$$

— решения системы рекуррентных комплексных задач ( $\mathbf{B}_k \equiv \mathcal{F}[\Phi_k]$ ):

$$k = 1 : \hat{L}(p)\mathbf{B}_1 = 0, \quad \mathbf{B}_1|_t = 0, \quad \mathbf{B}_1|_b = \mathbf{W}; \quad (89)$$

$$k \geq 2 : \hat{L}(p)\mathbf{B}_k = 0, \quad \mathbf{B}_k|_t = 0, \quad \mathbf{B}_k|_b = \hat{T}\mathbf{B}_{k-1}, \quad (90)$$

которая получается из системы (78)–(79). При этом  $\mathbf{W}(H, p, s) \equiv \mathcal{F}[\mathbf{E}(H, r_\perp, s)]$ , а фурье-образ оператора отражения (64) определяется по формуле ( $\hat{v} \equiv \mathcal{F}[\hat{q}]$ )

$$[\hat{T}\mathbf{B}] \equiv \mathcal{F}[\hat{R}\Phi] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} \hat{v}(p-p', s, s^+) \mathbf{B}(H, p', s^+) ds^+.$$

This is Slide No. 163.

Введем операцию, описывающую взаимодействие излучения с границей через тензор ПЧХ (86):

$$\begin{aligned} [\hat{Q}\mathbf{g}](s^-; H, p, s) &\equiv \mathcal{F}[\hat{G}\mathbf{f}] = \hat{T}(\hat{\Gamma}, \mathbf{g}) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} \hat{v}(p - p', s, s^+) (\hat{\Gamma}, \mathbf{g}) ds^+, \end{aligned}$$

и получим решение задач (89)–(90) в форме векторных функционалов с рекуррентными соотношениями:

$$\mathbf{B}_1 = (\hat{\Gamma}, \mathbf{W}); \quad \mathbf{B}_k = (\hat{\Gamma}, \hat{T}\mathbf{B}_{k-1}) = (\hat{\Gamma}, \hat{Q}^{k-1}\mathbf{W}).$$

## This is Slide No. 164.

Сумма ряда (88) — **фурье-образ асимптотически точного решения** задачи (66) в классе функций медленного роста  $\mathcal{S}'$  — определяется через **линейный векторный функционал**

$$\mathbf{B}_R = (\hat{\Gamma}, \mathbf{Z}), \quad (91)$$

**ядром** которого является **тензор ПЧХ**, а фурье-образ "сценария"

$$\mathbf{Z} \equiv \hat{\mathbf{Z}}\mathbf{W} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{Q}^k \mathbf{W} = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{T}\mathbf{B}_k \quad (92)$$

— сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки (в терминах фурье-образов).

Поскольку преобразование Фурье (81) — линейная непрерывная операция, переводящая пространство  $\mathcal{S}'$  в  $\mathcal{S}'$ , оценки сходимости ряда возмущений (92), определяющего фурье-образ "сценария"  $\mathbf{Z} = \mathcal{F}[\mathbf{Y}]$ , аналогичны (80).

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[Page 164 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

This is Slide No. 165.

## ГЕТЕРОГЕННЫЕ СИСТЕМЫ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

В рамках теории передаточного оператора и метода функций влияния разработан оригинальный универсальный математический аппарат для моделирования переноса оптического излучения с учетом многократного рассеяния и поглощения в многослойных неоднородных гетерогенных природных и искусственных системах с существенно различными радиационными режимами в отдельных областях системы.

Гетерогенной является система "свободная атмосфера - многоярусная слоистая облачность - приземный слой атмосферы - океан" или система "мезосфера - стратосфера - тропосферные многоярусные слоистые облака - шлейфы дымов или выбросов загрязнений - земная поверхность".

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 165 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 166.

Подход основан на построении обобщенных решений в форме матричных функционалов, ядрами которых являются векторы функций влияния отдельных слоев системы.

В свою очередь, функции влияния рассчитываются по аналитическим формулам или численными методами (например, итерационным методом характеристик с процедурами учета сильной анизотропии рассеяния и ускорения сходимости итераций) как решения первых краевых задач для интегродифференциальных кинетических уравнений или их модификаций.

Рассмотрим простейшую одномерную плоскую систему, состоящую из  $M$  слоев.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



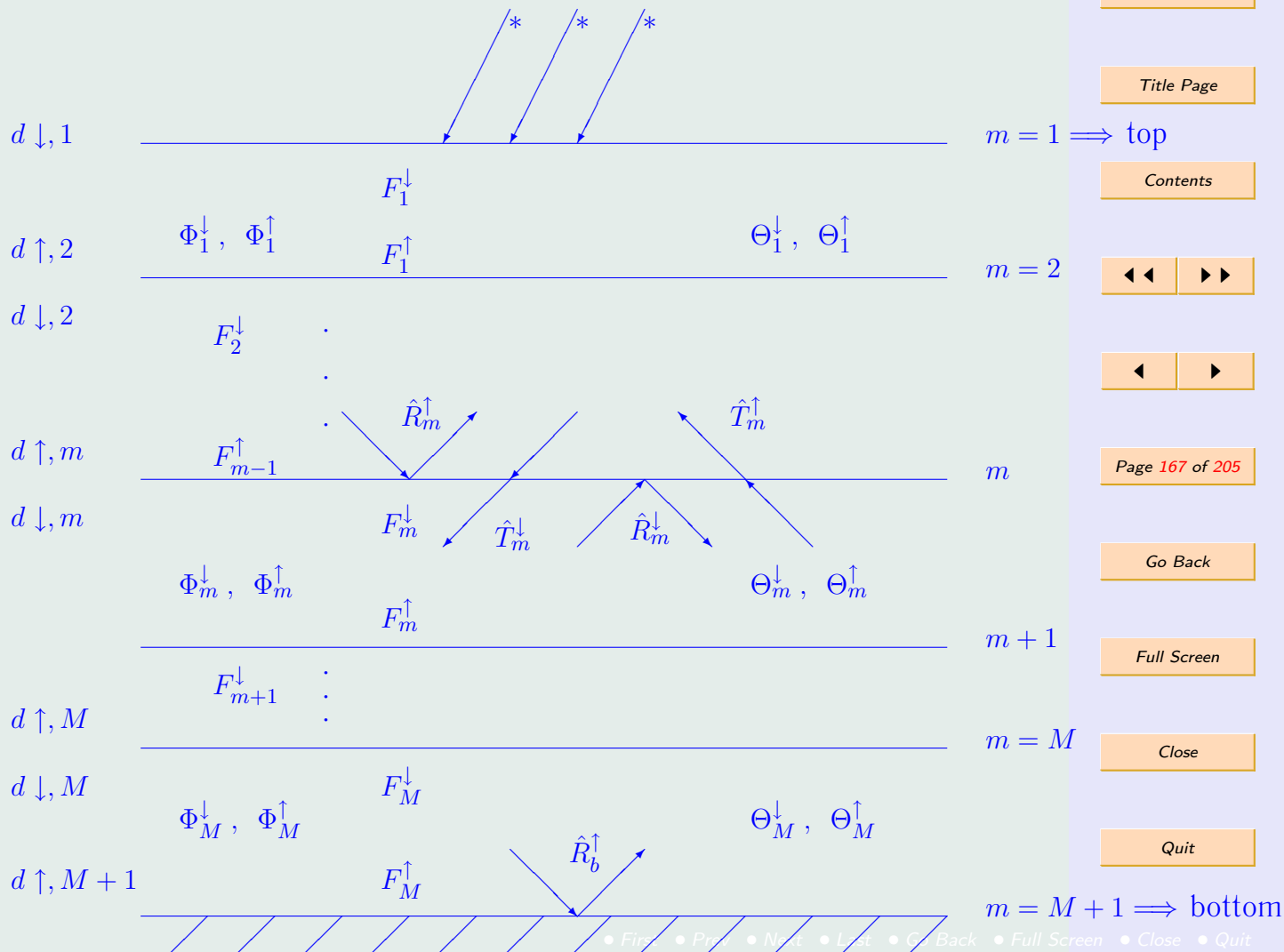
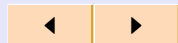
Page 166 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



## This is Slide No. 168.

Вводятся следующие множества для определения интенсивности излучения  $\Phi(z, s)$  в направлении  $s$  в любой точке  $z$  системы переноса, состоящей из  $M$  слоев:

$$s = (\mu, \varphi),$$

$\mu = \cos \vartheta$ ,  $\mu \in [-1, 1]$  — косинус зенитного угла,

$\varphi \in [0, 2\pi]$  — азимутальный угол,

$s \in \Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$  — единичная сфера — множество всех направлений распространения излучения;

$\Omega^+ = \{s^+ = (\mu^+, \varphi) : \mu^+ \in (0, 1], \varphi \in [0, 2\pi]\}$  — полу-сфера направлений нисходящего излучения;

$\Omega^- = \{s^- = (\mu^-, \varphi) : \mu^- \in [-1, 0), \varphi \in [0, 2\pi]\}$  — полусфера направлений восходящего излучения;

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 168 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)





## This is Slide No. 169.

аналогично вводятся множества

$$\Omega = \Omega^{\downarrow} \cup \Omega^{\uparrow},$$

$$\mu^{\downarrow} = \cos \vartheta^{\downarrow}, \quad \vartheta^{\downarrow} \in [0, \pi/2),$$

$$\mu^{\uparrow} = \cos \vartheta^{\uparrow}, \quad \vartheta^{\uparrow} \in (\pi/2, \pi];$$

$\Omega^{\downarrow} = \{s^{\downarrow} = (\mu^{\downarrow}, \varphi) : \mu^{\downarrow} \in (0, 1], \varphi \in [0, 2\pi]\}$  — полу-сфера направлений нисходящего излучения;

$\Omega^{\uparrow} = \{s^{\uparrow} = (\mu^{\uparrow}, \varphi) : \mu^{\uparrow} \in [-1, 0), \varphi \in [0, 2\pi]\}$  — полу-сфера направлений восходящего излучения;

## This is Slide No. 170.

пространственная координата  $z \in [0, H]$ , где  $H$  — толщина системы из  $M$  слоев;

$h_m$ ,  $m = 1 \div M+1$ ,  $h_m < h_{m+1}$ ,  $h_1 = 0$ ,  $h_{M+1} = H$ ,  
— границы слоев,

$m = 1 \div M$  — номер слоя,

$m = 2 \div M$  — номера для внутренних границ раздела слоев;

множества для описания краевых условий:

$$d \downarrow, m = \{z, s : z = h_m, s \in \Omega^\downarrow\};$$

$$d \uparrow, m = \{z, s : z = h_m, s \in \Omega^\uparrow\}.$$

This is Slide No. 171.

## Краевая задача для многослойной гетерогенной системы

$$\hat{K}\Phi = F^{in}, \quad \Phi|_{t\downarrow} = F_t^\downarrow, \quad \Phi|_{b\uparrow} = \hat{R}_b^\uparrow\Phi + F_b^\uparrow,$$

на границах слоев для  $m = 2 \div M$  имеют место краевые условия

$$\Phi|_{d\uparrow,m} = \varepsilon(\hat{R}_m^\uparrow\Phi + \hat{T}_m^\uparrow\Phi) + F_{m-1}^\uparrow,$$

$$\Phi|_{d\downarrow,m} = \varepsilon(\hat{R}_m^\downarrow\Phi + \hat{T}_m^\downarrow\Phi) + F_m^\downarrow;$$

для внешних границ системы

$$F_1^\downarrow = F_t^\downarrow; \quad F_M^\uparrow = F_b^\uparrow; \quad d\downarrow, 1 = t\downarrow; \quad d\uparrow, M+1 = b\uparrow;$$



This is Slide No. 172.

Интегродифференциальный оператор  $\hat{K} \equiv \hat{D} - \hat{S}$  ;

линейные операторы: оператор переноса

$$\hat{D} \equiv \mu \frac{\partial}{\partial z} + \sigma_{tot}(z) ;$$

интеграл столкновений

$$\hat{S} \equiv \sigma_{sc}(z) \int_{\Omega} \gamma(z, s, s') \Phi(z, s') ds' , \quad ds' = d\mu' d\varphi' .$$

$\sigma_{tot}(z)$  и  $\sigma_{sc}(z)$  — вертикальные профили коэффициентов ослабления и рассеяния;  $\gamma(z, s, s')$  — индикатрисы рассеяния.



## This is Slide No. 173.

Операторы отражения  $\hat{R}_m^\uparrow$ ,  $\hat{R}_m^\downarrow$  и пропускания  $\hat{T}_m^\uparrow$ ,  $\hat{T}_m^\downarrow$  определяются через индикатрисы рассеяния сред по следующим правилам:

$$[\hat{R}_m^\uparrow(\gamma_{m-1}^\uparrow)f_{m-1}^\downarrow](h_m, s_{m-1}^-) = \int_{\Omega^+} f_{m-1}^\downarrow(h_m, s_{m-1}^+) \gamma_{m-1}^\uparrow(h_m, s_{m-1}^+, s_{m-1}^-) ds_{m-1}^+;$$

$$[\hat{T}_m^\downarrow(\gamma_m^\downarrow)f_{m-1}^\downarrow](h_m, s_m^+) = \int_{\Omega^+} f_{m-1}^\downarrow(h_m, s_{m-1}^+) \gamma_m^\downarrow(h_m, s_{m-1}^+, s_m^+) ds_{m-1}^+;$$

$$[\hat{T}_m^\uparrow(\gamma_{m-1}^\uparrow)f_m^\uparrow](h_m, s_{m-1}^-) = \int_{\Omega^-} f_m^\uparrow(h_m, s_m^-) \gamma_{m-1}^\uparrow(h_m, s_m^-, s_{m-1}^-) ds_m^-;$$

$$[\hat{R}_m^\downarrow(\gamma_m^\downarrow)f_m^\uparrow](h_m, s_m^+) = \int_{\Omega^-} f_m^\uparrow(h_m, s_m^-) \gamma_m^\downarrow(h_m, s_m^-, s_m^+) ds_m^-.$$

This is Slide No. 174.

Решение ищем в виде ряда регулярных возмущений

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \Phi^{(n)}$$

Вводим алгебраические векторы с размерностью  $2M$ :  
полное решение

$$\Phi = \{ \Phi_1^\downarrow, \Phi_1^\uparrow, \Phi_2^\downarrow, \Phi_2^\uparrow, \dots, \Phi_m^\downarrow, \Phi_m^\uparrow, \dots, \Phi_M^\downarrow, \Phi_M^\uparrow \};$$

$n$ -приближение решения

$$\Phi^{(n)} = \{ \Phi_1^{\downarrow(n)}, \Phi_1^{\uparrow(n)}, \Phi_2^{\downarrow(n)}, \Phi_2^{\uparrow(n)}, \dots, \Phi_m^{\downarrow(n)}, \Phi_m^{\uparrow(n)}, \dots, \Phi_M^{\downarrow(n)}, \Phi_M^{\uparrow(n)} \};$$

## This is Slide No. 175.

источники в  $n$ -приближении

$$\mathbf{F}^{(n)} = \{F_1^{\downarrow(n)}, F_1^{\uparrow(n)}, F_2^{\downarrow(n)}, F_2^{\uparrow(n)}, \dots, F_m^{\downarrow(n)}, F_m^{\uparrow(n)}, \dots, F_M^{\downarrow(n)}, F_M^{\uparrow(n)}\};$$

функции влияния слоев

$$\Theta = \{\Theta_1^{\downarrow}, \Theta_1^{\uparrow}, \Theta_2^{\downarrow}, \Theta_2^{\uparrow}, \dots, \Theta_m^{\downarrow}, \Theta_m^{\uparrow}, \dots, \Theta_M^{\downarrow}, \Theta_M^{\uparrow}\};$$

начальное приближение источников

$$\mathbf{E} = \{E_1^{\downarrow}, E_1^{\uparrow}, E_2^{\downarrow}, E_2^{\uparrow}, \dots, E_m^{\downarrow}, E_m^{\uparrow}, \dots, E_M^{\downarrow}, E_M^{\uparrow}\};$$

"сценарий" на границах

$$\mathbf{Z} = \{Z_1^{\downarrow}, Z_1^{\uparrow}, Z_2^{\downarrow}, Z_2^{\uparrow}, \dots, Z_m^{\downarrow}, Z_m^{\uparrow}, \dots, Z_M^{\downarrow}, Z_M^{\uparrow}\}.$$

This is Slide No. 176.

Расщепление исходной задачи на  $2M$  задач со своими граничными условиями.

Нулевое приближение — излучение от источников без обмена излучением между слоями:

$$m = 1 \div M$$

$$\hat{K}\Phi_m^{\downarrow(0)} = F_m^{\downarrow in}, \quad \Phi_m^{\downarrow(0)}|_{d\downarrow,m} = F_m^{\downarrow}, \quad \Phi_m^{\downarrow(0)}|_{d\uparrow,m+1} = 0;$$

$$\hat{K}\Phi_m^{\uparrow(0)} = F_m^{\uparrow in}, \quad \Phi_m^{\uparrow(0)}|_{d\downarrow,m} = 0, \quad \Phi_m^{\uparrow(0)}|_{d\uparrow,m+1} = F_m^{\uparrow}.$$





This is Slide No. 177.

Приближения  $n \geq 1$  — система  $2M$  уравнений:

$$m = 1 \div M$$

$$\hat{K}\Phi_m^{\downarrow(n)} = 0, \quad \Phi_m^{\downarrow(n)}|_{d\downarrow,m} = F_m^{\downarrow(n-1)}, \quad \Phi_m^{\downarrow(n)}|_{d\uparrow,m+1} = 0;$$

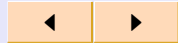
$$\hat{K}\Phi_m^{\uparrow(n)} = 0, \quad \Phi_m^{\uparrow(n)}|_{d\downarrow,m} = 0, \quad \Phi_m^{\uparrow(n)}|_{d\uparrow,m+1} = F_m^{\uparrow(n-1)}$$

с источниками

$$F_1^{\downarrow(n)} = 0; \quad F_M^{\uparrow(n)} = \hat{R}_b^{\uparrow}\Phi_M^{\downarrow(n)} + \hat{R}_b^{\uparrow}\Phi_M^{\uparrow(n)};$$

$$F_m^{\downarrow(n)} = \hat{T}_m^{\downarrow}\Phi_{m-1}^{\downarrow(n)} + \hat{T}_m^{\downarrow}\Phi_{m-1}^{\uparrow(n)} + \hat{R}_m^{\downarrow}\Phi_m^{\downarrow(n)} + \hat{R}_m^{\downarrow}\Phi_m^{\uparrow(n)};$$

$$F_m^{\uparrow(n)} = \hat{R}_{m+1}^{\uparrow}\Phi_m^{\downarrow(n)} + \hat{R}_{m+1}^{\uparrow}\Phi_m^{\uparrow(n)} + \hat{T}_{m+1}^{\uparrow}\Phi_{m+1}^{\downarrow(n)} + \hat{T}_{m+1}^{\uparrow}\Phi_{m+1}^{\uparrow(n)}.$$



## This is Slide No. 178.

Решения находятся в виде линейных функционалов для каждого из слоев с  $m = 1 \div M$  :

$$\Phi_m^{\downarrow(n)} = (\Theta_m^{\downarrow}, F_m^{\downarrow(n-1)}) ; \quad \Phi_m^{\uparrow(n)} = (\Theta_m^{\uparrow}, F_m^{\uparrow(n-1)}) .$$

Ядра функционалов — функции влияния слоев  $m = 1 \div M$  определяются из краевых задач

$$\hat{K}\Theta_m^{\downarrow} = 0, \quad \Theta_m^{\downarrow} |_{d_{\downarrow,m}} = f_{\delta,m}^{\downarrow}, \quad \Theta_m^{\downarrow} |_{d_{\uparrow,m+1}} = 0 ; \quad f_{\delta,m}^{\downarrow} = \delta(s - s_m^{\downarrow})$$

$$\hat{K}\Theta_m^{\uparrow} = 0, \quad \Theta_m^{\uparrow} |_{d_{\downarrow,m}} = 0, \quad \Theta_m^{\uparrow} |_{d_{\uparrow,m+1}} = f_{\delta,m}^{\uparrow} ; \quad f_{\delta,m}^{\uparrow} = \delta(s - s_m^{\uparrow}).$$

## This is Slide No. 179.

Компоненты векторного линейного функционала для  $z \in [h_m, h_m + 1]$

$$(\Theta_m^\downarrow, f_m^\downarrow)(z, s) = \int_{\Omega^+} \Theta_m^\downarrow(s_m^\downarrow; z, s) f_m^\downarrow(h_m, s_m^\downarrow) ds_m^\downarrow;$$

$$(\Theta_m^\uparrow, f_m^\uparrow)(z, s) = \int_{\Omega^-} \Theta_m^\uparrow(s_m^\uparrow; z, s) f_m^\uparrow(h_{m+1}, s_m^\uparrow) ds_m^\uparrow;$$

$f_m^\downarrow(h_m, s_m^\downarrow)$  — источник излучения на границе  $z = h_m$  при  $s_m^\downarrow \in \Omega^\downarrow$ ;

$f_m^\uparrow(h_{m+1}, s_m^\uparrow)$  — источник излучения на границе  $z = h_{m+1}$  при  $s_m^\uparrow \in \Omega^\uparrow$ .

## This is Slide No. 180.

В векторной форме  $n$ -приближение решения — это векторный линейный функционал

$$\Phi^{(n)} = (\Theta, \mathbf{F}^{(n-1)}) .$$

Источник в  $(n - 1)$ -приближении

$$\mathbf{F}^{(n-1)} = \hat{P}\Phi^{(n-1)} .$$

Два последовательных  $n$ -приближения связаны рекуррентным соотношением

$$\Phi^{(n)} = (\Theta, \hat{P}\Phi^{(n-1)}) = (\Theta, \hat{G}^{n-1}\mathbf{E}) ,$$

где  $\mathbf{E}$  — начальное приближение.

## This is Slide No. 181.

Асимптотически точное решение получается в форме векторного линейного функционала — оптического передаточного оператора:

$$\Phi = (\Theta, \mathbf{Z}) .$$

"Сценарий" — вектор  $\mathbf{Z}$  распределений яркостей на границах

$$\mathbf{Z} \equiv \hat{Z}\mathbf{E} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \hat{G}^n \mathbf{E} = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{P} \Phi^{(n)}$$

это сумма ряда Неймана по кратности прохождения излучения через границы с учетом вклада многократного рассеяния и поглощения в каждом слое с помощью функций влияния отдельных слоев.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 181 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



This is Slide No. 182.

Матрица ленточного типа с характеристиками отражения и пропуска границ

$$\hat{P} =$$

$i,j$	1	2	3	4	5	6	7	...	$2M$
1	0	0	0	0	0	0	0	...	0
2	$\hat{R}_2^\uparrow$	$\hat{R}_2^\uparrow$	$\hat{T}_2^\uparrow$	$\hat{T}_2^\uparrow$	0	0	0	...	0
3	$\hat{R}_2^\downarrow$	$\hat{R}_2^\downarrow$	$\hat{T}_2^\downarrow$	$\hat{T}_2^\downarrow$	0	0	0	...	0
4	0	0	$\hat{R}_3^\uparrow$	$\hat{R}_3^\uparrow$	$\hat{T}_3^\uparrow$	$\hat{T}_3^\uparrow$	0	...	0
5	0	0	$\hat{R}_3^\downarrow$	$\hat{R}_3^\downarrow$	$\hat{T}_3^\downarrow$	$\hat{T}_3^\downarrow$	0	...	0

...

This is Slide No. 183.

$i, j$	1	...	$2(m-2)$	$2(m-1)-1$	$2(m-1)$	$2m-1$	$2m$	$2(m+1)-1$	$2(m+1)$	$2(m+2)-1$	...	$2M$
$2(m-1)$	0	...	0	$\hat{R}_m^\uparrow$	$\hat{R}_m^\uparrow$	$\hat{T}_m^\uparrow$	$\hat{T}_m^\uparrow$	0	0	0	...	0
$2m-1$	0	...	0	$\hat{R}_m^\downarrow$	$\hat{R}_m^\downarrow$	$\hat{T}_m^\downarrow$	$\hat{T}_m^\downarrow$	0	0	0	...	0
$2m$	0	...	0	0	0	$\hat{R}_{m+1}^\uparrow$	$\hat{R}_{m+1}^\uparrow$	$\hat{T}_{m+1}^\uparrow$	$\hat{T}_{m+1}^\uparrow$	0	...	0
$2(m+1)-1$	0	...	0	0	0	$\hat{R}_{m+1}^\downarrow$	$\hat{R}_{m+1}^\downarrow$	$\hat{T}_{m+1}^\downarrow$	$\hat{T}_{m+1}^\downarrow$	0	...	0



This is Slide No. 184.

$i, j$	1	...	$2(M-3)$	$2(M-2)-1$	$2(M-2)$	$2(M-1)-1$	$2(M-1)$	$2M-1$	$2M$
$2(M-2)$	0	...	0	$\hat{R}_{M-1}^{\uparrow}$	$\hat{R}_{M-1}^{\uparrow}$	$\hat{T}_{M-1}^{\uparrow}$	$\hat{T}_{M-1}^{\uparrow}$	0	0
$2(M-1)-1$	0	...	0	$\hat{R}_{M-1}^{\downarrow}$	$\hat{R}_{M-1}^{\downarrow}$	$\hat{T}_{M-1}^{\downarrow}$	$\hat{T}_{M-1}^{\downarrow}$	0	0
$2(M-1)$	0	...	0	0	0	$\hat{R}_M^{\uparrow}$	$\hat{R}_M^{\uparrow}$	$\hat{T}_M^{\uparrow}$	$\hat{T}_M^{\uparrow}$
$2M-1$	0	...	0	0	0	$\hat{R}_M^{\downarrow}$	$\hat{R}_M^{\downarrow}$	$\hat{T}_M^{\downarrow}$	$\hat{T}_M^{\downarrow}$
$2M$	0	...	0	0	0	0	0	$\hat{R}_b^{\uparrow}$	$\hat{R}_b^{\uparrow}$





This is Slide No. 185.

## Компоненты матрицы

$m = 1, i = 1$  — первая строка:  $P_{1,j} = 0, j = 1 \div 2M$  ;

$m = 1 \div M - 1, i = 2m, i = 2 \div 2M$  — четные строки:

$$P_{2m,j} = \begin{cases} 0, & j = 1 \div 2(m-1) \\ \hat{R}_{m+1}^{\uparrow}, & j = 2(m-1) + 1, 2(m-1) + 2 \\ \hat{T}_{m+1}^{\uparrow}, & j = 2(m-1) + 3, 2(m-1) + 4 \\ 0, & j = 2(m-1) + 5 \div 2M ; \end{cases}$$

## This is Slide No. 186.

$m = 2 \div M$ ,  $i = 2m - 1$ ,  $i = 3 \div 2M - 1$  — нечетные строки:

$$P_{2m-1,j} = \begin{cases} 0, & j = 1 \div 2(m-1) \\ \hat{T}_m^\downarrow, & j = 2(m-1) + 1, \quad 2(m-1) + 2 \\ \hat{R}_m^\downarrow, & j = 2(m-1) + 3, \quad 2(m-1) + 4 \\ 0, & j = 2(m-1) + 5 \div 2M; \end{cases}$$

$m = M$ ,  $i = 2M$  — последняя строка:

$$P_{2M,j} = \begin{cases} 0, & j = 1 \div 2(M-1) \\ \hat{R}_M^\uparrow, & j = 2M - 1, \quad 2M. \end{cases}$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 186 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

# This is Slide No. 187.

Матрично-векторная операция, описывающая один акт взаимодействия излучения с границами и учитывающая многократное рассеяние в слоях через функции влияния:

$$\hat{G}\mathbf{F} = \hat{P}(\Theta, \mathbf{F}) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \hat{R}_2^\uparrow(\Theta_1^\downarrow, F_1^\downarrow) + \hat{R}_2^\uparrow(\Theta_1^\uparrow, F_1^\uparrow) + \hat{T}_2^\uparrow(\Theta_2^\downarrow, F_2^\downarrow) + \hat{T}_2^\uparrow(\Theta_2^\uparrow, F_2^\uparrow) \\ \vdots \\ \hat{T}_m^\downarrow(\Theta_{m-1}^\downarrow, F_{m-1}^\downarrow) + \hat{T}_m^\downarrow(\Theta_{m-1}^\uparrow, F_{m-1}^\uparrow) + \hat{R}_m^\downarrow(\Theta_m^\downarrow, F_m^\downarrow) + \hat{R}_m^\downarrow(\Theta_m^\uparrow, F_m^\uparrow) \\ \hat{R}_{m+1}^\uparrow(\Theta_m^\downarrow, F_m^\downarrow) + \hat{R}_{m+1}^\uparrow(\Theta_m^\uparrow, F_m^\uparrow) + \hat{T}_{m+1}^\uparrow(\Theta_{m+1}^\downarrow, F_{m+1}^\downarrow) + \hat{T}_{m+1}^\uparrow(\Theta_{m+1}^\uparrow, F_{m+1}^\uparrow) \\ \vdots \\ \hat{T}_M^\downarrow(\Theta_{M-1}^\downarrow, F_{M-1}^\downarrow) + \hat{T}_M^\downarrow(\Theta_{M-1}^\uparrow, F_{M-1}^\uparrow) + \hat{R}_M^\downarrow(\Theta_M^\downarrow, F_M^\downarrow) + \hat{R}_M^\downarrow(\Theta_M^\uparrow, F_M^\uparrow) \\ \hat{R}_b^\uparrow(\Theta_M^\downarrow, F_M^\downarrow) + \hat{R}_b^\uparrow(\Theta_M^\uparrow, F_M^\uparrow) \end{bmatrix}$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 187 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

This is Slide No. 188.

# Передаточный оператор для сферической модели

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 188 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## This is Slide No. 189.

Полную интенсивность излучения  $\Phi(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}})$  в точке  $A(\vec{\mathbf{r}})$  в направлении  $\vec{\mathbf{s}}$  находим как решение общей краевой задачи теории переноса (ОКЗ)

$$\hat{K}\Phi = F^{in}, \quad \Phi|_t = F^t, \quad \Phi|_b = \varepsilon\hat{R}\Phi + F^b \quad (93)$$

в фазовой области  $\Gamma \equiv G \times \Omega + G_b \times \Omega^- + G_H \times \Omega^+$  с линейными операторами: оператор переноса

$$\hat{D} = \frac{\partial}{\partial \vec{\mathbf{s}}} + \sigma_{tot}(\vec{\mathbf{r}}), \quad (94)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{\mathbf{s}}} \right|_{\vec{\mathbf{r}}} = \cos \vartheta \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\sin \vartheta}{r} \left[ \cos \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} - \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} - \text{ctg} \psi \sin \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right];$$

## This is Slide No. 190.

интеграл столкновений — функция источника

$$B(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}) \equiv \hat{S}\Phi = \sigma_{sc}(\vec{\mathbf{r}}) \int_{\Omega} \gamma(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}, \vec{\mathbf{s}}') \Phi(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}') d\vec{\mathbf{s}}', \quad d\vec{\mathbf{s}}' = d\mu' d\varphi'; \quad (95)$$

оператор отражения

$$[\hat{R}\Phi](\vec{\mathbf{r}}_H, \vec{\mathbf{s}}) = \int_{\Omega^-} q(\vec{\mathbf{r}}_H, \vec{\mathbf{s}}, \vec{\mathbf{s}}^-) \Phi(\vec{\mathbf{r}}_H, \vec{\mathbf{s}}^-) d\vec{\mathbf{s}}^-, \quad \vec{\mathbf{s}} \in \Omega^+;$$

интегродифференциальный оператор  $\hat{K} \equiv \hat{D} - \hat{S}$ ;  $\sigma_{tot}(\vec{\mathbf{r}})$  и  $\sigma_{sc}(\vec{\mathbf{r}})$  — пространственные распределения полного сечения взаимодействия излучения с веществом и сечения рассеяния. Функция  $F^{in}$  — плотность источников излучения, расположенных внутри области  $G$ ;  $F^b$  и  $F^t$  — источники излучения на границах сферической оболочки, определенные для лучей  $\vec{\mathbf{s}}$ , направленных внутрь области  $G$ ; параметр  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  фиксирует акт взаимодействия с границей.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 190 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

This is Slide No. 191.

## Функции влияния сферической краевой задачи теории переноса

Рассмотрим ОКЗ (93) для сферически-симметричного слоя, когда коэффициенты уравнения переноса зависят от радиуса  $r$ . По аналогии с плоской САЗ введем "горизонтальные" координаты  $r_{\perp} = (\psi, \eta) \in \Omega$ ;  $dr_{\perp} = \sin \psi d\psi d\eta$ . Рассмотрим ПКЗ

$$K\Phi = 0, \quad \Phi|_t = 0, \quad \Phi|_b = f(\vec{s}^h; r_{\perp}, \vec{s}). \quad (96)$$

Параметр  $\vec{s}^h \in \Omega^+$  может отсутствовать.

## This is Slide No. 192.

Задача (96) отвечает линейной САЗ и ее обобщенное решение представляется в виде линейного функционала — интеграла суперпозиции

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{s}^h; r, r_\perp, \vec{s}) &= \mathcal{F}(f) \equiv (\Theta, f) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} d\vec{s}_h^+ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \Theta(\vec{s}_h^+; r, r_\perp - r'_\perp, \vec{s}) f(\vec{s}^h; r'_\perp, \vec{s}_h^+) \sin \psi' d\psi' d\eta', \end{aligned} \quad (97)$$



## This is Slide No. 193.

ядром которого является ФВ  $\Theta(\vec{s}_h^+; r, r_\perp, \vec{s})$  — решение ПКЗ

$$K\Theta = 0, \quad \Theta|_t = 0, \quad \Theta|_b = f_\delta \quad (98)$$

с параметром  $\vec{s}_h^+ \in \Omega^+$  и источником

$$f_\delta(\vec{s}_h^+; r_\perp, \vec{s}) = \delta(r_\perp)\delta(\vec{s} - \vec{s}_h^+).$$

ФВ  $\Theta$  фактически описывает поле излучения в оболочке с неотражающими границами, создаваемое за счет процессов многократного рассеяния стационарного луча с направлением  $\vec{s}_h^+$ , источник которого расположен на нижней границе оболочки  $G_b$  в точке с  $\psi = 0$ .

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 193 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



## This is Slide No. 194.

Для сферической модели с цилиндрической (осевой) симметрией, когда  $\vec{\mathbf{r}} = (r, \psi)$ ,  $\vec{\mathbf{s}} = (\vartheta, \varphi)$ ,  $\Phi(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}) = \Phi(r, \psi, \vartheta, \varphi)$ ,  $\partial\Phi/\partial\eta = 0$ ,  $K_c \equiv D_c - S_c$ , опуская слагаемое с нулевой производной, приходим к записи дифференциального оператора уравнения переноса в четырехмерном фазовом объеме  $(r, \psi, \vartheta, \varphi)$ :

$$D_c\Phi \equiv \cos\vartheta \frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\sin\vartheta}{r} \left( \cos\varphi \frac{\partial\Phi}{\partial\psi} - \frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta} - \sin\varphi \operatorname{ctg}\psi \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} \right) + \sigma_{tot}(r, \psi).$$

## This is Slide No. 195.

Функцию источника с учетом азимутальной симметрии решения ОКЗ

$$\Phi(r, \psi, \vartheta, \varphi) = \Phi(r, \psi, \vartheta, 2\pi - \varphi)$$

можно представить как

$$\begin{aligned} B(r, \psi, \mu, \varphi) &\equiv S_c \Phi = \\ &= \sigma_{sc}(r, \psi) \int_0^\pi d\varphi' \int_{-1}^1 [\gamma(r, \psi, \cos \chi^+) + \\ &+ \gamma(r, \psi, \cos \chi^-)] \times \Phi(r, \psi, \mu', \varphi') d\mu', \end{aligned}$$

где введены обозначения (при этом  $\varphi \in [0, \pi]$ )

$$\cos \chi^+ = \mu\mu' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi + \varphi'),$$

$$\cos \chi^- = \mu\mu' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi').$$

В этом случае ФВ определяются решением ПКЗ (98) с источником в форме поверхности конуса с вершиной в точке  $\psi = 0$  и углом раствора, равным  $2\vartheta_h^+$ .

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 195 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 196.

Если источник  $f(r_\perp)$  — изотропный и горизонтально-неоднородный, то решение ПКЗ (96) находится через линейный функционал — интеграл свертки

$$\Phi(r, r_\perp, \vec{s}) = \mathcal{F}_c(f) \equiv (\Theta_c, f) \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \Theta_c(r, r_\perp - r'_\perp, \vec{s}) f(r'_\perp) \sin \psi' d\psi' d\eta' \quad (99)$$

с ядром

$$\Theta_c(r, r_\perp, \vec{s}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} \Theta(\vec{s}_h^+; r, r_\perp, \vec{s}) d\vec{s}_h^+. \quad (100)$$

ФВ  $\Theta_c$  совпадает с функцией размытия точки и удовлетворяет ПКЗ с осевой симметрией

$$K_c \Theta_c = 0, \quad \Theta_c|_t = 0, \quad \Theta_c|_b = \delta(r_\perp). \quad (101)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 196 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 197.

В случае анизотропного и горизонтально-однородного источника  $f(\vec{s}^h; \vec{s})$  решение ПКЗ (96) определяется через линейный функционал

$$\Phi(\vec{s}^h; r, \vec{s}) = \mathcal{F}_r(f) \equiv (\Theta_r, f) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} \Theta_r(\vec{s}_h^+; r, \vec{s}) f(\vec{s}^h; \vec{s}_h^+) d\vec{s}_h^+ \quad (102)$$

с ядром

$$\Theta_r(\vec{s}_h^+; r, \vec{s}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \Theta(\vec{s}_h^+; r, r_{\perp}, \vec{s}) \sin \psi d\psi d\eta. \quad (103)$$



## This is Slide No. 198.

ФВ  $\Theta_r$  — решение одномерной сферической ПКЗ с азимутальной зависимостью

$$K_r \Theta_r = 0, \quad \Theta_r|_t = 0, \quad \Theta_r|_b = \delta(\vec{s} - \vec{s}_h^+), \quad (104)$$

когда

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \psi} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = 0, \quad \text{ctg} \psi = 0; \quad K_r \equiv D_r - S_c;$$

$$D_r \Phi \equiv \mu \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} + \sigma_{tot}(r);$$

функция источника

$$B(r, \mu, \varphi) \equiv S_c \Phi = \sigma_{sc}(r) \int_0^\pi d\varphi' \int_{-1}^1 [\gamma(r, \cos \chi^+) + \\ + \gamma(r, \cos \chi^-)] \Phi(r, \mu', \varphi') d\mu'.$$

## This is Slide No. 199.

При изотропном горизонтально-однородном источнике решение ПКЗ (96) определяется для сферической модели с центральной симметрией, т.е. для сферически-симметричной задачи в двумерном фазовом пространстве  $(r, \vartheta)$ , когда  $\Phi(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{s}}) = \Phi(r, \vartheta)$ ;  $\partial\Phi/\partial\varphi = 0$ , а функция источника

$$B(r, \mu) \equiv S_0\Phi = \sigma_{sc}(r) \int_{-1}^1 \gamma_0(r, \mu, \mu')\Phi(r, \mu') d\mu',$$

$$\gamma_0(r, \mu, \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \gamma(r, \mu, \mu', \varphi - \varphi') d\varphi'.$$

## This is Slide No. 200.

В этом случае решение ПКЗ

$$\Phi(r, \vec{s}) = fW(r, \vec{s}), \quad f = \text{const}, \quad (105)$$

рассчитывается через ФВ

$$\begin{aligned} W(r, \vec{s}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} d\vec{s}_h^+ \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \Theta(\vec{s}_h^+; r, r_{\perp}, \vec{s}) \sin \psi d\psi d\eta = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \Theta_c(r, r_{\perp}, \vec{s}) \sin \psi d\psi d\eta = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} \Theta_r(\vec{s}_h^+; r, \vec{s}) d\vec{s}_h^+, \end{aligned} \quad (106)$$

которую называют также функцией пропускания, отягощенной вкладом многократного рассеяния, и определяют как решение одномерной сферической ПКЗ с оператором  $K_0 \equiv D_r - S_0$  :

$$K_0 W = 0, \quad W|_t = 0, \quad W|_b = 1. \quad (107)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 200 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



## This is Slide No. 201.

Соотношения (100), (103), (106) можно использовать в качестве критериев точности вычислений ФВ  $\Theta$ ,  $\Theta_c$ ,  $\Theta_r$  через решения более простых ПКЗ (101), (104), (107). Функционалы (99), (102), (105) являются частными случаями функционала (97). Функции влияния  $\Theta$ ,  $\Theta_c$ ,  $\Theta_r$ ,  $W$  — решения ПКЗ (98), (101), (104), (107) соответственно — составляют полный набор базовых моделей функций влияния первых и общих краевых задач теории переноса излучения в сферической оболочке и инвариантных характеристик линейной САЗ.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)

Page 201 of 205

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## Передаточный оператор.

На основе общей теории регулярных возмущений с помощью ряда

$$\Phi_q(\vec{s}^h; \vec{r}, \vec{s}) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Phi_k$$

ОКЗ сводится к системе рекуррентных ПКЗ

$$K\Phi_k = 0, \quad \Phi_k|_t = 0, \quad \Phi_k|_b = E_k \quad (108)$$

с источниками  $E_k = R\Phi_{k-1}$  для  $k \geq 2$ ,  $E_1 = E$ . Вводится операция, описывающая один акт взаимодействия излучения с границей через ФВ  $\Theta$  :

$$[Gf](\vec{s}^h; \vec{r}_b, \vec{s}) \equiv R(\Theta, f) = \int_{\Omega^-} q(\vec{r}_b, \vec{s}, \vec{s}^-)(\Theta, f) d\vec{s}^-.$$

Решения системы ПКЗ (108)) находятся как линейные функционалы:

$$\Phi_1 = (\Theta, E), \quad \Phi_k = (\Theta, R\Phi_{k-1}) = (\Theta, G^{k-1}E).$$

## This is Slide No. 203.

Асимптотически точное решение ОКЗ получается в форме линейного функционала (97) — оптического передаточно-го оператора, где "сценарий" оптического изображения или яркость подстилающей поверхности

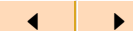
$$Y \equiv \sum_{k=0}^{\infty} G^k E = \sum_{k=0}^{\infty} R\Phi_k \quad (109)$$

есть сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки с учетом многократного рассеяния в среде. "Сценарий" удовлетворяет уравнению Фредгольма II-рода

$$Y = R(\Theta, Y) + E,$$

которое называют уравнением "приземной фотографии". В общем случае  $R(\Theta, Y) \neq (R\Theta, Y)$ . Суммарное излучение САЗ и "космическая фотография" описываются функционалом

$$\Phi = \Phi_a + (\Theta, Y). \quad (110)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[Page 203 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 204.

Функционал (110) — это математическая модель переноса излучения в САЗ, адекватная исходной ОКЗ при разных структурах источника  $E$  и типах подстилающей поверхности не зависимо от размерности САЗ (одно-, дву- или трехмерной). Вместо расчета ряда по кратности отражения в полном фазовом объеме решения ОКЗ, достаточно рассчитать конечный ряд Неймана только для "сценария" на нижней границе (109). Угловые и пространственные распределения вклада подсветки — решения ОКЗ можно искать с помощью линейного функционала (97). При наличии горизонтальных неоднородностей на земной поверхности можно использовать ОПО в виде функционала (97) с ядром — ФВ решением ПКЗ (98). Разные схемы реализации ОПО и структурирования суммарного поля радиации САЗ (110) отличаются либо способами представления "сценария" (109), либо методами решения уравнения (98).

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 204 of 205](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

## This is Slide No. 205.

В итоге исходная ОКЗ сведена к линейному функционалу и сформулирован линейно-системный подход к решению проблем дистанционного зондирования и учета вклада отражающей и излучающей сферической земной поверхности.

При этом четко определено проявление нелинейных эффектов из-за многократного переотражения излучения от поверхности в формировании "сценария", которые описываются через линейные передаточные характеристики изолированного слоя атмосферы.

Отметим, что расчеты ФВ эффективно реализуются методом Монте-Карло.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 205 of 205

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)