

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт космических исследований Российской академии наук

На правах рукописи

**Комаров Сергей Вячеславович**

Теплопроводность в горячем  
газе скоплений галактик

01.03.02 Астрофизика, звездная астрономия

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н. Чуразов Е. М.

Москва, 2018



# Оглавление

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>1</b>
1.1	Скопления галактик в космологии . . . . .	1
1.2	Физика межгалактической среды . . . . .	2
1.2.1	Скопления галактик в различных диапазонах длин волн . . . . .	2
1.2.2	Турбулентность . . . . .	4
1.2.3	Магнитные поля . . . . .	6
1.3	Теплопроводность в межгалактическом газе . . . . .	20
1.3.1	Спитцеровская теплопроводность . . . . .	20
1.3.2	Теплопроводность Брагинского . . . . .	22
1.3.3	Теплопроводность в запутанных магнитных полях . . . . .	23
1.4	Структура диссертации . . . . .	26
1.5	Основные положения, выносимые на защиту . . . . .	31
1.6	Список публикаций по теме диссертации . . . . .	32
1.7	Апробация работы . . . . .	33
1.8	Личный вклад автора . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Подавление локальной теплопроводности в МГС</b>	<b>34</b>
2.1	Введение . . . . .	34
2.2	Качественное рассмотрение . . . . .	35
2.2.1	Иллюстративный пример: сходящийся поток . . . . .	36
2.2.2	Астрофизический пример: модель холодного фронта . . . . .	36
2.2.3	Локальная корреляция между $B$ и тепловым потоком . . . . .	39
2.2.4	Численный пример: случайное двухмерное поле скоростей . . . . .	39
2.3	Теплопроводность в стохастическом поле скоростей . . . . .	40
2.3.1	Релаксация флуктуаций температуры . . . . .	40
2.3.2	Модель Казанцева-Крайчнана . . . . .	40
2.3.3	Соотношение между усилением $B$ и тепловым потоком . . . . .	43
2.3.4	Поле скоростей с конечным временем корреляции . . . . .	44
2.3.5	Статистика теплового потока . . . . .	45
2.4	Ограничения модели и численный тест . . . . .	49
2.4.1	Пространственные масштабы . . . . .	49
2.4.2	Несжимаемость . . . . .	50
2.4.3	Стратификация . . . . .	50
2.4.4	Теплопроводность . . . . .	51
2.4.5	Динамика магнитного поля . . . . .	52
2.4.6	Локальный и глобальный теплообмен . . . . .	52

2.4.7	Сравнение с численным моделированием . . . . .	52
2.5	Выводы . . . . .	56
2.6	Приложение: статистический расчет совместной ФР $\mu$ , $G$ и $B$ . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Теплопроводность в зеркально-неустойчивой плазме</b>	<b>62</b>
3.1	Введение . . . . .	62
3.2	Параллельная диффузия в постоянном магнитном поле . . . . .	65
3.3	Электронная диффузия в зеркальном магнитном поле . . . . .	67
3.3.1	Свойства зеркального магнитного поля . . . . .	67
3.3.2	Коэффициент диффузии электронов в пределе $\lambda/l_B \gg 1$ . . . . .	70
3.3.3	Теплопроводность в пределе $\lambda/l_B \gg 1$ . . . . .	75
3.4	Электронный перенос в МГД турбулентности . . . . .	77
3.4.1	Система стохастических зеркал . . . . .	77
3.4.2	Магнитное поле турбулентного динамо . . . . .	78
3.5	Обсуждение результатов . . . . .	81
3.6	Приложение: перенос пассивного скаляра . . . . .	84
<b>4</b>	<b>Поляризация теплового тормозного излучения</b>	<b>90</b>
4.1	Введение . . . . .	90
4.2	Теоретическая модель . . . . .	91
4.2.1	Анизотропия электронов в слабостолкновительной плазме . . . . .	91
4.2.2	Поляризация тормозного излучения . . . . .	94
4.3	Применение к холодным фронтам и ударным волнам . . . . .	98
4.3.1	Качественные оценки . . . . .	98
4.3.2	Аналитическая модель драпировки магнитного поля . . . . .	99
4.3.3	МГД-моделирование холодных фронтов . . . . .	103
4.4	Обсуждение результатов . . . . .	109
4.5	Выводы . . . . .	110
4.6	Приложение А: ионная анизотропия . . . . .	111
4.7	Приложение Б: сечения тормозного излучения . . . . .	112
<b>5</b>	<b>Заключение</b>	<b>117</b>

# Список иллюстраций

1.1	Изображения скопления Волосы Вероники . . . . .	2
1.2	Рентгеновское изображение скопления Персея . . . . .	5
1.3	Карта меры фарадеевского вращения в скоплении Гидра А . . . . .	8
1.4	Флуктуационное динамо . . . . .	10
1.5	Механизм развития шланговой неустойчивости . . . . .	14
1.6	Механизм зеркальной неустойчивости . . . . .	17
1.7	Кулоновские столкновения . . . . .	21
1.8	Диффузия в запутанном магнитном поле . . . . .	25
2.1	Иллюстрация теплопроводности в сходящемся потоке газа . . . . .	37
2.2	Подавление теплового потока в сходящемся потоке газа . . . . .	37
2.3	Модель холодного фронта . . . . .	38
2.4	Модель случайного двухмерного поля скоростей . . . . .	41
2.5	$\langle G^2 \mu^2 \rangle$ для поля скоростей с конечным временем корреляции . . . . .	46
2.6	Эволюция совместной ФР $\mu$ и $G$ . . . . .	48
2.7	Эволюция совместной ФР $G\mu$ и $G$ . . . . .	48
2.8	Центральная область симуляции ZuHone et al. (2013) размером 500 кпк . . . . .	53
2.9	ФР $\mu$ и $G$ в симуляции с отключенной теплопроводностью . . . . .	55
2.10	Сравнение ФР $\mu$ и $G$ в симуляциях без и с учетом теплопроводности . . . . .	55
3.1	Спектр флуктуаций величины магнитного поля в МГС . . . . .	63
3.2	Пространственная структура зеркальной неустойчивости . . . . .	67
3.3	Зеркальные магнитные флуктуации вдоль силовой линии . . . . .	69
3.4	Функция распределения зеркальных магнитных флуктуаций . . . . .	69
3.5	Фактор подавления электронной диффузии в зеркальном поле . . . . .	71
3.6	Эквивалентное представление зеркальных флуктуаций при $\lambda/l_B \gg 1$ . . . . .	73
3.7	Автокорреляционная функция параллельных скоростей частиц . . . . .	74
3.8	Магнитное поле и поле скоростей, создаваемое турбулентным динамо . . . . .	79
3.9	Вариации турбулентного магнитного поля вдоль силовой линии . . . . .	80
3.10	Трехмерная ФР турбулентного магнитного поля . . . . .	80
3.11	Фактор подавления диффузии электронов в турбулентном поле . . . . .	81
4.1	Поляризация тормозного излучения пучка электронов . . . . .	95
4.2	Геометрия задачи о поляризации излучения облака электронов . . . . .	96
4.3	Поляризация излучения облака анизотропных электронов . . . . .	97
4.4	Аналитическая модель холодного фронта . . . . .	101
4.5	Холодный фронт с однородным начальным магнитным полем . . . . .	105
4.6	Холодный фронт с случайным начальным магнитным полем . . . . .	108

4.7 Ионная анизотропия . . . . .	111
----------------------------------	-----

# Список таблиц

1.1	Параметры межгалактической среды . . . . .	6
-----	--	---

# Глава 1

## Введение

### 1.1 Скопления галактик в космологии

Скопления галактик являются самыми массивными ( $\sim 10^{15} M_{\odot}$ ) гравитационно-связанными объектами во Вселенной. Как и все объекты во Вселенной, они сформировались из малых возмущений плотности, образовавшихся во время инфляционной стадии расширения Вселенной (например, Peebles, 1993; Peacock, 1999; Mukhanov, 2005). Время формирования вириализованных структур зависит лишь от амплитуды начального возмущения, так как линейные возмущения растут с одинаковым темпом на всех масштабах. Первичные возмущения имеют спектр мощности, близкий (спектральный индекс чуть меньше 1) к масштабнo-инвариантному спектру Харрисона-Зельдовича, для которого более крупные объекты имеют меньшую амплитуду возмущений и, следовательно, образуются позже. Скопления галактик — крупнейшие вириализованные структуры, сформировавшиеся на данный момент, и они ими останутся в будущем за счет ускоренного расширения Вселенной, доминированной темной энергией, которое замедляет и, в конечном счете, обращает вспять скорость роста возмущений. Сильная зависимость параметров скоплений галактик от космологической модели позволяет накладывать строгие ограничения на свойства темной энергии (например, Vikhlinin et al., 2009). Амплитуда функции масс скоплений экспоненциально чувствительна к линейной амплитуде флуктуаций плотности материи на заданном красном смещении, что позволяет точно измерить их спектр мощности и геометрию Вселенной.

Основной вклад в массу скоплений вносит темная материя ( $\sim 80\%$ ). Глубокий гравитационный потенциал скоплений нагревает падающий в них газ за счет диссипации на ударных волнах до очень высоких температур порядка  $10^7 - 10^8$  К, что делает скопления мощными источниками рентгеновского излучения. Горячий газ, называемый также межгалактической средой (МГС), составляет  $\sim 15\%$  массы скоплений, и процессы, происходящие в газе, в первую очередь обуславливают их эволюцию и наблюдаемые свойства. Галактики скоплений составляют лишь несколько процентов барионной массы и играют меньшую роль в динамике скоплений.

Хотя скопления галактик находятся в вириальном равновесии, они далеко не являются статическими объектами. Для скоплений характерны множество энергичных явлений, таких как слияния скоплений, падение галактик и активность ядер центральных галактик. Среди физических процессов, определяющих состояние меж-

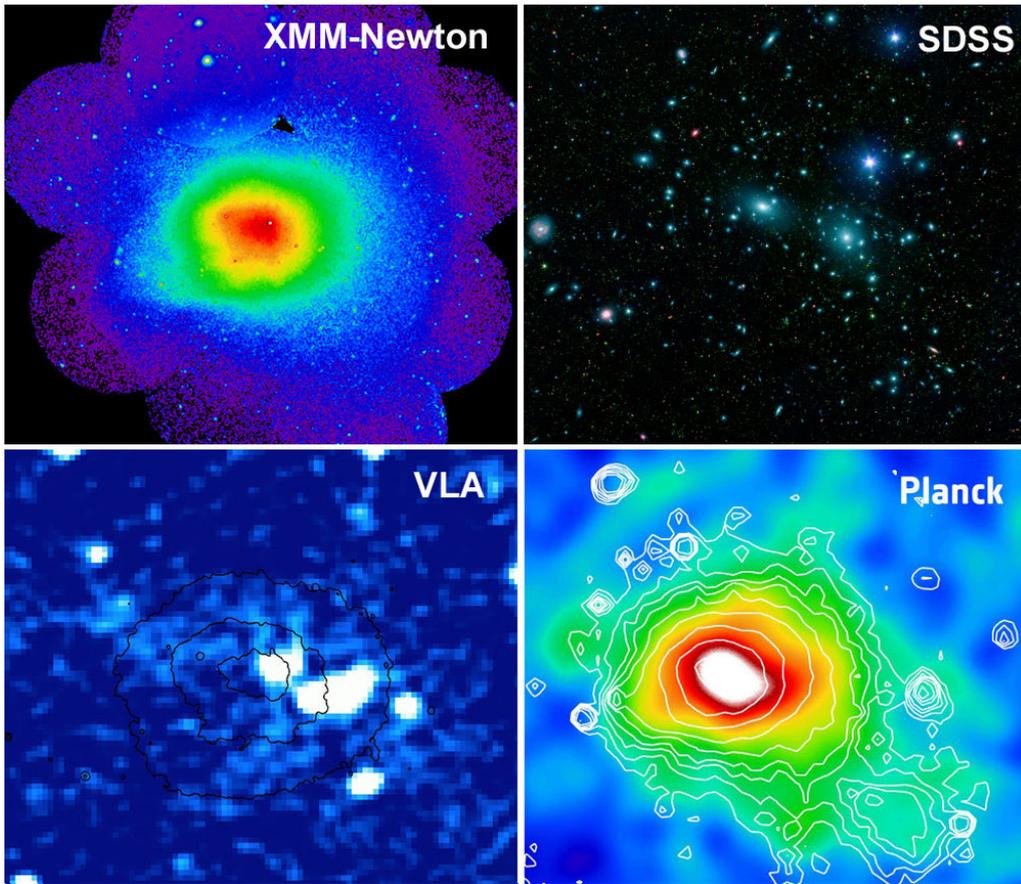


Рис. 1.1: Скопление Волосы Вероники по наблюдениям обсерватории *XMM-Newton* в рентгеновском диапазоне *вверху слева*, обзору *SDSS* в оптике (*вверху справа*), интерферометра *VLA* в радиодиапазоне (*внизу слева*), и обсерватории *Planck* в микроволновом диапазоне (*внизу справа*). Источник: NASA/JPL-Caltech/GSFC/SDSS, ESA/HFI и LFI.

галактической среды турбулентность, ударные волны, теплопроводность, радиационное охлаждение, ускорение частиц и плазменные неустойчивости, некоторые из которых различимы в наблюдениях.

## 1.2 Физика межгалактической среды

### 1.2.1 Скопления галактик в различных диапазонах длин волн

Скопления галактик наблюдаются в широком спектре длин волн. Во-первых, благодаря высокой температуре МГС, она излучает в рентгеновском диапазоне, что было впервые открыто в ходе ракетных экспериментов в 60-х годах (Byram et al., 1966; Bradt et al., 1967), а также позднее в 70-х рентгеновской обсерваторией *UHURU* (Kellogg et al., 1972; Forman et al., 1972). Основной вклад в рентгеновское излучение вносят тепловое тормозное излучение, рекомбинационный континуум и эмиссионные линии, возбуждаемые столкновениями с электронами. В верхней левой части

Рис. 1.1 показано рентгеновское изображение скопления Волосы Вероники. Рентгеновские наблюдения позволяют измерить пространственное распределение плотности и температуры в МГС — как их крупномасштабные радиальные профили, так и локальные флуктуации. Такие измерения предоставляют мощный инструмент для изучения свойств гравитационного потенциала скоплений и распределения массы внутри скопления. Рентгеновская астрономия также демонстрирует широкое разнообразие физических явлений, наблюдаемых в МГС: активность ядер галактик, пузыри релятивистской плазмы, холодные фронты (резкие градиенты температуры на контактных разрывах), ударные волны и турбулентность. Анализ флуктуаций рентгеновской поверхностной яркости позволяет наложить ограничения на плотность кинетической энергии турбулентности, а также оценить спектр мощности поля скоростей (Churazov et al., 2012; Zhuravleva et al., 2014). Планируемые к запуску обсерватории следующего поколения, такие как *Athena*, будут обладать гораздо более высоким энергетическим разрешением и эффективной площадью, что позволит существенно более точно оценить свойства турбулентности по измерениям смещения и уширения рентгеновских линий.

Эффект Сюняева-Зельдовича приводит к декременту интенсивности реликтового излучения в направлении скоплений галактик (Sunyaev & Zeldovich, 1972). Благодаря этому эффекту, скопления видны как холодные пятна в микроволновом диапазоне ниже 218 ГГц. Изображение декремента Сюняева-Зельдовича (с противоположным знаком) в скоплении Волосы Вероники показано в нижней правой части Рис. 1.1. Наблюдаемый декремент не зависит от красного смещения и в сочетании с измерениями рентгеновского тормозного излучения дает независимый способ оценки постоянной Хаббла (Gunn, 1978; Silk & White, 1978; Birkinshaw, 1979; Cavaliere et al., 1979).

Скопления галактик также наблюдаются в радиодиапазоне (см., например, обзор Govoni & Feretti, 2004). Первым диффузным радиоисточником, задетектированным в скоплении галактик стало гигантское гало в скоплении Волосы Вероники (Large et al., 1959; Willson, 1970). В отличие от обычных радиоисточников, связанных с галактиками, протяженные диффузные радиоисточники, связанные непосредственно с межгалактической средой, оказались гораздо более загадочными. Они представляют собой неопровержимое свидетельство сосуществования тепловой межгалактической плазмы с нетепловой компонентой — популяцией релятивистских электронов, которые производят синхротронное излучение, обращаясь вокруг силовых линий крупномасштабных магнитных полей. Наличие магнитных полей в скоплениях также подтверждается наблюдениями фарадеевского вращения (впервые обнаруженного в ходе наблюдений источника Лебедь А; Dreher et al. 1987, см. также, например, Taylor & Perley 1993; Feretti et al. 1999; Govoni et al. 2001). Плотность энергии релятивистской плазмы составляет лишь  $\lesssim 1\%$  по сравнению с плотностью тепловой энергии МГС (Prokhorov & Churazov 2014; Ackermann et al. 2014; зависит от наклона предполагаемого спектра космических лучей), однако релятивистские частицы могут, тем не менее, играть важную роль в эволюции крупномасштабных структур во Вселенной, предоставляя дополнительное давление, подвергаясь процессам ускорения и приводя к развитию плазменных неустойчивостей. Магнитные поля приводят к еще более глубоким изменениям в физике МГС за счет модификации процессов переноса и в некоторых случаях даже динамики газа. Механизм

ускорения релятивистских электронов в диффузных радиогало до сих пор остается открытым вопросом. Среди активно обсуждаемых возможностей рассматриваются ударные волны и турбулентность (например, Ensslin et al., 1998; Brunetti & Lazarian, 2007). Диффузное радиоизлучение в скоплении Волосы Вероники показано в нижней левой части Рис. 1.1.

## 1.2.2 Турбулентность

На больших масштабах возмущения в МГС создаются, например, галактиками, падающими в гравитационный потенциал скоплений, либо слияниями скоплений/групп галактик. Естественно ожидать, что кинетическая энергия этих процессов каскадирует к малым диссипативным масштабам. В ядрах скоплений турбулентность может создаваться всплывающими пузырями релятивистской плазмы, которые надуются джетами активных ядер галактик. Замечательным примером многообразия структур, образованных активностью ядер центральных галактик в скоплениях, является рентгеновское изображение ядра скопления Персея (Рис. 1.2). Пузыри релятивистской плазмы, которые также хорошо видны в радиодиапазоне (например, Boehringer et al., 1993; Churazov et al., 2000; Fabian et al., 2000), отчетливо различимы как "пустоты" с низкой интенсивностью тормозного излучения, окружающие их внутренние волны и слабые ударные волны видны как "рябь" рентгеновской поверхностной яркости. Внутренние волны, создаваемыми пузырями, вероятно, частично преобразуются в турбулентность.

Одним из способов измерить параметры турбулентности в скоплениях является анализ флуктуаций поверхностной яркости рентгеновского излучения. Помимо флуктуаций поля скоростей, турбулентные движения также приводят к небольшим флуктуациям плотности и давления, которые могут быть измерены рентгеновскими телескопами. Такой метод впервые был использован Schuecker et al. (2004), которые оценили флуктуации давления в скоплении Волосы Вероники по наблюдениям *XMM-Newton*. Позже похожий подход использовали Churazov et al. (2012) для подсчета относительных флуктуаций плотности в скоплении Волосы Вероники. Они обнаружили флуктуации порядка 5–10%, создаваемые на больших масштабах возмущением гравитационного потенциала массивными  $cD$  галактиками и падающим внутрь холодным газом, а также, вероятно, турбулентностью на меньших масштабах. Недавно тот же метод был применен к скоплению Персея в работе Zhuravleva et al. (2015). Они получили флуктуации плотности на уровне  $\sim 10\%$  и скорости газа  $\sim 100 \text{ км с}^{-1}$  со спектром мощности поля скоростей, согласующимся с колмогоровской турбулентностью.

Наиболее прямым способом измерения турбулентности в скоплениях является измерение уширения рентгеновских спектральных линий в результате доплеровского смещения за счет движения ионов, излучающих в линии. Уширение вызывается как тепловым движением, так и турбулентностью. Для достаточно тяжелых ионов (среди которых наиболее важную роль играет железо) турбулентное уширение становится сравнимо с тепловым и может быть задетектировано при условии достаточного энергетического разрешения детектора.

Измерения уширения линий оказались сложной задачей в связи с недостаточным энергетическим разрешением рентгеновских обсерваторий, эксплуатируемых

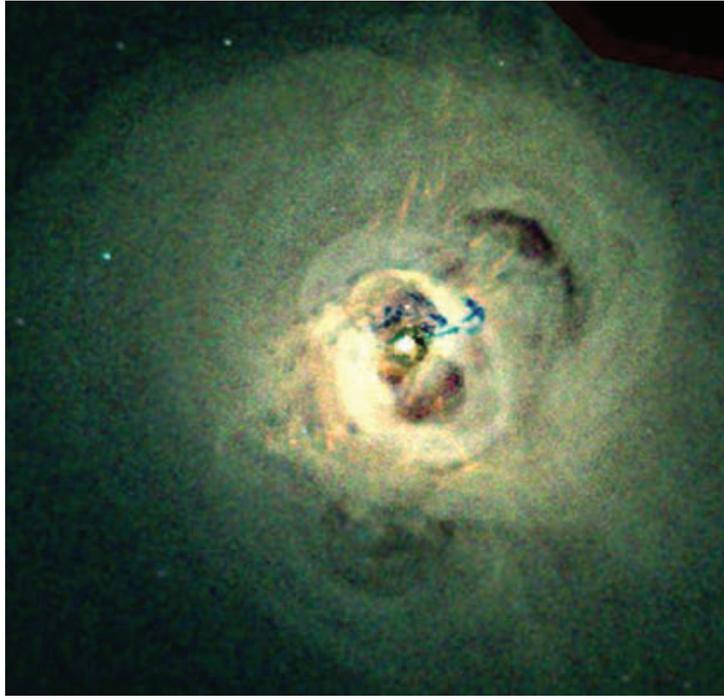


Рис. 1.2: Рентгеновское изображение центральной 100 кпк области скопления Персея, полученное обсерваторией *Chandra* (Fabian et al., 2011).

в настоящее время. Ситуация кардинально изменится с запуском новых телескопов с микрокалориметрами на борту, что обеспечит энергетическое разрешение до нескольких эВ. Такая точность позволит измерять турбулентное уширение с точностью до нескольких десятков км/с.

Другой метод измерения турбулентности в скоплениях основан на эффекте резонансного рассеяния фотонов в спектральных линиях (Gilfanov et al., 1987). Несмотря на то, что межгалактическая плазма является оптически тонкой в континууме, несколько наиболее сильных резонансных линий имеют оптическую толщину порядка единицы. Фотоны, излучаемые в такие линии, могут быть рассеяны несколько раз до того, как они покинут скопление. Это вызывает видимое потускнение линии в направлении на центр скопления из-за того, что резонансные фотоны рассеиваются из луча зрения. Оптическая толщина рассеянной линии зависит от отношения турбулентной плотности энергии газа к тепловой (Zhuravleva et al., 2011).

Наблюдательные данные в совокупности с численными расчетами формирования скоплений (Norman & Bryan, 1999; Sunyaev et al., 2003; Ricker & Sarazin, 2001) и плавучих пузырей, надуваемых АЯГ (Churazov et al., 2001; Fujita, 2005), дают схожие оценки среднеквадратичной скорости турбулентных потоков  $U \sim$  несколько сотен км с<sup>-1</sup> на масштабах инжекции  $L \sim 10^2$  кпк. Предположение о колмогоровском каскаде на масштабах меньше  $L$  и оценка вязкости как  $\mu_{ICM} \sim \lambda_{mfp} v_{th,i}$ , где  $\lambda_{mfp}$  — длина свободного пробега ионов,  $v_{th,i}$  — ионная тепловая скорость, дают достаточно низкие числа Рейнольдса:  $Re \sim LU/\mu_{ICM} \sim 100$  в ядрах скоплений и лишь  $\lesssim 5$  в основной части скоплений. Чтобы лучше упорядочить различные характерные свойства скоплений, некоторые из которых возникнут далее, я разделил их на две группы,

Таблица 1.1: Характерные параметры МГС (адаптировано из Schekochihin & Cowley 2006).

Название	Обозначение	Выражение	Холодные ядра <sup>a</sup>	Горячая МГС
температура	$T$	наблюдается	$3 \times 10^7$ К	$10^8$ К
плотность	$n$	наблюдается	$6 \times 10^{-2}$ см <sup>-3</sup>	$10^{-3}$ см <sup>-3</sup>
ионная тепловая скорость	$v_{th,i}$	$(2T/m_i)^{1/2}$	700 км с <sup>-1</sup>	1300 км с <sup>-1</sup>
ион-ионная частота столкн.	$\nu_{ii}$	$1.5nT^{-3/2}$ <sup>b</sup>	$5 \times 10^{-13}$ с <sup>-1</sup>	$2 \times 10^{-15}$ с <sup>-1</sup>
длина своб. пробега	$\lambda_{mfp}$	$v_{th,i}/\nu_{ii}$	0.05 кпк	30 кпк
паралл. кин. вязкость	$\mu_{\parallel}$	$v_{th,i}\lambda_{mfp}$	$10^{28}$ см <sup>2</sup> с <sup>-1</sup>	$10^{31}$ см <sup>2</sup> с <sup>-1</sup>
магнитная вязкость	$\eta$	$3 \times 10^{13} T^{-3/2}$ <sup>b</sup>	200 см <sup>2</sup> с <sup>-1</sup>	30 см <sup>2</sup> с <sup>-1</sup>
rms-скорость на масшт. инж.	$U$	косвенная	250 км с <sup>-1</sup>	300 км с <sup>-1</sup>
масштаб инжекции	$L$	косвенный	10 кпк	200 кпк
время обрац. турб. вихрей	$L/U$	косвенное	$4 \times 10^7$ лет	$7 \times 10^8$ лет
гидродин. число Рейнолдса	Re	$UL/\mu_{\parallel}$	70	2
магнитное число Рейнолдса	Rm	$UL/\eta$	$4 \times 10^{27}$	$6 \times 10^{29}$
вязкостный масштаб	$l_{visc}$	$LRe^{-3/4}$	0.4 кпк	100 кпк
масштаб магн. вязкости	$l_{res}$	$LRm^{-1/2}$	5000 км	8000 км
ионная ларм. частота	$\Omega_i$	$eB_{rms}/cm_i$	0.3 с <sup>-1</sup>	0.04 с <sup>-1</sup>
ионный ларм. радиус	$\rho_i$	$v_{th,i}/\Omega_i$	3000 км	30,000 км
rms-магнитное поле	$B_{rms}$	наблюдается	20 мкГс	2 мкГс
плазменное бета	$\beta$	$8\pi nT/B_{rms}^2$	20	100
корр. длина магн. поля	$l_B$	наблюдается	2 кпк	10 кпк

<sup>a</sup>Основано на параметрах скопления Гидра А, приведенных в Enßlin & Vogt (2006).

<sup>b</sup>В этих выражениях  $n$  измеряется в см<sup>-3</sup>,  $T$  в градусах Кельвина.

соответствующие холодным ядрам скоплений и горячей межгалактической плазме в основном объеме скоплений (Таблица 1.1).

### 1.2.3 Магнитные поля

#### Наблюдения фарадеевского вращения

Все более подробные радионаблюдения скоплений галактик делают возможным количественные оценки межгалактических магнитных полей. Измерения фарадеевского вращения дают наиболее детальную информацию о магнитных полях в скоплениях. Магнитное поле в плазме задает выделенное направление обращения электронов вокруг силовых линий, что ведет к к разнице показателя преломления между левой и правой круговыми поляризациями света. Это означает, что, распространяясь в замагниченной плазме, плоскость поляризации линейного поляризованного света испытывает поворот на угол  $\Delta\chi = RM\lambda^2$ , где  $\lambda$  — длина волны излучения и  $RM$

— мера фарадеевского вращения. Мера вращения является функцией электронной плотности  $n_e$  и компоненты магнитного поля вдоль луча зрения  $B_{\parallel}$ :

$$\text{RM} = 812 \int_0^L n_e B_{\parallel} dl \text{ rad m}^{-2}, \quad (1.1)$$

где интегрирование производится вдоль луча зрения,  $B_{\parallel}$  измеряется в мкГс,  $n_e$  в см<sup>-3</sup>, и  $l$  в кпк.

Известно, что синхротронное излучение электронов, обращающихся вокруг силовых линий магнитного поля со случайным распределением углов наклона орбит, линейно поляризовано. Если астрофизический радиоисточник (обычно центральная радиогалактика) погружен в межгалактический газ, он может играть роль подсветки, излучая линейно поляризованный свет. При этом основное фарадеевское вращение набирается в горячей атмосфере скопления. В то время как фарадеевское вращение также может происходить в смеси тепловой плазмы и релятивистских частиц, излучающих в радиодиапазоне, такая ситуация противоречит наблюдениям, по которым видно отсутствие деполяризации, а также точное выполнение квадратичной зависимости наблюдаемых углов поляризации от длины волны радиоизлучения (что было впервые продемонстрировано в Cyg A, см. Dreher et al. 1987). Используя простой квадратичный закон, карты меры фарадеевского вращения могут быть рассчитаны по наблюдениям поляризационных углов на разных длинах волн.

Масштабные измерения фарадеевского вращения синхротронного излучения межгалактических радиоисточников с помощью VLA (Very Large Array) позволили получить величины и пространственную структуру магнитных полей в большом числе скоплений (напр., Carilli & Taylor, 2002; Govoni & Feretti, 2004; Laing et al., 2008; Kuchar & Enßlin, 2011). Таким образом были обнаружены магнитные поля с среднеквадратичной силой поля порядка  $B_{\text{rms}} \sim 1 - 10$  мкГс, хаотически запутанные на масштабах  $l_B \sim 1 - 10$  кпк. Карта меры вращения в скоплении Гидра А показана на Рис. 1.3 в качестве примера. “Пестрота” распределения меры вращения прямо указывает на стохастическую топологию силовых линий магнитного поля. Кроме того наблюдения меры вращения радиоисточника в холодном ядре скопления Гидра А с высоким пространственным разрешением позволили оценить спектр мощности флуктуаций магнитного поля (Vogt & Enßlin, 2005; Kuchar & Enßlin, 2011). Полученный спектр согласуется с зависимостью  $k^{-5/3}$  вплоть до наименьшего разрешаемого масштаба  $k \approx 10$  кпк<sup>-1</sup>. Присутствие завала спектра на больших масштабах  $k \approx 0.5$  кпк<sup>-1</sup> было найдено Vogt & Enßlin (2005), однако не было подтверждено в Kuchar & Enßlin (2011).

## Радиореликты

Другим источником информации о магнитных полях в скоплениях является поляризованное диффузное синхротронное излучение в форме радиореликтов. В отличие от радиогало, реликты наблюдаются на периферии скоплений и обладают сильной поляризацией ( $\sim 20 - 30\%$ ). Они позволяют извлечь информацию о компоненте магнитного поля, перпендикулярной лучу зрения. Считается, что реликты связаны с ударными волнами, образующимися при аккреции вещества на скопления галактик, на которых происходит ускорение релятивистских частиц. Хотя в продолговатых

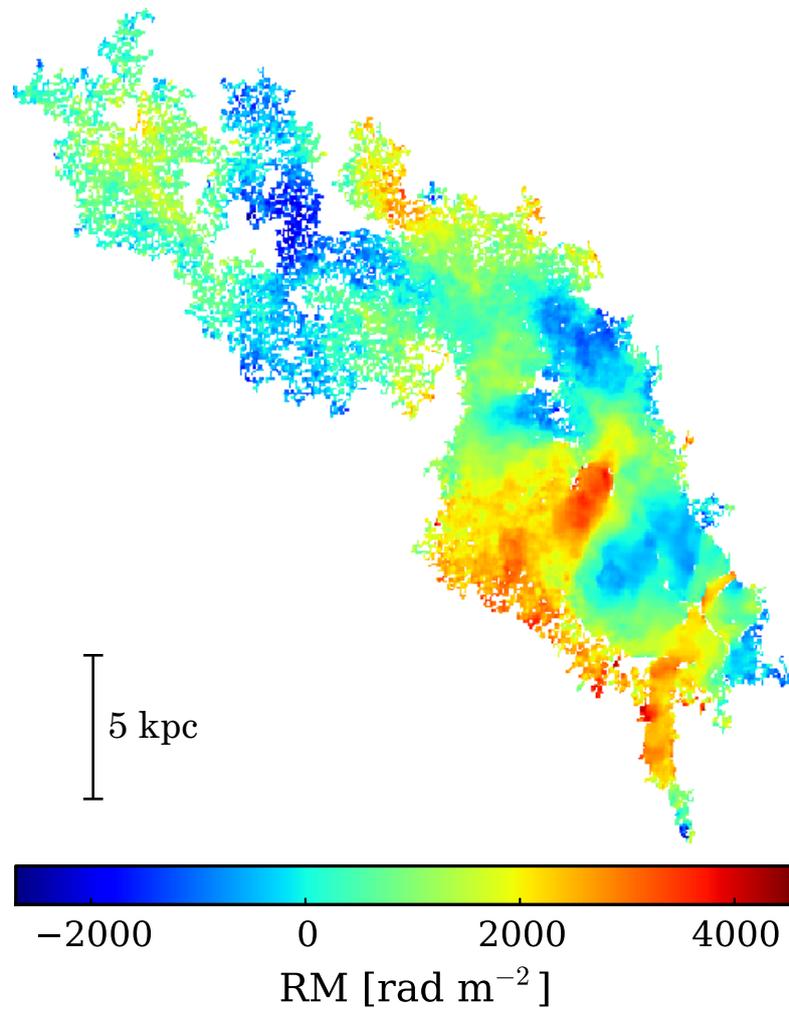


Рис. 1.3: Карта меры фарадеевского вращения в северной части центрального радиоисточника в скоплении Гидра А (Taylor & Perley, 1993).

радиореликтах в результате усиления тангенциальной компоненты поля на ударной волне магнитное поле преимущественно ориентировано параллельно реликтам, некоторые “округлые” реликты демонстрируют более сложную структуру силовых линий (напр., в скоплении Abell 2256, Clarke & Ensslin 2006). Наблюдения таких реликтов дают ценную информацию о магнитных полях на периферии скоплений, в то время как наблюдения фарадеевского вращения привязаны к центрам скоплений.

## Магнитогидродинамическое описание

Простейшая модель МГС на масштабах, существенно превышающих столкновительную длину свободного пробега  $\lambda_{\text{mfp}}$  может быть построена в рамках идеальной (без вязкости) гидродинамики. Однако, глядя на характерные параметры из Таблицы 1.1, становится понятно, что магнитные поля могут влиять на динамику плазмы. В МГС отношение теплового давления плазмы к плотности магнитной энергии составляет  $\beta \sim 100$  в горячей плазме основного объема скоплений. Для дозвуковых турбулентных движений с числами Маха  $M \sim 0.1 - 0.2$  плотность магнитной энергии оказывается сравнимой с плотностью кинетической энергии газа. Таким образом, для надлежащего физического моделирования МГС необходимо использовать по крайней мере уравнения идеальной магнитогидродинамики:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \nabla \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right), \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (1.3)$$

где  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$ ,  $\rho$  — плотность массы,  $\mathbf{v}$  — скорость газа и  $p$  — тепловое давление. Здесь я пренебрег членом, связанным с магнитной диффузией плазмы, так как проводимость межгалактической плазмы крайне велика (т.е. магнитная вязкость крайне мала; см. Таблицу 1.1). Я также не включил гравитационное ускорение  $\mathbf{g}$  в правой части уравнения (1.2) для краткости. Добавление магнитного давления  $(8\pi)^{-1} B^2$  и напряжения магнитных силовых линий  $(4\pi)^{-1} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}$  в правой части уравнения (1.2) приводит к трем дополнительным волновым модам: быстрым и медленным магнитозвуковым волнам и Альфвеновским волнам. Уравнение индукции (1.3) связано с важным свойством плазмы в идеальной магнитогидродинамике — замороженностью магнитного потока. Это свойство приводит к тому, что силовые линии магнитного поля переносятся движениями газа, т.е., оказываются “замороженными” в плазму.

Необходимо отметить, что использование уравнений (1.2) и (1.3) в численном моделировании подразумевает задание  $\text{Re} \sim \text{Rm}$  (где  $\text{Re}$  — гидродинамическое,  $\text{Rm}$  — магнитное числа Рейнолдса), так как гидродинамическая и магнитная вязкости определяются разрешением расчетной сетки. Для характерных параметров скоплений, однако,  $\text{Rm} \gg \text{Re}$ , и масштаб вязкостных турбулентных вихрей на много порядков превышает резистивный масштаб (на котором силовые линии диффундируют). Хотя качественно плазма с  $\text{Re} \sim \text{Rm} \gg 1$  может вести себя подобно случаю  $\text{Rm}/\text{Re} \gg 1$  (как показывают численные симуляции в Schekochihin et al. 2004), турбулентность в скоплениях обладает достаточно низкими числами Рейнолдса  $\text{Re} \sim 1 - 100$  (в отсутствие мелкомасштабных плазменных неустойчивостей), для которых может быть проблематично достичь плотностей магнитной энергии, близких к плотности энергии турбулентных движений.

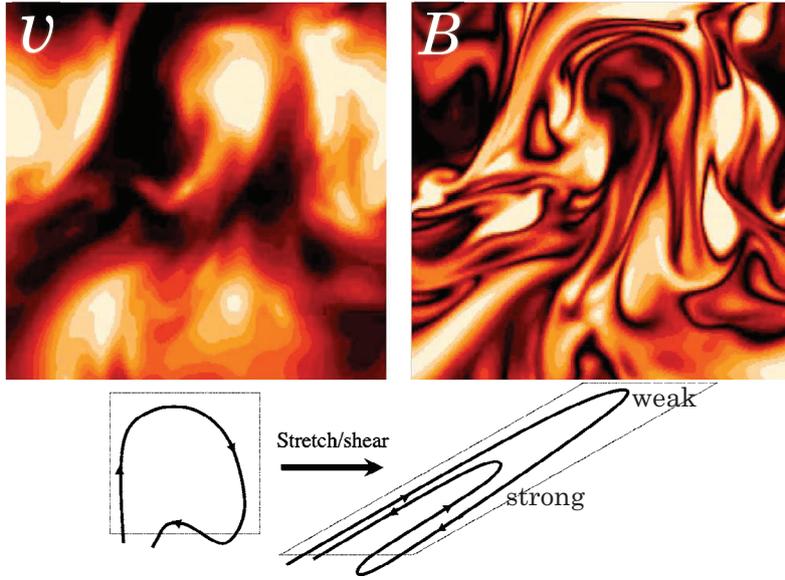


Рис. 1.4: *Снизу*: физический механизм флуктуационного динамо; случайный линейный сдвиг несжимаемым образом растягивает небольшой объем плазмы в одном направлении и сжимает в перпендикулярном направлении, формируя характерную складку. *Сверху*: поперечное сечение величины скорости  $|\mathbf{v}|$  (слева) и силы магнитного поля  $|\mathbf{B}|$  (справа) в насыщенном состоянии трехмерной симуляции турбулентного динамо с  $Re=100$ ,  $Rm=1000$  (адаптировано из работы Schekochihin & Cowley 2006).

### Флуктуационное динамо

Магнитные поля в скоплениях должны были быть усилены по сравнению с их начальным значением ( $B_{\text{seed}} \sim 10^{-21} - 10^{-9}$  Гс), соответствующим Вселенной до формирования структуры (Gnedin et al., 2000; Grasso & Rubinstein, 2001), до наблюдаемых в настоящее время величин. Хаотические движения МГС способны произвести такое усиление за время, гораздо короче характерного возраста скоплений (несколько гигаlet). В то время как были предложены другие механизмы генерации полей с величиной порядка мкГс в скоплениях галактик (например, сжатие космологической плазмы до размеров скопления (например, Dolag et al., 2005) или инъекция полей, созданных АЯГ, в МГС (например, Kronberg et al., 2001)), усиление турбулентностью остается наиболее подходящим вариантом, который интуитивно поддерживается тем наблюдательным фактом, что плотность магнитной энергии в скоплениях близка к плотности кинетической энергии движений плазмы.

Магнитное поле усиливается турбулентностью в МГС за счет механизма, называемого флуктуационным (или мелкомасштабным) динамо. Он представляет собой последовательность случайных растяжений и “складываний” силовых линий магнитного поля, которое в среднем ведет к экспоненциальному росту поля (Batchelor, 1950; Zel’dovich et al., 1984; Zel’dovich et al., 1990). Можно переписать уравнение индукции (1.3) как

$$\frac{1}{B} \frac{dB}{dt} = \mathbf{b}\mathbf{b} : \nabla\mathbf{v} \sim \frac{U}{L} Re^{1/2}, \quad (1.4)$$

где  $\mathbf{b}$  — единичный вектор в направлении магнитного поля,  $L$  — масштаб инжек-

ции турбулентности,  $U$  — скорость турбулентного движения на масштабе инъекции. Член  $\mathbf{bb} : \nabla \mathbf{v}$  представляет собой темп деформации (или растяжения/сдвига) случайным полем скоростей на масштабе вязкостных турбулентных вихрей. Темп деформации меняется стохастически с течением времени, что приводит к среднему экспоненциальному росту магнитной энергии (это будет продемонстрировано более строго в Главе 2). Физика флуктуационного динамо продемонстрирована на Рис. 1.4: случайный линейный сдвиг полем скоростей создает складки силовых линий магнитного поля, вдоль которых поле усиливается, в то время как в точках разворота силовых линий оно становится слабее. В какой-то момент магнитное поле прекращает расти экспоненциально и наступает насыщение: плотность магнитной энергии становится сравнимой с плотностью кинетической энергии турбулентных движений. Тем не менее складчатая структура магнитного поля сохраняется даже в насыщенном состоянии, как было показано в численных симуляциях Schekochihin et al. (2004). Структура насыщенного поля, создаваемая турбулентным полем скоростей с  $\text{Re} = 100$  и  $\text{Rm} = 1000$  показана в верхней части Рис. 1.4. Параллельный масштаб складок  $l_{\parallel}$  близок к масштабу инъекции турбулентности  $L$ , на котором поле скоростей преимущественно осуществляет растяжение, в то время как масштаб разворота силовых линий  $l_{\perp}$  соответствует резистивной шкале  $l_{\text{res}} = LRm^{-1/2}$ .

С точки зрения складчатой структуры магнитного поля ясно, что спектр мощности магнитного поля должен иметь максимум на масштабе разворота силовых линий  $l_{\perp} \sim l_{\text{res}}$ . В то же время удельное сопротивление (или магнитная вязкость) плазмы в скоплениях крайне мало, соответствующее ему магнитное число Рейнольдса  $\text{Rm} = UL/\eta \sim 10^{30}$  очень велико (см. Таблицу 1.1), а резистивный масштаб  $l_{\text{res}} = LRm^{-1/2} \sim 10000$  км, соответственно, очень мал. Следовательно, существует явное противоречие между наблюдаемой величиной длины корреляции магнитного поля  $l_B$  (рассчитанной из положения максимума наблюдаемого спектра мощности поля) и предсказанием теории флуктуационного динамо. В то время как длина  $l_B \sim 1 - 10$  кпк существенно меньше масштаба инъекции турбулентности, очевидно, что ее малость несравнима с малостью резистивного масштаба.

Так или иначе, оказывается, что чисто магнитогидродинамическое описание МГС не является вполне оправданным, потому что заряженные частицы плазмы в скоплениях галактик испытывают столкновения гораздо реже, чем период их обращения вокруг силовых линий магнитного поля. Эта особенность плазмы оказывает глубокий эффект на физику межгалактической плазмы.

### Анизотропия давления

Ключевым свойством межгалактической плазмы является то, что, будучи полностью замагниченной, она обладает лишь слабой столкновительностью. Это означает, что средняя столкновительная длина свободного пробега частиц плазмы  $\lambda_{\text{mfp}} \sim 10$  кпк намного превышает ионный (и электронный) ларморовский радиус  $\rho_i \sim 10^4$  км. Это приводит к сохранению адиабатических инвариантов заряженных частиц в магнитном поле. Первым адиабатическим инвариантом является магнитный момент частицы  $\mu = v_{\perp}^2/(2B)$ , где  $v_{\perp}$  — компонента скорости частицы, перпендикулярная силовой линии поля. Сложив магнитные моменты всех частиц, получим  $p_{\perp}/B = \text{const}$ , где  $p_{\perp}$  — перпендикулярное давление. Таким образом, изменения силы магнитного поля

приводят к изменениям перпендикулярного давления и образованию анизотропии давления.

В случае анизотропной плазмы уравнение (1.2), описывающее динамику плазмы, следует заменить следующим уравнением:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla \left( p_{\perp} + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \nabla \cdot \left[ \mathbf{b}\mathbf{b} \left( p_{\perp} - p_{\parallel} + \frac{B^2}{4\pi} \right) \right], \quad (1.5)$$

которое выполняется на временных шкалах  $\gg \Omega_i^{-1}$  ( $\Omega_i = eB/m_i c$  — ионная ларморовская частота) и пространственных масштабах  $\gg \rho_i = v_{th,i}/\Omega_i$ . Эволюция  $p_{\perp}$  может быть определена, если продифференцировать условие  $p_{\perp}/B = \text{const}$  и допустить возможность редких столкновений, изотропизирующих давление:

$$\frac{1}{p_{\perp}} \frac{dp_{\perp}}{dt} \sim \frac{1}{B} \frac{dB}{dt} - v_{ii} \frac{p_{\perp} - p_{\parallel}}{p_{\perp}}, \quad (1.6)$$

где второй член в правой части уравнения отражает релаксацию анизотропии давления с темпом ион-ионных столкновений  $v_{ii} \sim v_{th,i}/\lambda_{mf\ddot{p}}$ <sup>1</sup>. Используя уравнение индукции (1.4) для несжимаемой плазмы и предполагая стационарное состояние  $dp_{\perp}/dt \sim 0$ , получим

$$\Delta \equiv \frac{p_{\perp} - p_{\parallel}}{p_{\perp}} \sim \frac{S}{v_{ii}}, \quad (1.7)$$

где темп сдвига полем скоростей обозначен как  $S \equiv \mathbf{b}\mathbf{b} : \nabla \mathbf{v} \sim (U/L)\text{Re}^{1/2}$ . Уравнение (1.7) прямо демонстрирует, как анизотропия давления  $\Delta$  возникает в ходе эволюции магнитного поля в поле скоростей. Закон сохранения энергии, следующий из уравнений (1.5) и (1.4), имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\langle v^2 \rangle}{2} + \frac{\langle B^2 \rangle}{8\pi} \right) = -\mu_{\parallel} \langle |\mathbf{b}\mathbf{b} : \nabla \mathbf{v}|^2 \rangle = -\mu_{\parallel} \left\langle \left( \frac{1}{B} \frac{dB}{dt} \right)^2 \right\rangle, \quad (1.8)$$

где  $\mu_{\parallel} \sim p_{\perp}/v_{ii} \sim v_{th,i}\lambda_{mf\ddot{p}}$  — “параллельная” вязкость Брагинского (Braginskii, 1965). Роль  $\mu_{\parallel}$  сводится к диссипации таких движений плазмы, которые меняют силу магнитного поля, в то время как движения, сохраняющие  $B$ , оказываются разрешенными на масштабах меньше вязкостного. Такими движениями может быть каскад поперечных альфвеновских волн. Однако даже уравнение (1.5) оказывается некорректным, если  $|p_{\perp} - p_{\parallel}| \gtrsim B^2$ , из-за стремительного развития кинетических микро-неустойчивостей, максимум инкремента которых приходится на масштаб ионного ларморовского радиуса.

<sup>1</sup>Далее в этой главе будет рассматриваться лишь анизотропия давления ионов, так как электронная анизотропия обычно оказывается малой за счет того, что электронная частота столкновений  $\nu_e$  превышает ионную  $\nu_{ii}$  в  $(m_i/m_e)^{1/2} \approx 40$  раз [см. уравнение (1.7)].

## Кинетические неустойчивости

### Шланговая неустойчивость

Допустим, что малый объем плазмы несжимаемо растягивается полем скоростей с линейным сдвигом  $S \equiv \mathbf{bb} : \nabla \mathbf{v}$ , при этом зададим локальное магнитное поле перпендикулярно направлению растяжения, т.е. вдоль направления сжатия. По мере действия линейного сдвига магнитное поле  $B$  будет уменьшаться:

$$\frac{1}{B} \frac{dB}{dt} = S < 0. \quad (1.9)$$

Тогда из уравнения (1.7) анизотропия давления  $\Delta$  отрицательна. Добавим к магнитному полю небольшое перпендикулярное возмущение (см. Рис. 1.5). Частицы плазмы,<sup>2</sup> двигающиеся с параллельной тепловой скоростью  $v_{\text{th}\parallel}$  вдоль изгиба силовой линии с радиусом кривизны  $R$  действуют на силовую линию центробежной силой  $F_R = m_i n v_{\text{th}\parallel}^2 / R$ . Центробежная сила направлена наружу и стремится изогнуть силовую линию сильнее. Ей противостоит сила перпендикулярного давления  $F_{p\perp} = p_{\perp} / R$ , а также натяжение силовой линии  $F_B = B^2 / (4\pi R)$ . Условие равновесия запишется следующим образом:

$$\frac{m_i n v_{\text{th}\parallel}^2}{R} = \frac{p_{\perp}}{R} + \frac{B^2}{4\pi R}. \quad (1.10)$$

Используем  $p_{\parallel} = n m_i v_{\text{th}\parallel}^2$  и введем обозначения  $\beta_{\perp} = 8\pi p_{\perp} / B^2$ ,  $\beta_{\parallel} = 8\pi p_{\parallel} / B^2$ . Тогда получим условие развития шланговой неустойчивости:

$$\beta_{\perp} + 2 < \beta_{\parallel}. \quad (1.11)$$

Для малой величины анизотропии,  $\beta_{\perp} \approx \beta_{\parallel} \approx \beta$ , условие можно переписать как

$$\Delta < -\frac{2}{\beta}. \quad (1.12)$$

Для характерных параметров горячей МГС из Таблицы 1.1 можно оценить  $|\Delta| \sim U / (v_{ii} L) \sim 0.01$  и  $\beta \sim 100$ . Ясно, что межгалактическая плазма оказывается неустойчивой в присутствии случайного локального турбулентного сдвига, если локальное поле ориентировано вдоль направления сжатия, несмотря на малость анизотропии.

Дисперсионное соотношение для малых альфвеновских возмущений в анизотропной плазме можно получить путем линеаризации уравнения (1.5). В результате имеем

$$\omega = \pm k_{\parallel} \left( p_{\perp} - p_{\parallel} + \frac{B^2}{4\pi} \right)^{1/2}, \quad (1.13)$$

где  $\omega$  — круговая частота,  $k_{\parallel}$  — параллельное волновое число волны возмущения. Когда  $p_{\perp} - p_{\parallel} + B^2 / (4\pi) < 0$ ,  $\omega$  становится мнимой и развивается шланговая неустойчивость. Инкремент неустойчивости  $\propto k_{\parallel}$ , так что быстрее всего растут возмущения

<sup>2</sup>Будем считать их ионами для простоты. Условия развития шланговой и зеркальной неустойчивостей зависят как от ионной, так и от электронной анизотропий давления. Однако электронная анизотропия обычно существенно меньше за счет высокой частоты электронных столкновений [см. уравнение (1.7)].

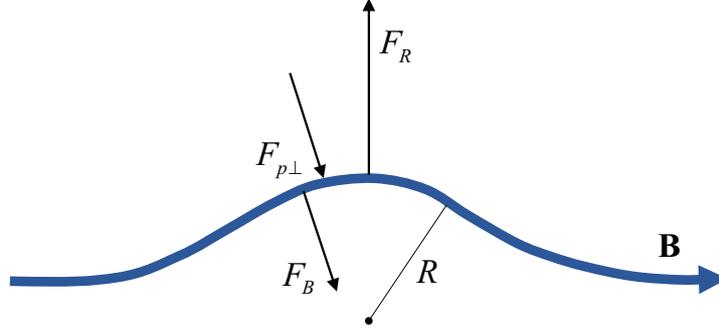


Рис. 1.5: Механизм развития шланговой неустойчивости.

на масштабах, много меньших длины свободного пробега. Таким образом, описание межгалактической плазмы, основанное на уравнении (1.5), оказывается некорректным, если удовлетворено условие развития шланговой неустойчивости (1.12), когда необходимо перейти к кинетическому описанию плазмы. Кинетическое рассмотрение неустойчивости позволяет определить, что максимум роста неустойчивости достигается на масштабах ионного ларморовского радиуса, т.е.  $k_{\parallel}\rho_i \sim 1$ .

Мы видим, что крупномасштабные хаотические движения газа, меняющие магнитные поля, приводят к развитию анизотропии давления, которая, в свою очередь, вызывает развитие шланговой неустойчивости в случае отрицательной анизотропии  $\Delta < 0$ . Неустойчивость стабилизируется, когда магнитное поле становится достаточно сильным, чтобы скомпенсировать энергию, связанную анизотропией давления, т.е.  $B^2/(4\pi) > |p_{\perp} - p_{\parallel}|$ . Шланговые возмущения затем становятся устойчивыми альфвеновскими волнами, которые могут образовать турбулентный каскад вплоть до масштабов ионного ларморовского радиуса, не будучи подверженными влиянию столкновений.

### *Зеркальная неустойчивость*

В областях, где индукция магнитного поля растет за счет растяжения силовых линий движениями плазмы, возникает положительная анизотропия  $p_{\perp} > p_{\parallel}$  и может развиваться неустойчивость другого типа, называемая зеркальной неустойчивостью. Зеркальная неустойчивость является чисто кинетической, и не может быть должным образом выведена из жидкостных уравнений.

Рассмотрим сначала движение заряженной частицы в статическом периодическом магнитном поле, индукция которого изменяется в диапазоне между  $B_{\min}$  и  $B_{\max}$  вдоль силовой линии как  $B = B(\ell)$ , где  $\ell$  — координата вдоль силовой линии. Магнитное поле не меняет кинетическую энергию частицы. Если индукция магнитного поля меняется плавно (так чтобы ее изменения были малы на масштабе ларморовского радиуса), частица также сохраняет свой магнитный момент (первый адиабатический инвариант),

$$\mu = \frac{v_{\perp}^2}{2B} \propto \frac{1 - \xi^2}{B} = \text{const}, \quad (1.14)$$

по мере движения вдоль силовой линии. Здесь  $\xi = \cos \theta$ ,  $\theta$  — угол наклона орбиты частицы, так что  $v_{\parallel} = v\xi$ . Тогда при перемещении частицы из точки  $\ell_0$  в точку  $\ell_1$

выполняется  $(1 - \xi_0^2)/B_0 = (1 - \xi_1^2)/B_1$ , где индексы обозначают величины поля в соответствующих точках. Для  $\xi_1$  получим

$$\xi_1^2 = 1 - \frac{B_1}{B_0}(1 - \xi_0^2). \quad (1.15)$$

Когда правая часть этого уравнения равняется нулю, параллельная скорость частицы меняет знак: частица отражается от области с достаточно сильным полем  $B_1 > B_0$  и становится захваченной между соседними областями, где  $B = B_1$ . Условие на захват частицы запишется как

$$\xi_0 < \xi_{\text{crit}} = (1 - B_0/B_{\text{max}})^{1/2}. \quad (1.16)$$

Величина  $\xi_{\text{crit}}$  определяет для частиц так называемый конус потерь. Частицы, находящиеся в конусе потерь с  $\xi_0 > \xi_{\text{crit}}$  являются "пролетными". Они распространяются среди возмущений поля свободно, лишь периодически изменяя величину (но не знак) своей параллельной скорости, чтобы сохранить магнитный момент. Частицы снаружи конуса потерь ( $\xi_0 < \xi_{\text{crit}}$ ) неизбежно оказываются захвачены между соседними областями достаточно сильного поля. Движение обоих типов частиц может быть описано в терминах эффективной "зеркальной" силы, которую можно получить из условия сохранения магнитного момента  $d\mu/d\ell = 0$ :

$$\dot{\xi} = -\frac{1 - \xi^2}{2B} \frac{dB}{d\ell}, \quad (1.17)$$

где точка обозначает лагранжевую производную по времени. Уравнение (1.17) прямо демонстрирует вытеснение частиц из областей с сильным магнитным полем. Этот факт играет ключевую роль в физике зеркальной неустойчивости.

Рассмотрим теперь плазму с бимаксвелловской функцией распределения  $F$ ,

$$F(\mathbf{v}) = n \left( \frac{m_i}{2\pi T_{\perp}} \right) \left( \frac{m_i}{2\pi T_{\parallel}} \right)^{1/2} \exp \left[ - \left( \frac{W_{\perp}}{T_{\perp}} + \frac{W_{\parallel}}{T_{\parallel}} \right) \right], \quad (1.18)$$

где  $W_{\perp} = m_i v_{\perp}^2/2$ ,  $W_{\parallel} = m_i v_{\parallel}^2/2$  — перпендикулярная и параллельные энергии частицы, а соответствующие температуры определены как

$$T_{\perp} = \frac{1}{n} \int d^3\mathbf{v} W_{\perp} F, \quad (1.19)$$

$$T_{\parallel} = \frac{1}{n} \int d^3\mathbf{v} 2W_{\parallel} F, \quad (1.20)$$

где  $d^3\mathbf{v} = 2\pi v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel}$ . Добавим теперь малое медленно меняющееся (по сравнению с ионной ларморовской частотой) длинноволновое (по сравнению с ионным ларморовским радиусом) возмущение индукции магнитного поля вдоль силовой линии,

$$\delta B \propto \exp(ik_{\parallel}\ell + \gamma t), \quad (1.21)$$

где  $k_{\parallel} \ll \rho_i^{-1}$ ,  $\gamma \ll \Omega_i$ . Опишем сначала поведение частиц с  $v_{\parallel} > \gamma/k_{\parallel}$ . Будем считать, что  $\gamma$  достаточно мала, чтобы  $\gamma/k_{\parallel} \ll v_{\text{th}}$ . Тогда такие частицы пересекают области разной  $B$  быстрее, чем магнитное поле изменяется во времени, и значит, для них поле

практически статично. Они представляют собой наибольшую часть частиц плазмы. Поэтому будем называть их “основными” (следуя Southwood & Kivelson 1993). Основные частицы практически не меняют своей кинетической энергии  $W = W_{\parallel} + W_{\perp}$ : происходит лишь обмен энергией между перпендикулярной и параллельной степенями свободы с целью сохранения магнитного момента  $\mu$ . Изменения  $W_{\perp}$  и  $W_{\parallel}$  частиц плазмы можно выразить как

$$\delta W_{\perp} = \mu \delta B, \quad (1.22)$$

$$\delta W_{\parallel} = \delta W - \mu \delta B, \quad (1.23)$$

где для основных частиц  $\delta W \rightarrow 0$ . Величина функции распределения  $F$  вдоль траекторий частиц остается постоянной по теореме Лиувилля. Этот факт можно использовать, чтобы найти изменение функции распределения основных частиц, связанное с вариациями индукции магнитного поля:

$$\Delta F_b = -\delta W_{\parallel} \frac{\partial F_b}{\partial W_{\parallel}} - \delta W_{\perp} \frac{\partial F_b}{\partial W_{\perp}} = \frac{\mu \delta B}{T_{\perp}} \left( 1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right) F_b. \quad (1.24)$$

Здесь  $\delta$  обозначает лагранжеву вариацию вдоль траектории частицы. Это уравнение показывает характерное поведение основных частиц: их функция распределения (и соответствующее перпендикулярное давление) реагирует на изменения магнитного поля в противофазе, если анизотропия температуры положительна ( $T_{\perp} > T_{\parallel}$ ). Этот факт в конечном счете ведет к неустойчивости, потому что в областях с растущим магнитным полем перпендикулярное давление основных частиц падает.

Рассмотрим теперь малую долю частиц, обладающих параллельными скоростями, близкими к нулю  $v_{\parallel} < \gamma/k_{\parallel}$  (их угол наклона орбиты близок к  $90^\circ$ ). Эти частицы “чувствуют” локальные изменения величины магнитного поля со временем. Поэтому их перпендикулярная и, при неизменной параллельной, полная энергии растут/убывают в областях, где растет/убывает магнитная индукция за счет так называемого бетатронного нагрева/охлаждения. По этой причине такие частицы можно считать резонансными. Их поведение радикально отличается от поведения основных частиц (см. Рис. 1.6). Энергия резонансных частиц изменяется синфазно с магнитными возмущениями, сохраняя величину магнитного момента частиц:

$$\frac{dW}{dt} = \mu \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (1.25)$$

где  $d/dt$  — лагранжева производная по времени. Тогда, интегрируя (1.25) для волнового возмущения магнитной индукции [уравнение (1.21)], получим

$$\delta W = \frac{\gamma}{\gamma + ik_{\parallel} v_{\parallel}} \mu \delta B. \quad (1.26)$$

Соответствующее изменение функции распределения резонансных частиц запишется как

$$\delta F_{\text{res}} = -\frac{\partial F_{\text{res}}}{\partial W} \delta W = -\frac{\partial F_{\text{res}}}{\partial W_{\parallel}} \delta W = \frac{\mu \delta B}{T_{\parallel}} \frac{\gamma}{\gamma + ik_{\parallel} v_{\parallel}} F_{\text{res}} \quad (1.27)$$

Теперь становится возможным определить полное изменение функции распределения  $\delta F$ , учитывая вклад обоих типов частиц, комбинируя уравнения уравнения (1.24) и (1.27):

$$\delta F = -\delta W_{\parallel} \frac{\partial F}{\partial W_{\parallel}} - \delta W_{\perp} \frac{\partial F}{\partial W_{\perp}} = \left[ \frac{\mu \delta B}{T_{\perp}} \left( 1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right) + \left( \frac{\mu \delta B}{T_{\parallel}} \frac{\gamma}{\gamma + ik_{\parallel} v_{\parallel}} \right) \right] F. \quad (1.28)$$

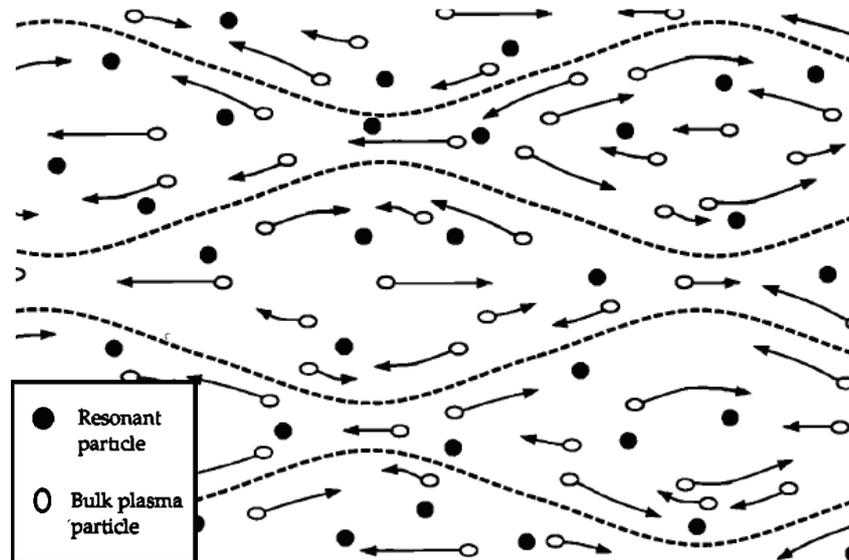


Рис. 1.6: Механизм зеркальной неустойчивости. Белые частицы представляют собой большинство частиц плазмы: они распространяются вдоль среднего поля, проходя через периодические вариации магнитной индукции. Их энергия практически не изменяется, лишь перераспределяясь между перпендикулярной и параллельной степенями свободы, так как возмущения магнитного поля растут медленно. При наличии положительной анизотропии температуры функция распределения и перпендикулярное давление таких частиц (назовем их “основными”) отвечают на возмущение магнитного поля в противофазе [уравнение (1.24)]. Черные частицы являются резонансными. Их параллельная скорость близка к нулю, поэтому они “чувствуют” локальное изменение магнитного поля со временем, нагреваясь в областях с растущим полем и охлаждаясь там, где поле убывает, за счет увеличения перпендикулярной энергии при сохранении магнитного момента (бетатронный нагрев/охлаждение). Перпендикулярное давление этих частиц изменяется синфазно с ростом магнитных возмущений [уравнение (1.27)].

Взятие второго момента от  $\delta F$  по  $v_\perp$  и наложение условия баланса перпендикулярного давления дает

$$\frac{B\delta B}{4\pi} + 2p_\perp \left(1 - \frac{T_\perp}{T_\parallel}\right) \frac{\delta B}{B} + 2 \left( \int dv_\parallel \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + k_\parallel^2 v_\parallel^2} F_\parallel \right) \frac{T_\perp}{T_\parallel} \frac{\delta B}{B} = 0, \quad (1.29)$$

где  $F_\parallel$  — функция распределения параллельных скоростей частиц после интегрирования по перпендикулярным скоростям. В уравнении (1.29) второй член соответствует недостатку/излишку давления основных частиц с положительной анизотропией функции распределения в областях, где индукция магнитного поля растет/убывает [см. уравнение (1.24)]. Первый член отражает сопротивление сжатию, которое магнитное давление оказывает там, где поле растет и основные частицы создают недостаток давления. Наконец, третий член описывает вклад резонансных частиц в полное давление: в отличие от основных частиц, их давление реагирует на изменения поля синфазно. Переходя к пределу  $\gamma \rightarrow 0$ , получим инкремент зеркальной неустойчивости:

$$\gamma = -k_\parallel \frac{B^2/(8\pi) + T_\parallel - T_\perp}{\pi(T_\perp^2/T_\parallel)F_{\text{res}\parallel}}, \quad (1.30)$$

где  $F_{\text{res}\parallel} = F_\parallel(0)$ . Особенностью зеркальной неустойчивости является то, что ее инкремент обратно пропорционален доле резонансных частиц в отличие от обычной резонансной неустойчивости. Используя  $F_\parallel(0) = (m_i/2\pi T_\parallel)^{1/2}$ ,  $v_{\text{th}\parallel} = (T_\parallel/m_i)^{1/2}$  (параллельная тепловая скорость), перепишем уравнение (1.30) как

$$\gamma = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\beta_\parallel}{\beta_\perp^2} \left[ \beta_\perp \left(\frac{\beta_\perp}{\beta_\parallel}\right) - 1 \right] k_\parallel v_{\text{th}\parallel}. \quad (1.31)$$

Для малой величины анизотропии, характерной для межгалактической среды ( $\Delta \sim 0.01$ ),  $\beta_\perp \approx \beta_\parallel \approx \beta$ , и уравнение (1.31) значительно упрощается:

$$\gamma = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left[ \Delta - \frac{1}{\beta} \right] k_\parallel v_{\text{th}\parallel}. \quad (1.32)$$

Инкремент положителен, когда

$$\Delta > \frac{1}{\beta}, \quad (1.33)$$

что является условием развития зеркальной неустойчивости. Для характерных параметров скопления ( $\Delta \sim 0.01$ ,  $\beta \sim 100$ ), неустойчивость вероятно может быть вызвана турбулентным растяжением силовых линий магнитного поля в большей части объема плазмы. Это предположение основано на том факте, что флуктуационное динамо предсказывает складчатую структуру магнитных полей. В таких полях области разворота силовых линий, где магнитное поле убывает и растут шланговые возмущения, занимают небольшую часть объема, в то время как растяжение силовых линий происходит практически везде вдоль складок.

Зеркальная неустойчивость насыщается в два этапа (Kivelson & Southwood, 1996; Schekochihin et al., 2008; Kunz et al., 2014). После начальной фазы экспоненциального роста магнитное поле становится достаточно сильным, чтобы привести плазму в граничное состояние  $\Delta \rightarrow 1/\beta$ . Частицы, захваченные между магнитных зеркал,

играют ключевую роль с механизме насыщения. Их доля составляет  $\sim (\delta B/B)^{1/2}$  [вспомним, что захваченные частицы находятся снаружи конуса потерь, т.е. для них  $\xi < \xi_{\text{crit}} = (1 - B/B_{\text{max}})^{1/2} \sim (\delta B/B)^{1/2}$ , см. уравнение (1.16)]. Магнитное поле можно разложить на две компоненты:

$$\mathbf{B} = \langle \mathbf{B} \rangle + \delta \mathbf{B}. \quad (1.34)$$

Первая компонента отвечает среднему полю, усиливаемому локальным полем скоростей, представляющим на малых масштабах линейный сдвиг  $S$ ,  $d \ln |\langle \mathbf{B} \rangle| / dt = S$ . Вторая компонента представляет собой растущие зеркальные возмущения. Пролетные частицы ощущают лишь рост поля в среднем, в то время как для захваченных частиц средний рост поля компенсируется углублением магнитных ям. В результате среднее усиление поля оказывается скомпенсировано убывающим полем в областях нахождения захваченных частиц:

$$-\frac{d|\overline{\delta \mathbf{B}}|}{dt} \sim \frac{d|\delta \mathbf{B}|^{3/2}}{dt} \sim \frac{d \ln |\langle \mathbf{B} \rangle|}{dt} = S, \quad (1.35)$$

где верхнее подчеркивание обозначает усреднение по траекториям частиц (т.е. усреднение по осцилляциям захваченных частиц). Это приводит к секулярному росту зеркальных флуктуаций,  $\langle \delta B^2 \rangle \sim (St)^{4/3}$ . На этом этапе частицы преимущественно сохраняют свой магнитный момент, т.е. аномального рассеяния на магнитных флуктуациях не происходит. На второй этапе наступает конечное насыщение, вызванное рассеянием ионов на резких ( $\sim \rho_i$ ) изменениях магнитной индукции вдоль среднего поля, которые встречаются на границах магнитных зеркал. Описанный механизм насыщения был недавно подтвержден численным моделированием в работе Kunz et al. (2014).

### *Роль неустойчивостей*

Основная роль двух описанных выше неустойчивостей заключается в удержании величины анизотропии плазмы в диапазоне  $-2/\beta < \Delta < 1/\beta$  (например, Melville et al., 2015). Вспоминая уравнение (1.7), запишем

$$\frac{|S|}{v_{ii}} \lesssim 1/\beta. \quad (1.36)$$

Это означает, что для удержания плазмы в граничном состоянии либо темп линейного сдвига поля скоростей  $S$ , либо темп рассеяния ионов  $v_{ii}$  должны быть модифицированы неустойчивостями (e.g., Mogavero & Schekochihin, 2014). Оба сценария влияют на генерацию магнитных полей флуктуационным динамо.

В первом случае темп роста магнитного поля подавляется, и в упрощенной модели Mogavero & Schekochihin (2014) продемонстрировали, что флуктуационное динамо оказывается неспособным усилить магнитные поля с затравочной величины  $10^{-21} - 10^{-9}$  мкГс до текущего наблюдаемого значения  $\sim 1 - 10$  мкГс. Во втором случае эффективный темп рассеяния увеличен (вероятно, за счет аномального рассеяния на флуктуациях магнитного поля на ларморовских масштабах), а значит число Рейнольдса становится больше в уравнении (1.4). Как показано Schekochihin & Cowley (2006), такой сценарий приводит к взрывному росту магнитного поля, и динамо,

как следствие, оказывается самоускоренным. В этом случае флуктуационное динамо хорошо справляется с задачей усиления поля до наблюдаемых величин за космологически короткое время. Данный результат может оказаться важным в свете сомнений, что времени жизни скопления может оказаться недостаточно, чтобы немодифицированное флуктуационное динамо усилило магнитные поля при низких числах Рейнолдса в горячей межгалактической среде.

Другим потенциальным следствием сценария с увеличенной столкновительностью может явиться то, что в областях разворота силовых линий магнитного поля, где его величина мала, шланговая неустойчивость способна усилить поле, при этом увеличивая пространственный масштаб разворота силовых линий до  $\sim 0.1 - 1$  кпк (Schekochihin & Cowley, 2006). Это позволило бы согласовать результаты теории флуктуационного динамо, предсказывающего разворот силовых линий на резистивном масштабе, с наблюдениями фарадеевского вращения, свидетельствующими о наличии максимума спектра мощности магнитного поля в области  $\sim 1$  кпк $^{-1}$ . На масштабах меньше длины разворота силовых линий может образоваться каскад альфвеновских волн. Такие возмущения имеют спектр  $k_{\perp}^{-5/3}$  (Goldreich & Sridhar, 1995). Похожий спектр наблюдается в скоплении Гидра А (Kuchar & Enßlin, 2011; Vogt & Enßlin, 2005).

Для темы данной работы более важна способность магнитных флуктуаций, создаваемых зеркальной неустойчивостью, существенно повлиять на процесс теплопереноса в плазме. Разумно предположить, основываясь на механизме флуктуационного динамо, что зеркальная неустойчивость развивается в большей части объема межгалактической плазмы. Тогда магнитные зеркала с амплитудой  $\delta B/B \sim 1$ , создаваемые неустойчивостью, могут значительно подавить теплопроводность за счет захвата электронов, переносящих тепло. Этот эффект подробно описан в Главе 3.

## 1.3 Теплопроводность в межгалактическом газе

Сегодняшние области активных исследований скоплений галактик включают изучение нетепловых частиц, обратной связи АЯГ и формирование крупной структуры. Корректное моделирование этих явлений требует хорошего понимания лежащей в их основе физики межгалактического газа. Ее важным ингредиентом являются процессы переноса. В то время как их полноценный учет в космологических численных симуляциях скоплений крайне затруднителен, они могут влиять на некоторые крупномасштабные свойства скоплений, например, на радиальные профили температуры. Поэтому возникает необходимость введения некоей подсеточной модели, в той или иной мере описывающей эффект микрофизики переноса частиц. Кроме того, скопления галактик играют роль уникальных астрофизических лабораторий, позволяющих изучение турбулентной плазмы с высоким  $\beta$ , которую трудно создать в наземных экспериментах. В этой работе преимущественно обсуждаются вопросы теплопроводности в межгалактическом газе.

### 1.3.1 Спитцеровская теплопроводность

МГС представляет собой полностью ионизованную разряженную плазму. В такой плазме длины свободного пробега заряженных частиц определяются кулоновскими

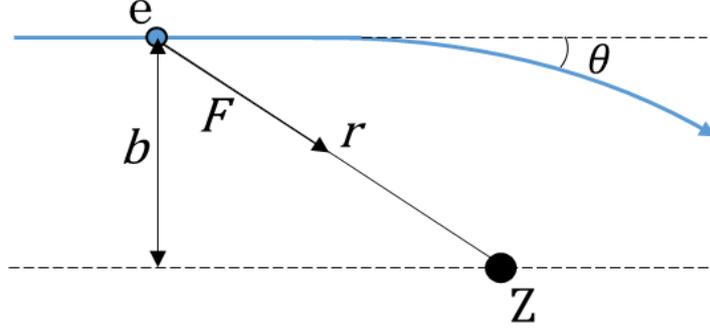


Рис. 1.7: Иллюстрация кулоновского рассеяния на малый угол.

столкновениями. Простой расчет рассеяния электрона на малый угол в электрическом поле иона позволяет получить электрон-ионную частоту рассеяния  $\nu_{ei} \propto n/T^{3/2}$ . Здесь я коротко повторю это вычисление. Рассмотрим электрон со скоростью  $v$  и прицельным параметром  $b$ , который рассеивается на ионе с зарядом  $Z$  (Рис. 1.7). Будем считать, что электрон рассеивается на малый угол  $\theta$ , так что его абсолютная скорость практически не изменяется. Вектор скорости электрона отклоняется компонентой кулоновской силы  $F_{\perp}$ , перпендикулярной направлению движения электрона,  $F_{\perp} = b/r \times Ze^2/r^2$ , которая действует на протяжении времени  $\Delta t \sim b/v$ .

Изменение перпендикулярной скорости электрона составляет  $v_{\perp} = F_{\perp}\Delta t/m_e = Ze^2b^2/(m_evr^3) \sim Ze^2/(m_ebv)$ . Тогда параллельная скорость электрона изменяется на

$$\Delta v_{\parallel} = v(1 - \cos \theta) \sim v \frac{\theta^2}{2} \sim \frac{\Delta v_{\perp}^2}{2v} \sim \frac{Z^2 e^4}{m_e^2 b^2 v^3}. \quad (1.37)$$

Интегрируя по прицельным параметрам  $b$ , получим изменение параллельного импульса  $\Delta P_{\parallel}$  электронного пучка плотности  $n$  за время  $\Delta t$  при рассеянии на ионе:

$$\frac{\Delta P_{\parallel}}{\Delta t} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} db \, 2\pi b \, m_e n v \Delta v_{\parallel} = \frac{Z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}. \quad (1.38)$$

Здесь  $\ln(b_{\max}/b_{\min}) \equiv \ln \Lambda$  — кулоновский логарифм, являющийся слабой функцией параметров плазмы. Для характерных плотностей и температур скоплений  $\ln \Lambda \sim 40$ . Частота столкновений  $\nu_{ei}$  может быть определена как темп потери параллельного импульса пучка электронов,  $\nu_{ei} \equiv -P_{\parallel}^{-1} \Delta P_{\parallel} / \Delta t$ . В итоге получаем

$$\nu_{ei} \sim \frac{Z^2 e^4 n}{m_e^2 v^3} \ln \Lambda. \quad (1.39)$$

Плазма скоплений преимущественно водородная, поэтому  $Z \sim 1$ . Для столкновений между тепловыми частицами с точностью до множителя порядка единицы

$$\nu_{ei} \sim \nu_{ee} \sim \frac{ne^4}{m_e^{1/2} T^{3/2}} \ln \Lambda. \quad (1.40)$$

Чтобы получить электрон-электронную частоту столкновений  $\nu_{ee}$  из электрон-ионной, необходимо заменить массу электрона  $m_e$  на приведенную массу  $m_e/2$ , и  $\nu_{ee} = \sqrt{2}\nu_{ei}$ .

Длина свободного пробега тогда становится

$$\lambda_{\text{mfp}} \sim \frac{T^2}{ne^4 \ln \Lambda}. \quad (1.41)$$

Длины свободного пробега электронов и ионов приблизительно равны, если оба сорта частиц имеют одинаковую температуру  $T$ . Точный вывод был сделан в работе Spitzer (1956), где было получено

$$\lambda_{\text{mfp}} = \frac{3^{3/2} T^2}{4\pi^{1/2} ne^4 \ln \Lambda}. \quad (1.42)$$

Численно,

$$\lambda_{\text{mfp}} \approx 23 \text{ кpc} \left( \frac{T}{10^8 \text{ К}} \right)^2 \left( \frac{n}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1}. \quad (1.43)$$

Обсудим теперь теплопроводность. Из-за того что тепловая скорость электронов намного превышает тепловую скорость ионов, тепло переносится преимущественно электронами. В плазме без магнитного поля с градиентом температуры, если пространственный масштаб градиента много больше длины свободного пробега, тепловой поток равен

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T. \quad (1.44)$$

Spitzer (1956) вычислил коэффициент теплопроводности  $\kappa$  в водородной плазме с учетом эффектов самосогласованного электрического поля, которое индуцируется потоком электронов. Его результат можно записать следующим образом:

$$\kappa_{\text{Sp}} = 0.76 n \lambda_{\text{mfp}} v_{\text{th},e} \approx 4.6 \times 10^{13} \left( \frac{T}{10^8 \text{ К}} \right)^{5/2} \left( \frac{\ln \Lambda}{40} \right)^{-1} \text{ ergs s}^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ K}^{-1}. \quad (1.45)$$

Стоит отметить сильную зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Теперь можно оценить характерное для скоплений время теплопереноса:

$$t_{\text{cond}} \sim n l_T^2 / \kappa_{\text{Sp}} \sim 10^7 \frac{n}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \left( \frac{l_T}{100 \text{ кpc}} \right)^2 \left( \frac{T}{10^8 \text{ К}} \right)^{-5/2} \text{ yr}, \quad (1.46)$$

где  $l_T$  — характерная длина, на которой действует градиент температуры. Это время достаточно коротко по сравнению с типичными динамическими временами в МГС. Значит, если теплопроводность была бы настолько эффективна, различные структуры, наблюдаемые на картах температуры скоплений [холодные фронты (например, Markevitch & Vikhlinin, 2007), филаменты (например, Fabian et al., 2011), и т.д.], не сохранились бы за время эволюции скоплений.

### 1.3.2 Теплопроводность Брагинского

При температурах и плотностях межгалактической среды даже небольшое, не играющее роли в динамике плазмы магнитное поле способно полностью замагнитить ее. В самом деле, электронный ларморовский радиус

$$\rho_e \approx 10^{-13} \text{ кpc} \left( \frac{T}{10^8 \text{ К}} \right)^{1/2} \left( \frac{B}{1 \mu\text{G}} \right)^{-1} \quad (1.47)$$

крайне мал по сравнению с практически любой характерной длиной в скоплениях. В такой плазме тепловой поток неизбежно становится анизотропным. Полноценный расчет анизотропных коэффициентов переноса в замагниченной плазме был сделан в работе Braginskii (1965). При этом ясно, что электронная теплопроводность перпендикулярно силовым линиям магнитного поля  $\kappa_{\perp}$  пренебрежимо мала, так как  $\kappa_{\perp} \sim n\rho_e^2\nu_e \sim n(\rho_e/\lambda_{\text{mfp}})^2\kappa_{\text{Sp}} \ll \kappa_{\text{Sp}}$ , где  $\nu_e$  — электронная частота столкновений. Так происходит из-за того, что за каждое рассеяние перпендикулярное перемещение электрона составляет лишь порядка  $\rho_e$ . Поэтому в МГС электроны переносят тепло вдоль силовых линий с коэффициентом теплопроводности  $\kappa_{\parallel}$ , который равен спитцеровской теплопроводности (1.45), если нет дополнительных эффектов подавления теплопереноса. Тепловой поток в присутствии магнитного поля можно записать как

$$\mathbf{q} = \kappa_{\parallel} \mathbf{b} \mathbf{b} \cdot \nabla T, \quad (1.48)$$

где  $\mathbf{b}$  — единичный вектор в направлении локального магнитного поля. Это выражение говорит о том, что только компонента градиента температуры, параллельная магнитному полю, играет роль в генерации потока тепла. В то же время лишь компонента конечного теплового потока  $q_{\nabla T}$ , параллельная градиенту температуры переносит энергию,

$$q_{\nabla T} = \cos^2 \theta \kappa_{\parallel} \nabla T, \quad (1.49)$$

где  $\theta$  — угол между направлением магнитного поля и градиентом температуры. Таким образом, эффективный тепловой поток вдоль градиента подавляется за счет множителя  $\cos^2 \theta$ .

Ситуация усложняется тем, что межгалактический газ является турбулентным, а магнитное поле — замороженным в плазму из-за ее огромной проводимости. Стало быть, естественно ожидать, что топология силовых линий в МГС становится стохастической. Данные наблюдений фарадеевского вращения (например, в скоплении Гидра А на Рис. 1.3) поддерживают это предположение. Теплопроводность в запутанном магнитном поле представляет собой сложную задачу сама по себе, однако она становится еще сложнее в случае временной эволюции полей и градиентов температуры, которая может играть важную роль по крайней мере локально (см. Главу 2). Более того, неизвестно, имеет ли параллельный коэффициент теплопроводности Спитцеровскую величину, либо в той или иной степени подавлен. К примеру, магнитные зеркала на пространственных масштабах меньше длины свободного пробега (см. Главу 3) либо рассеяние электронов на магнитных флуктуациях, созданных неустойчивостями, на ларморовских масштабах (Riquelme et al., 2016) способны существенно уменьшить коэффициент теплопроводности.

### 1.3.3 Теплопроводность в запутанных магнитных полях

Перенос частиц в запутанном магнитном поле изначально изучался применительно к физике космических лучей (Skilling et al., 1974) и плазмы в токамаках (Rechester & Rosenbluth, 1978). В этой части я коротко опишу теорию теплопроводности в стохастическом поле Рочестера-Розенблута, основываясь на работе Chandran & Cowley (1998).

Для простоты допустим сначала, что стохастическое магнитное поле имеет единственный характерный масштаб  $l_B$ , так что его силовая линия может быть представлена последовательностью случайных блужданий с шагом длины  $l_B$ . Рассмотрим

статичное поле, не учитывая движения газа (строго говоря, это позволено, когда характерное время диффузии на определенном масштабе меньше характерного времени движений газа на том же масштабе). Среднее перемещение электрона в пространстве, прошедшего расстояние  $l$  вдоль силовой линии, составляет  $\delta r \sim (D_B l)^{1/2}$ , где  $D_B$  называют коэффициентом диффузии силовых линий. Из-за того что шаг случайного блуждания имеет длину  $l_B$ ,  $D_B \sim l_B$ . Электрон диффундирует вдоль силовой линии с коэффициентом параллельной диффузии  $D_{\parallel}$ , так что его среднее смещение вдоль силовой линии равно  $l \sim (D_{\parallel} t)^{1/2}$ . Если электрон постоянно остается на одной и той же силовой линии, его диффузия вдоль силовой линии накладывается на пространственную диффузию самой силовой линии, что приводит к среднему смещению на  $\delta r \sim t^{1/4}$ : очевидно, такое движение в пространстве уже не является диффузионным. Однако Rechester & Rosenbluth (1978) отметили, что даже очень малые движения заряженных частиц перпендикулярно силовым линиям могут восстановить диффузионный характер распространения частиц благодаря экспоненциальной расходимости соседних силовых линий. В хаотическом поле расстояние  $d$  между двумя близкими силовыми линиями в среднем увеличивается с длиной  $l$  вдоль одной из силовых линий по закону

$$d(l) \sim d(0)e^{l/L_K}, \quad (1.50)$$

где  $L_K$  — так называемая длина Колмогорова-Ляпунова (Rechester & Rosenbluth, 1978). В общем  $L_K$  зависит от спектра магнитного поля, но так как в нашем упрощенном случае поле имеет единственный масштаб  $l_B$ ,  $L_K \sim l_B$ .

Рассмотрим частицу, перемещающуюся из точки  $P$  к точке  $Q$  (см. Рис. 1.8) вдоль силовой линии (сплошная линия). Каждый раз, когда частица проходит расстояние  $l_B$ , она совершает дрейф на длину  $\sim \rho_e$  перпендикулярно магнитному полю за счет кривизны силовой линии либо за счет наличия градиента магнитной индукции. Допустим, на момент, что электрон смещается на  $\rho_e$ , переходя на соседнюю линию, лишь однажды. Затем он продолжает свое движение вдоль новой силовой линии (пунктирная линия), которая экспоненциально удаляется от начальной линии. Расстояние между линиями становится  $\sim l_B$  к моменту, когда электрон переместился на расстояние  $L_{RR}$  вдоль новой линии (point  $R$ ),

$$L_{RR} \sim l_B \ln \frac{l_B}{\rho_e}. \quad (1.51)$$

$L_{RR} \sim 30l_B$  (берем  $l_B/\rho_e \sim 10^{13}$  для скоплений галактик) называют длиной Рочестера-Розенблута. Из-за того что электрон совершает дрейф перпендикулярно силовой линии постоянно,  $L_{RR}$  оказывается немного переоцененной. После того как электрон прошел расстояние  $PR$ , его дальнейшее движение происходит абсолютно независимо от топологии силовой линии, вдоль которой он перемещался изначально. Это означает, что если теперь в точке  $R$  электрон изменит направление движения на противоположное в результате столкновения, он не вернется в точку  $P$ , что произошло бы в отсутствие перпендикулярной диффузии, а продолжит движение вдоль отрезка  $RS$  силовой линии. Таким образом, даже крайне малая величина коэффициента перпендикулярной диффузии восстанавливает пространственные случайные блуждания (т.е. диффузию) электронов. Теперь возможно определить коэффициент диффузии такого движения.

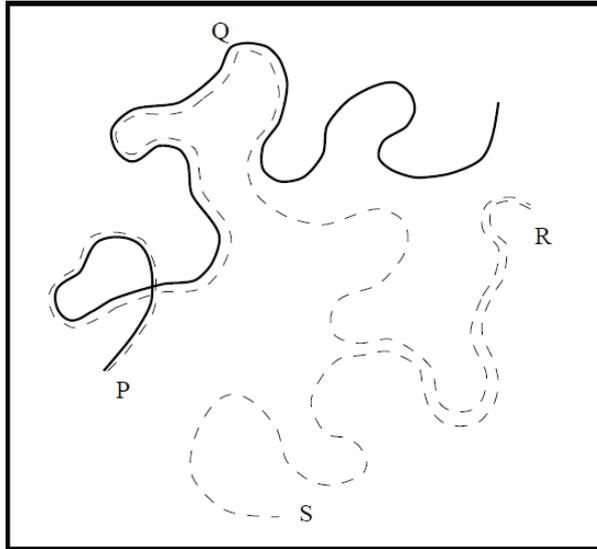


Рис. 1.8: Диффузия в запутанном магнитном поле (адаптировано из Chandran & Cowley 1998).

Трехмерное среднее перемещение электрона за время, пока он проходит расстояние  $L_{RR}$  вдоль запутанной силовой линии составляет

$$\delta r^2 \sim D_B L_{RR} \sim l_B L_{RR}. \quad (1.52)$$

Потому как последующее движение частицы полностью раскоррелировано с уже пройденным путем,  $\delta r$  становится эффективным шагом изотропного случайного блуждания электрона. Рассмотрим сначала предел  $\lambda_{mfp} \gg L_{RR}$ . В этом пределе электрон не успевает совершить столкновение, пройдя расстояние  $L_{RR}$ , и время, необходимое ему на прохождение  $L_{RR}$ ,  $\delta t \sim L_{RR}/v_{th,e}$ . Тогда для  $t > \delta t$  электрон диффундирует изотропно с коэффициентом диффузии<sup>3</sup>

$$D \sim \delta r^2 / \delta t = v_{th,e} l_B. \quad (1.53)$$

В результате, когда  $\lambda_{mfp} \gg L_{RR}$ , следует заменить столкновительную длину свободного пробега частиц  $\lambda_{mfp}$  на корреляционную длину запутанного магнитного поля  $l_B$ . В противоположном пределе  $\lambda_{mfp} \ll L_{RR}$  (который, вероятно, с большей вероятностью реализуется в межгалактическом газе, потому что  $\lambda_{mfp} \sim 10$  кпк,  $L_{RR} \sim 30 l_B \sim 100$  кпк) электрон *диффундирует* на расстояние  $L_{RR}$  вдоль силовой линии за время  $\delta t \sim L_{RR}^2 / D_{\parallel}$ , где  $D_{\parallel} = 1/3 v_{th,e} \lambda_{mfp}$  — параллельный коэффициент диффузии. Тогда для  $t > \delta t$  эффективный коэффициент пространственной диффузии

$$D \sim \delta r^2 / \delta t \sim v_{th,e} \lambda_{mfp} \frac{l_B}{3 L_{RR}} \sim 10^{-2} D_{Sp}, \quad (1.54)$$

где  $D_{Sp}$  — спитцеровский коэффициент диффузии ( $\kappa_{Sp} = n D_{Sp}$ ). Видно, что эффективный коэффициент диффузии поперек силовых линий магнитного поля, таким образом, значительно увеличивается за счет стохастичности силовых линий, в то

<sup>3</sup>Коэффициент диффузии  $D$  связан с коэффициентом теплопроводности  $\kappa$  как  $\kappa \sim nD$ .

время как полный коэффициент диффузии оказывается примерно на два порядка меньше, чем его спитцеровская величина.

Стоит заметить, тем не менее, что магнитные поля в скоплениях галактик, вероятно, турбулентны в широком диапазоне масштабов (если принять во внимание каскад альфвеновских волн на масштабах меньше вязкостного). В этом случае длина Рочестера-Розенблута  $L_{RR}$  должна быть скорректирована. Narayan & Medvedev (2001) использовали модель сильной МГД-турбулентности к хаотическим флуктуациям магнитного поля в скоплениях галактик и получил величину  $L_{RR}$  лишь порядка  $\sim l_B$ . Их оценка эффективного коэффициента диффузии —  $D_{\text{turb}} \sim D_{\text{Sp}}/5$ .

## 1.4 Структура диссертации

В данной работе рассматриваются некоторые эффекты, связанные с влиянием магнитных полей на теплопроводность в скоплениях галактик. Работа основывается на трех опубликованных статьях.

В Главе 2 исследуется магнитогидродинамический эффект, связанный с скоррелированной эволюцией магнитных полей и градиентов температуры в турбулентной межгалактической среде. Этот эффект приводит к локальному подавлению теплопроводности и может объяснить долгое время жизни значительных флуктуаций температуры в скоплениях галактик.

В Главе 3 изучается подавление теплопроводности зеркальной неустойчивостью, моделируемой с помощью гибридных кинетических симуляций.

Генерация поляризации теплового тормозного излучения в результате анизотропии электронного давления в скоплениях галактик описывается в Главе 4. Малая степень поляризации, полученная в моих расчетах, может быть использована при оценке столкновительности электронов в межгалактическом газе.

Наконец, основные результаты диссертации резюмируются в Заключение.

# Литература

- Ackermann M., Ajello M., Albert A., Allafort A., Atwood W. B., Baldini L., Ballet J., Barbiellini G., Bastieri D., Bechtol K., Bellazzini R., Bloom E. D., 2014, *ApJ*, 787, 18
- Batchelor G. K., 1950, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 201, 405
- Birkinshaw M., 1979, *MNRAS*, 187, 847
- Boehringer H., Voges W., Fabian A. C., Edge A. C., Neumann D. M., 1993, *MNRAS*, 264, L25
- Bradt H., Mayer W., Naranan S., Rappaport S., Spada G., 1967, *ApJ*, 150, L199
- Braginskii S. I., 1965, *Reviews of Plasma Physics*, 1, 205
- Brunetti G., Lazarian A., 2007, *MNRAS*, 378, 245
- Byram E. T., Chubb T. A., Friedman H., 1966, *Science*, 152, 66
- Carilli C. L., Taylor G. B., 2002, *ARA&A*, 40, 319
- Cavaliere A., Danese L., de Zotti G., 1979, *A&A*, 75, 322
- Chandran B. D. G., Cowley S. C., 1998, *Phys. Rev. Lett.*, 80, 3077
- Churazov E., Brüggén M., Kaiser C. R., Böhringer H., Forman W., 2001, *ApJ*, 554, 261
- Churazov E., Forman W., Jones C., Böhringer H., 2000, *A&A*, 356, 788
- Churazov E., Vikhlinin A., Zhuravleva I., Schekochihin A., Parrish I., Sunyaev R., Forman W., Böhringer H., Randall S., 2012, *MNRAS*, 421, 1123
- Clarke T. E., Ensslin T., 2006, *Astronomische Nachrichten*, 327, 553
- Dolag K., Grasso D., Springel V., Tkachev I., 2005, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 1, 009
- Dreher J. W., Carilli C. L., Perley R. A., 1987, *ApJ*, 316, 611
- Ensslin T. A., Biermann P. L., Klein U., Kohle S., 1998, *A&A*, 332, 395
- Enßlin T. A., Vogt C., 2006, *A&A*, 453, 447

Fabian A. C., Sanders J. S., Allen S. W., Canning R. E. A., Churazov E., Crawford C. S., Forman W., Gabany J., Hlavacek-Larrondo J., Johnstone R. M., Russell H. R., Reynolds C. S., Salomé P., Taylor G. B., Young A. J., 2011, MNRAS, 418, 2154

Fabian A. C., Sanders J. S., Ettore S., Taylor G. B., Allen S. W., Crawford C. S., Iwasawa K., Johnstone R. M., Ogle P. M., 2000, MNRAS, 318, L65

Fabian A. C., Sanders J. S., Williams R. J. R., Lazarian A., Ferland G. J., Johnstone R. M., 2011, MNRAS, 417, 172

Feretti L., Dallacasa D., Govoni F., Giovannini G., Taylor G. B., Klein U., 1999, A&A, 344, 472

Forman W., Kellogg E., Gursky H., Tananbaum H., Giacconi R., 1972, ApJ, 178, 309

Fujita Y., 2005, ApJ, 631, L17

Gilfanov M. R., Syunyaev R. A., Churazov E. M., 1987, Soviet Astronomy Letters, 13, 3

Gnedin N. Y., Ferrara A., Zweibel E. G., 2000, ApJ, 539, 505

Goldreich P., Sridhar S., 1995, ApJ, 438, 763

Govoni F., Feretti L., 2004, International Journal of Modern Physics D, 13, 1549

Govoni F., Taylor G. B., Dallacasa D., Feretti L., Giovannini G., 2001, A&A, 379, 807

Grasso D., Rubinstein H. R., 2001, Phys. Rep., 348, 163

Gunn J. E., 1978, in Maeder A., Martinet L., Tammann G., eds, Saas-Fee Advanced Course 8: Observational Cosmology Advanced Course The Friedmann models and optical observations in cosmology. p. 1

Kellogg E., Gursky H., Tananbaum H., Giacconi R., Pounds K., 1972, ApJ, 174, L65

Kivelson M. G., Southwood D. J., 1996, J. Geophys. Res., 101, 17365

Kronberg P. P., Dufton Q. W., Li H., Colgate S. A., 2001, ApJ, 560, 178

Kuchar P., Enßlin T. A., 2011, A&A, 529, A13

Kunz M. W., Schekochihin A. A., Stone J. M., 2014, Physical Review Letters, 112, 205003

Laing R. A., Bridle A. H., Parma P., Murgia M., 2008, MNRAS, 391, 521

Large M. I., Mathewson D. S., Haslam C. G. T., 1959, Nature, 183, 1663

Markevitch M., Vikhlinin A., 2007, Phys. Rep., 443, 1

Melville S., Schekochihin A. A., Kunz M. W., 2015, ArXiv e-prints

Mogavero F., Schekochihin A. A., 2014, MNRAS, 440, 3226

Mukhanov V., 2005, Physical Foundations of Cosmology

- Narayan R., Medvedev M. V., 2001, *ApJ*, 562, L129
- Norman M. L., Bryan G. L., 1999, in Röser H.-J., Meisenheimer K., eds, *The Radio Galaxy Messier 87 Vol. 530 of Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, Cluster Turbulence. p. 106
- Peacock J. A., 1999, *Cosmological Physics*
- Peebles P. J. E., 1993, *Principles of Physical Cosmology*
- Prokhorov D. A., Churazov E. M., 2014, *A&A*, 567, A93
- Rechester A. B., Rosenbluth M. N., 1978, *Phys. Rev. Lett.*, 40, 38
- Ricker P. M., Sarazin C. L., 2001, *ApJ*, 561, 621
- Riquelme M., Quataert E., Verscharen D., 2016, *ArXiv: 1602.03126*
- Schekochihin A. A., Cowley S. C., 2006, *Phys. Plasmas*, 13, 056501
- Schekochihin A. A., Cowley S. C., Kulsrud R. M., Rosin M. S., Heinemann T., 2008, *Physical Review Letters*, 100, 081301
- Schekochihin A. A., Cowley S. C., Taylor S. F., Maron J. L., McWilliams J. C., 2004, *ApJ*, 612, 276
- Schuecker P., Finoguenov A., Miniati F., Böhringer H., Briel U. G., 2004, *A&A*, 426, 387
- Silk J., White S. D. M., 1978, *ApJ*, 226, L103
- Skilling J., McIvor I., Holmes J. A., 1974, *MNRAS*, 167, 87P
- Southwood D. J., Kivelson M. G., 1993, *J. Geophys. Res.*, 98, 9181
- Spitzer L., 1956, *Physics of Fully Ionized Gases*
- Sunyaev R. A., Norman M. L., Bryan G. L., 2003, *Astronomy Letters*, 29, 783
- Sunyaev R. A., Zeldovich Y. B., 1972, *Comments on Astrophysics and Space Physics*, 4, 173
- Taylor G. B., Perley R. A., 1993, *ApJ*, 416, 554
- Vikhlinin A., Kravtsov A. V., Burenin R. A., Ebeling H., Forman W. R., Hornstrup A., Jones C., Murray S. S., Nagai D., Quintana H., Voevodkin A., 2009, *ApJ*, 692, 1060
- Vogt C., Enßlin T. A., 2005, *A&A*, 434, 67
- Willson M. A. G., 1970, *MNRAS*, 151, 1
- Zel'dovich Y. B., Ruzmaikin A. A., Molchanov S. A., Sokolov D. D., 1984, *Journal of Fluid Mechanics*, 144, 1

- Zeldovich Y. B., Ruzmaikin A. A., Sokoloff D. D., 1990, *The Almighty Chance*. Series: World Scientific Lecture Notes in Physics, ISBN: <ISBN>978-9971-5-0916-3</ISBN>. WORLD SCIENTIFIC, Edited by Ya B Zeldovich, A A Ruzmaikin and D D Sokoloff, vol. 20, 20
- Zhuravleva I., Churazov E., Arévalo P., Schekochihin A. A., Allen S. W., Fabian A. C., Forman W. R., Sanders J. S., Simionescu A., Sunyaev R., Vikhlinin A., Werner N., 2015, *MNRAS*, 450, 4184
- Zhuravleva I., Churazov E., Schekochihin A. A., Allen S. W., Arévalo P., Fabian A. C., Forman W. R., Sanders J. S., Simionescu A., Sunyaev R., Vikhlinin A., Werner N., 2014, *Nature*, 515, 85
- Zhuravleva I. V., Churazov E. M., Sazonov S. Y., Sunyaev R. A., Dolag K., 2011, *Astronomy Letters*, 37, 141

## 1.5 Основные положения, выносимые на защиту

1. Показано, что в турбулентном поле скоростей межгалактической плазмы на пространственных масштабах турбулентных вихрей возникает корреляция между градиентами температуры и вмороженным магнитным полем за счет одновременного переноса как температуры, так и силовых линий магнитного поля турбулентными движениями газа. За характерное время оборота турбулентных вихрей ортогональная ориентация градиентов температуры и силовых линий становится наиболее вероятной, что препятствует локальному теплообмену, несмотря на одновременный рост средней величины градиентов. Продемонстрировано, что в областях с наибольшими градиентами температуры локальное подавление теплового потока также должно быть наибольшим. Получена связь между темпом роста средней плотности магнитной энергии и темпом релаксации флуктуаций температуры теплопроводностью. Основные теоретические выводы демонстрируют качественное согласие с результатами численного моделирования турбулентности в скоплениях галактик.
2. На основе анализа результатов гибридного кинетического численного моделирования зеркальной неустойчивости в плазме с высоким  $\beta$ , характерной для межгалактической среды, показано, что неустойчивость приводит к подавлению коэффициента теплопроводности в  $\sim 5$  раз. Подавление происходит за счет адиабатического взаимодействия тепловых электронов с продольными флуктуациями индукции магнитного поля (магнитными зеркалами), создаваемыми неустойчивостью. Полученный результат не зависит от крупномасштабных свойств межгалактической среды и, вероятно, оказывается универсальным для любой турбулентной замагниченной плазмы с  $\beta \gg 1$ .
3. Показано, что упорядоченные крупномасштабные движения межгалактической плазмы могут приводить к наличию малой поляризации теплового тормозного излучения плазмы за счет возникающей в ходе движений малой анизотропии давления электронов. Подобная анизотропия давления неизбежно возникает при сохранении адиабатических инвариантов плазмы. С помощью кода, написанного автором работы, выполнено магнитогидродинамическое моделирование холодных фронтов в скоплениях галактик. По результатам моделирования произведена оценка величины анизотропии давления электронов, созданной обтеканием холодного плотного облака газа горячей разряженной плазмой. Затем построена карта поляризации теплового тормозного излучения. Хотя полученная характерная степень поляризации довольно мала ( $\sim 0.1\%$ ), она является независимой мерой столкновительности электронов в плазме скоплений, одного из ключевых параметров плазмы, прямые измерения которого на данный момент невозможны.

## 1.6 Список публикаций по теме диссертации

1. *Suppression of local heat flux in a turbulent magnetized intracluster medium*  
S. Komarov, E. Churazov, A. Schekochihin, J. ZuHone, 2014, MNRAS, 440, 1153
2. *Thermal conduction in a mirror-unstable plasma*  
S. Komarov, E. Churazov, A. Schekochihin, M. Kunz, 2016, MNRAS, 460, 467
3. *Polarization of thermal bremsstrahlung emission due to electron pressure anisotropy*  
S. Komarov, I. Khabibullin, E. Churazov, A. Schekochihin, 2016, MNRAS, 461, 2162

## 1.7 Апробация работы

Основные результаты диссертации были представлены на конференциях:

1. *9th Plasma Kinetics Working Group Meeting*, Институт им. Вольфганга Паули, Вена, 1–10 августа 2016 г.
2. *Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра*, ИКИ РАН, Москва, 21–24 декабря 2015 г.
3. *8th Plasma Kinetics Working Group Meeting*, Институт им. Вольфганга Паули, Вена, 19–29 июля 2015 г.
4. *MPA Institute Seminar*, Институт им. Макса Планка, Мюнхен, 20 июля 2015 г.
5. *Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра*, ИКИ РАН, Москва, 22–25 декабря 2014 г.
6. *Cosmic Magnetic Fields*, Астрономическая обсерватория Ягеллонского университета, Краков, 17–21 октября, 2014 г.
7. *Cosmology and relativistic astrophysics (Zeldovich-100)*, ИКИ РАН, Москва, 16–20 июня 2014 г., постерный доклад
8. *7th Plasma Kinetics Working Group Meeting*, Институт им. Вольфганга Паули, Вена, 22–30 марта 2014 г.
9. *Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра*, ИКИ РАН, Москва, 23–26 декабря 2013 г.
10. *High Energy Astrophysics Group Seminar*, Институт им. Макса Планка, Мюнхен, 7 июня 2013 г.

## 1.8 Личный вклад автора

По теме диссертации опубликовано три работы в рецензируемых научных изданиях, во всех из которых определяющую роль в подготовке и написании сыграл автор диссертации, включая аналитические расчеты, основную часть численного моделирования и интерпретацию полученных результатов. Данные численного моделирования скоплений галактик в статье, посвященной локальному подавлению теплопроводности, были предоставлены J. ZuHone. Некоторые идеи методики теоретического расчета тепловых потоков в турбулентном газе были предложены А. А. Щекочихиным и Е. М. Чуразовым. В работе, посвященной зеркальной неустойчивости, использовались результаты кинетического моделирования, выполненного M. Kunz.

## Глава 2

# Подавление локальной теплопроводности в турбулентной замагниченной межгалактической среде

### 2.1 Введение

Рентгеновские наблюдения скоплений галактик свидетельствуют о значительных пространственных флуктуациях температуры газа в широком диапазоне масштабов (например, Markevitch et al., 2003). По картам температуры скоплений возможно определить верхний предел на эффективность теплопроводности. Оказывается, что теплопроводность должна быть подавлена по крайней мере на порядок по сравнению со спитцеровской величиной для плазмы без магнитного поля (Ettori & Fabian, 2000; Markevitch et al., 2003).

Теплопроводность в межгалактической среде (МГС) действует преимущественно вдоль силовых линий, потому как ларморовский радиус электронов крайне мал по сравнению с кулоновской длиной их свободного пробега (Braginskii, 1965). МГС, вероятно, находится в турбулентном движении (Inogamov & Sunyaev, 2003; Schuecker et al., 2004; Schekochihin & Cowley, 2006; Subramanian et al., 2006; Zhuravleva et al., 2011). Так как магнитное поле в хорошем приближении является вмороженным в плазму, силовые линии магнитного поля оказываются запутанными движениями газа, и их топология постоянно меняется. В этой ситуации следует рассмотреть четыре эффекта. Во-первых, параллельная теплопроводность вдоль стохастических силовых линий может быть уменьшена за счет захвата теплопроводящих электронов магнитными зеркалами (Chandran & Cowley, 1998; Chandran et al., 1999; Malyshkin & Kulsrud, 2001; Albright et al., 2001). Во-вторых, диффузия поперек силовых линий может быть эффективно увеличена из-за пространственной экспоненциальной расходимости силовых линий (Skillington et al., 1974; Rechester & Rosenbluth, 1978; Chandran & Cowley, 1998; Narayan & Medvedev, 2001; Chandran & Maron, 2004). В-третьих, необходимо учитывать эффективную диффузию за счет временных изменений магнитного поля

(блуждания силовых линий). Наконец, когда возникает вопрос об эволюции флуктуаций температуры, необходимо иметь в виду, что эволюция магнитных полей оказывается скоррелирована с изменениями поля температуры, потому как и силовые линии магнитного поля, и температура переносятся одним и тем же турбулентным полем скоростей.

В этой главе рассматривается последний эффект. Обычно при оценке темпа релаксации градиентов температуры распределение температуры фиксируется как данное, и затем изучается влияние запутанного магнитного поля на теплопроводность. Однако направление и величина флуктуирующих градиентов температуры не являются статистически независимы от направления силовых линий магнитного поля, потому что оно также скоррелировано с турбулентными движениями среды. В этой главе делается утверждение, что со временем флуктуирующие градиенты стремятся ориентироваться перпендикулярно направлению локального магнитного поля, в то время как локальный тепловой поток оказывается тем более подавлен, чем сильнее градиент температуры. Также устанавливается связь усредненной по случайным движениям газа теплопроводности с ростом средней плотности магнитной энергии.

Данная глава имеет следующую структуру. В части 2.2 представлено качественное описание корреляции между градиентами температуры и направлением магнитного поля, а также серия численных примеров. В части 2.3 описывается теоретическая модель, используемая для моделирования описываемого эффекта, и для модельного стохастического поля скоростей выводится совместная функция распределения градиентов температуры, углов между градиентами и направлением магнитного поля и величиной поля. Затем устанавливается связь между эффективным усредненным коэффициентом теплопроводности и ростом магнитной энергии. Теоретические результаты подтверждаются численным моделированием для случая более общего поля скоростей в части 2.3.4. В части 2.4 обсуждаются основные предположения, необходимые для теоретического рассмотрения задачи, следующие из них ограничения применимости результатов, а также проверка их выполнимости в численном моделировании скоплений галактик. Основные результаты согласуются, по крайней мере качественно, с глобальным численным моделированием скоплений галактик, которое включает в себя множество физических эффектов, опущенных при теоретическом рассмотрении. Наконец, в части 2.5 резюмируются основные результаты.

## 2.2 Качественное рассмотрение

Рассмотрим объем плазмы с высокой электрической проводимостью и, следовательно, замороженным магнитным полем, запутанным на масштабе, много большем длины свободного пробега частиц. Предположим также, что плазма несжимаемая, что является хорошим приближением в случае существенно дозвуковых движений газа. Будем считать температуру пассивным скаляром, т.е. пренебрежем адиабатическим нагревом и, работая в “нулевом порядке”, теплопроводностью.

### 2.2.1 Иллюстративный пример: теплопроводность между сходящимися плоскопараллельными слоями замагниченной плазмы

Рассмотрим два плоскопараллельных слоя несжимаемого газа, вертикально разделенных расстоянием  $h$ , с температурами  $T_1 \neq T_2$ . Такая конфигурация показана на Рис. 2.1: направление силовой линии указано наклонной сплошной линией, составляющей угол  $\theta$  с вертикалью, так что  $\cos \theta = h / \sqrt{h^2 + l^2}$ , где  $l$  — горизонтальное расстояние между основаниями силовой линии, “присоединенной”, к двум слоям газа. Несжимаемый поток газа с  $\partial_y u_y < 0$  уменьшает  $h$  и увеличивает  $l$  таким образом, что величина  $l \times h$  сохраняется (в отсутствие тангенциальных движений газа). Нас интересует теплообмен между слоями, т.е. только необходимо определить лишь компоненту потока тепла  $x$  вдоль градиента температуры  $Q_{\nabla T}$ :

$$Q_{\nabla T} = \chi(\mathbf{b} \cdot \nabla T) \cos \theta = \kappa \frac{T_2 - T_1}{\sqrt{h^2 + l^2}} \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}}. \quad (2.1)$$

Возьмем  $h(t) = h_0 f(t)$  и  $l(t) = l_0 / f(t)$ . Тогда

$$Q_{\nabla T} = \kappa \frac{T_2 - T_1}{h_0} \frac{f}{f^2 + (l_0/h_0)^2 f^{-2}}, \quad (2.2)$$

где  $\kappa$  — параллельный коэффициент теплопроводности (Braginskii, 1965), который предполагаем постоянным в рассматриваемой области газа для простоты. Тогда в пределе  $f \rightarrow 0$  выполняется  $Q_{\nabla T} \rightarrow 0$ , если  $l_0 \neq 0$ . Аналогично, когда  $f \rightarrow \infty$ ,  $Q_{\nabla T} \rightarrow 0$ . Уменьшение теплового потока при  $f > 1$  связано лишь с увеличением расстояния между слоями и соответствующим уменьшением градиента температуры. Уменьшение же потока при  $f < 1$  связано с систематическим увеличением угла между силовой линией магнитного поля и направлением градиента температуры.

Если в какой-то момент силовые линии запутаны таким образом, что все углы наклона силовой линии  $\theta$  равновероятны, то, параметризуя сжатие/растяжение вдоль  $x$  тем же параметром  $f$  и усредняя по  $\theta$ , получим величину подавления теплового потока вдоль градиента температуры:

$$Q_{\nabla T} = \kappa \frac{T_2 - T_1}{h_0} \frac{2f}{f^2 + 1} \text{ (see Fig. 2.2)}. \quad (2.3)$$

Таким образом, увеличение градиента температуры сближением слоев газа не усиливает теплообмен между ними, а напротив, приводит к его подавлению. Качественно похожая ситуация может происходить в холодных фронтах — контактных разрывах, образованных дифференциальными движениями газа, упрощенная модель которых приводится ниже.

### 2.2.2 Астрофизический пример: модель холодного фронта

В наблюдениях скоплений галактик обсерваторией *Chandra* часто видны резкие перепады поверхностной яркости тормозного излучения МГС (см. обзор Markevitch & Vikhlinin, 2007). Большая часть этих структур характеризуется наличием более холодного газа

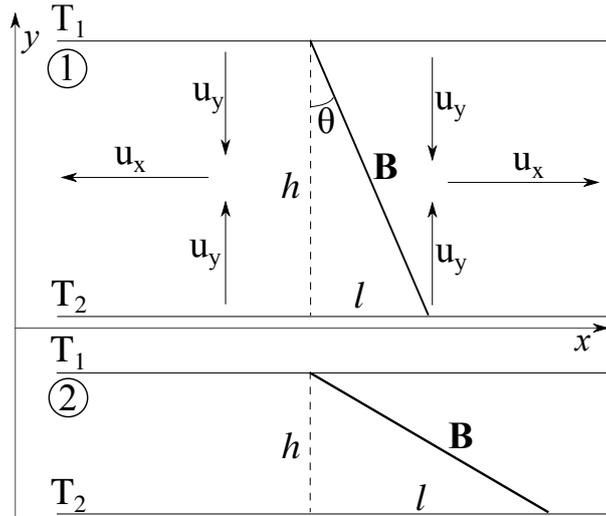


Рис. 2.1: Скоррелированные изменения градиента температуры и наклона силовой линии магнитного поля в случае сходящегося несжимаемого потока газа. Плоскопараллельные слои плазмы имеют температуры  $T_1$  и  $T_2$ . Сходящийся поток с  $\partial_y u_y < 0$  уменьшает  $h$  и увеличивает градиент температуры  $(T_2 - T_1)/h$ , но при этом подавляя тепловой поток. Сплошная линия показывает направление магнитного поля. Если среда несжимаемая, то величина  $l \times h$  сохраняется (в отсутствие тангенциальных движений).

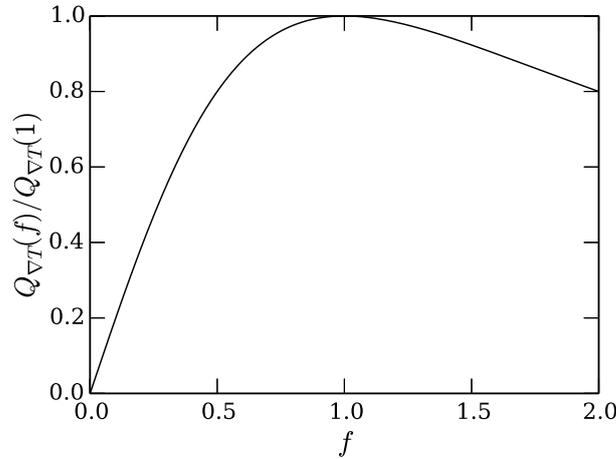


Рис. 2.2: Подавление теплового потока вдоль градиента температуры между двумя сближающимися/удаляющимися плоскопараллельными слоями газа, соединенными силовой линией магнитного поля, как функция расстояния между слоями  $f$  [см. (2.3)]. В начальный момент ( $f = 1$ ) все углы наклона силовой линии равновероятны. Уменьшение теплового потока при  $f > 1$  происходит лишь за счет увеличения расстояния между слоями и соответствующего уменьшения величины градиента температуры. Уменьшение потока при  $f < 1$  связано с систематическим увеличением угла между силовой линией и градиентом температуры.

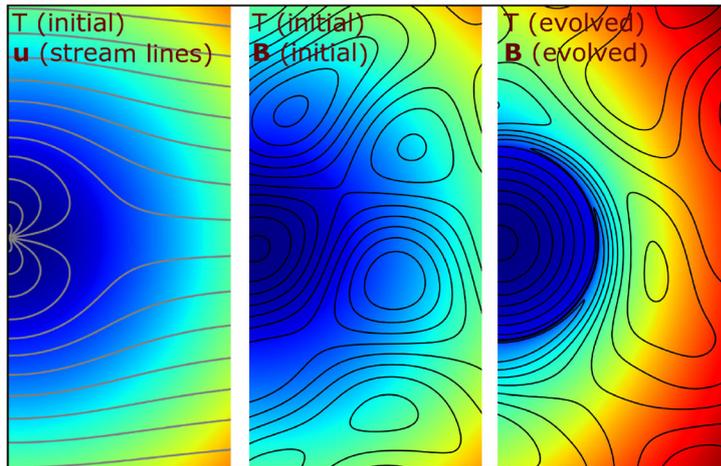


Рис. 2.3: Ориентация силовых линий перпендикулярно градиенту температуры в упрощенной модели холодного фронта. В качестве модельного поля скоростей используется потенциальное обтекание цилиндра. В левой части рисунка показано начальное распределение температуры (цвет) и линии тока газа (контуры). В средней части изображена начальная конфигурация силовых линий магнитного поля. В правой части показаны конечные распределения температуры и силовых линий после эволюции в заданном поле скоростей. Поток газа усиливает градиент температуры на холодном фронте и в то же время выравнивает силовые линии вдоль линий постоянной температуры. В финальной конфигурации силовые линии оказываются практически перпендикулярны резкому градиенту температуры на разрыве.

на более яркой (за счет более высокой плотности) стороне разрыва, указывая на то, что они являются контактными разрывами, а не ударными волнами. В литературе подобные объекты называют холодными фронтами. Резкие градиенты температуры, наблюдаемые в холодных фронтах, позволяют говорить о сильном ограничении теплообмена (см., например, Etori & Fabian, 2000; Vikhlinin et al., 2001; Xiang et al., 2007).

Обычно в теоретических моделях вормирование холодных фронтов связано с относительным движением холодного и горячего газов. Здесь мы рассмотрим модель, в которой горячий газ обтекает холодное гравитационно связанное облако газа. Для простоты, предположим, что поля скоростей хорошо аппроксимируется двумерным потенциальным обтеканием цилиндра, а начальное распределение температуры симметрично относительно цилиндра. Начальное распределение температуры и линии тока газа показаны в левой части Рис. 2.3. Средняя часть рисунка показывает начальную конфигурацию случайных силовых линий магнитного поля. Конечные поля температуры и магнитных силовых линий продемонстрированы в правой части рисунка. Такая конфигурация рассматривалась в нескольких работах на тему холодных фронтов (см., например, Asai et al., 2007; Churazov & Inogamov, 2004; Roediger et al., 2011; Lyutikov, 2006). Качественно, она напоминает модель сходящегося потока, представленную выше на Рис. 2.1: движения газа естественным образом приводят к ортогональной ориентации силовых линий и градиента температуры.

### 2.2.3 Локальная корреляция между магнитной индукцией и тепловым потоком

Рассмотрим теперь подавление локального теплового потока более общим образом. Запишем уравнение индукции для несжимаемой жидкости и уравнение адвекции температуры:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{u}, \quad (2.4)$$

$$\frac{dT}{dt} = 0, \quad (2.5)$$

где  $\mathbf{B}$  — магнитное поле,  $\mathbf{u}$  — поле скоростей,  $T$  — температура и  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla$ . Пренебрегаем теплопроводностью и магнитной диффузией. Хотя уравнение (2.5) не является полным магнитогидродинамическим энергетическим уравнением, оно выполняется с хорошей точностью в пределе несжимаемого нестратифицированного газа (справедливость такого упрощения обсуждается в части 2.4). Пусть  $\mathbf{g}$  — единичный вектор в направлении градиента температуры,  $\mathbf{b}$  — в направлении магнитного поля,  $\mathbf{B}$  — величины магнитного поля,  $G$  — величина градиента температуры, так что  $\mathbf{B} = B\mathbf{b}$ ,  $\nabla T = G\mathbf{g}$ . Из предыдущих уравнений получим

$$\frac{dG}{dt} = -G\mathbf{g} \cdot (\nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{g}, \quad (2.6)$$

$$\frac{dB}{dt} = B\mathbf{b} \cdot (\nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{b}, \quad (2.7)$$

$$\frac{d\mu}{dt} = \mu[\mathbf{g} \cdot (\nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{g} - \mathbf{b} \cdot (\nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{b}], \quad (2.8)$$

где  $\mu = \mathbf{b} \cdot \mathbf{g}$  — косинус угла между  $\mathbf{B}$  и  $\nabla T$ . Из этих уравнений немедленно следует уравнение на  $\mathbf{b} \cdot \nabla T = G\mu$  — величину, пропорциональную параллельному тепловому потоку:

$$\frac{d \ln(G\mu)}{dt} = -\frac{d \ln B}{dt}. \quad (2.9)$$

Таким образом, локальный тепловой поток уменьшается по мере роста магнитной индукции.

### 2.2.4 Численный пример: случайное двумерное поле скоростей

В этом примере мы рассмотрим случайное начальное распределение температуры и случайное начальное магнитное поле, эволюционирующие в стохастическом  $\delta$ -коррелированном по времени (белом) гауссовом двумерном поле скоростей (Рис. 2.4). Температура  $T(x, y)$ , магнитное поле  $\mathbf{B}(x, y)$  и поле скоростей  $\mathbf{u}(x, y)$  (которое прием несжимаемым, т.е.  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ ) моделируются комбинациями Фурье-гармоник с случайными фазами и амплитудами. Температура и магнитное поле переносятся согласно уравнениям (2.4) и (2.5). Поле скоростей обновляется каждый временной шаг (т.е. оно является  $\delta$ -коррелированным по времени). Начальные условия показаны в верхней части Рис. 2.4; в начальный момент корреляция между градиентами температуры и ориентацией силовых линий магнитного поля отсутствует. Со временем

последовательность растяжений и сжатий элементов объема плазмы приводит к выравниванию силовых линий вдоль контуров постоянной температуры (см. нижнюю часть Рис. 2.4). Это происходит везде, где растяжение/сжатие достаточно велико. В результате силовые линии оказываются ориентированы преимущественно перпендикулярно направлениям градиентов температуры везде, где градиент большой. Интуитивно можно ожидать, что в турбулентной проводящей среде такое стремление к локальному выравниванию силовых линий вдоль поверхностей постоянной температуры будет проявляться статистически. В следующей части будет представлена простая статистическая модель этого процесса.

## 2.3 Теплопроводность в стохастическом поле скоростей

В этой части мы рассмотрим подавление теплопроводности, используя аналитически решаемую модель, которая позволит нам предсказать статистическое распределение косинуса угла  $\mu$  между градиентом температуры и силовой линией магнитного поля, величиной градиента температуры  $G$  и магнитной индукцией  $B$ . После того как совместная функция плотности вероятности (ФПВ) в переменных  $\mu$ ,  $G$  and  $B$  посчитана (часть 2.3.5), станет возможным определить, насколько вероятным будет поведение, описанное в части 2.2.4. Однако перед полноценным анализом статистики мы приведем некоторые простые рассуждения, позволяющие количественно оценить подавление теплового потока.

### 2.3.1 Релаксация флуктуаций температуры

Восстановим теплопроводность в уравнении (2.5):

$$\frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (\kappa \mathbf{b} \mathbf{b} \cdot \nabla T), \quad (2.10)$$

где  $\chi$  — параллельный коэффициент теплопроводности (Braginskii, 1965). Тогда средний по объему темп изменения среднеквадратичной флуктуации температуры

$$\frac{d\langle \delta T^2 \rangle}{dt} = -2\kappa \langle |\mathbf{b} \cdot \nabla \delta T|^2 \rangle = -2\kappa \langle G^2 \mu^2 \rangle. \quad (2.11)$$

Таким образом, средняя величина  $G^2 \mu^2$  характеризует темп, с которым локальные вариации температуры стираются теплопроводностью.

### 2.3.2 Модель Казанцева-Крайчнана

Допустим, что магнитное поле настолько слабо, что оно не влияет на поле скоростей. Это условие является выполненным если плотность магнитной энергии намного меньше, чем плотность кинетической энергии турбулентных движений плазмы. Это означает, что наша модель не описывает состояние насыщения, когда эти плотности энергии оказываются близки. Ненасыщенное состояние может быть характерным транзиентным состоянием межгалактической плазмы, по крайней мере локально,

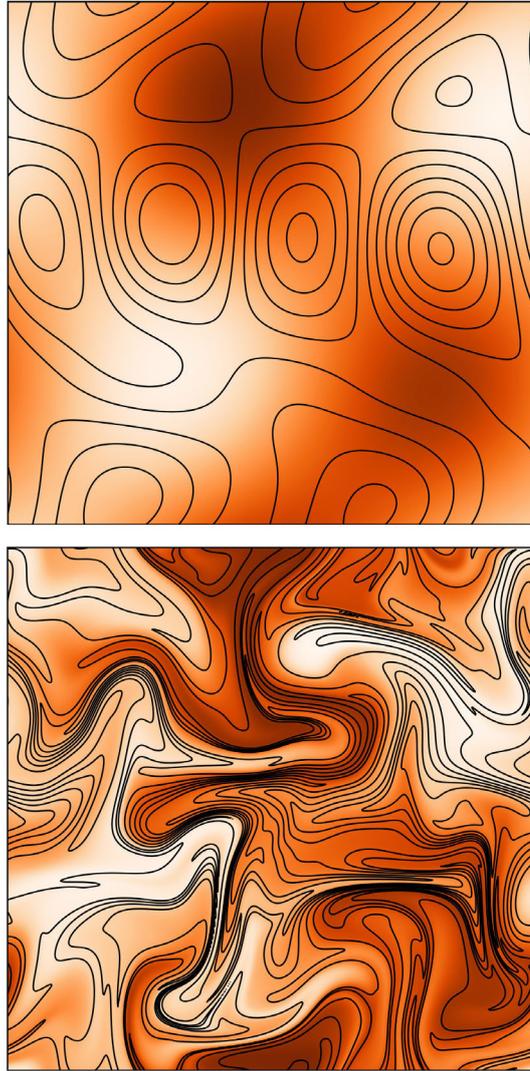


Рис. 2.4: Ориентация силовых линий перпендикулярно градиентам температуры в стохастическом  $\delta$ -коррелированном по времени гауссовом поле скоростей, моделируемом в виде комбинации Фурье-гармоник с случайными фазами и амплитудами. Верхняя часть рисунка показывает начальное случайное поле скоростей (цвет) и силовые линии случайного магнитного поля: они полностью независимы друг от друга. Нижняя часть рисунка показывает те же поля, проэволюционировавшие в поле скоростей: силовые линии преимущественно следуют контурам постоянной температуры, особенно там, где градиенты температуры сильны.

в том смысле что в любой заданный момент времени магнитное поле может быть усилено до величины насыщения лишь в небольшой части объема.

Нам необходимо вычислить совместную ФР  $p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{G}, \boldsymbol{B}; t)$ , где  $\boldsymbol{\mu}$  и  $\boldsymbol{G}$  определены в части 2.2 и исследовать эволюцию играющих важную роль корреляций, а именно  $\langle G^2 \boldsymbol{\mu}^2 \rangle$  (см. часть 2.3.1). Для этого необходимо усреднить уравнения на динамику  $\boldsymbol{g}$ ,  $\boldsymbol{b}$ ,  $\boldsymbol{G}$  и  $\boldsymbol{B}$  по всем реализациям стохастического поля скоростей. Запишем эти уравнения:

$$\begin{aligned}\frac{dg^k}{dt} &= -(\delta_m^k - g^k g^m) g^i \partial_m u^i, \\ \frac{db^k}{dt} &= (\delta_i^k - b^k b^i) b^m \partial_m u^i, \\ \frac{dG}{dt} &= -G g^i g^m \partial_m u^i, \\ \frac{dB}{dt} &= B b^i b^m \partial_m u^i,\end{aligned}\tag{2.12}$$

где берется суммирование по повторяющимся индексам.

Данная задача решается аналитически лишь для гауссового  $\delta$ -коррелированного по времени поля скоростей (Kazantsev, 1968):

$$\langle u^i(t, \boldsymbol{x}) u^j(t', \boldsymbol{x}') \rangle = \delta(t - t') \kappa^{ij}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'),\tag{2.13}$$

где  $\kappa^{ij}$  — корреляционный тензор, форму которого можно определить из соображений симметрии и несжимаемости. Будем считать среду изотропной и однородной. Ограничимся случаем вариаций магнитного поля и температуры на пространственных масштабах много меньше масштаба поля скоростей. Тогда в любой случайно взятой точке пространства поля скоростей можно разложить в линейном приближении:

$$u^i(t, \boldsymbol{x}) = \sigma_m^i(t) x^m,\tag{2.14}$$

где  $\sigma_m^i(t) = \partial_m u^i$  и  $u^i(t, 0) = 0$  без ограничения общности (иначе изменим систему отсчета). Тогда градиенты скоростей удовлетворяют

$$\begin{aligned}\left\langle \frac{\partial u^i}{\partial x^m}(t, \boldsymbol{x}) \frac{\partial u^j}{\partial x'^n}(t', \boldsymbol{x}') \right\rangle \Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}'} &= \langle \sigma_m^i(t) \sigma_n^j(t') \rangle \\ &= \delta(t - t') \epsilon_{mn}^{ij},\end{aligned}\tag{2.15}$$

где

$$\epsilon_{mn}^{ij} = - \frac{\partial^2 \epsilon^{ij}(\boldsymbol{y})}{\partial y_m \partial y_n} \Big|_{\boldsymbol{y}=0} \equiv \epsilon T_{mn}^{ij}$$

и  $\epsilon = 1/\tau_{\text{eddy}}$ ,  $\tau_{\text{eddy}}$  — время разворота турбулентных вихрей, и

$$T_{mn}^{ij} = \delta^{ij} \delta_{mn} - \frac{1}{D+1} (\delta_m^i \delta_n^j + \delta_n^i \delta_m^j)\tag{2.16}$$

единственно возможная тензорная форма  $\epsilon_{mn}^{ij}$  для изотропной несжимаемой среды размерности  $D$  ( $= 2, 3$ ). Описанная модель поля скоростей называется моделью Казанцева-Крайчнана, и она получила широкое распространение в задачах моделирования свойств мелкомасштабного динамо и переноса пассивного скаляра в турбулентных средах (например, Chertkov et al., 1999; Balkovsky & Fouxon, 1999; Boldyrev & Schekochihin, 2000; Schekochihin et al., 2002, 2004; Boldyrev & Cattaneo, 2004).

### 2.3.3 Соотношение между усилением магнитного поля и давлением теплопроводности для $\delta$ -коррелированного по времени поля скоростей

Перед тем как перейти к полному вычислению статистики интересующих нас величин, имеет смысл привести существенно более простое вычисление, которое позволит установить связь между темпом релаксации флуктуаций температуры темпом роста магнитной энергии. Тепловой поток вдоль силовой линии  $G\mu$  обратно пропорционален длине отрезка силовой линии  $s$ . Тогда можно связать изменения среднего квадрата потока тепла  $\langle G^2\mu^2 \rangle$ , который также является темпом затухания флуктуаций температуры (см. часть 2.3.1), с ростом плотности магнитной энергии следующим образом:

$$\langle B^2 \rangle \propto \langle s^2 \rangle, \quad \langle G^2\mu^2 \rangle \propto \langle 1/s^2 \rangle. \quad (2.17)$$

Как объяснялось в части 2.3.2, мы рассматриваем изотропное линейное случайное поле скоростей. Допустим, что оно кусочно-постоянно по времени на временных интервалах  $\tau_c$  и полностью раскоррелировано на временах  $\Delta t > \tau_c$ . Допустим также, что величина растяжения любого элемента объема жидкости за отдельные отрезки времени  $\sim \tau_c$  мала по сравнению с размером элемента, что эквивалентно модели поля, представляющего собой белый шум по времени. В этих предположениях легко получить функцию распределения  $s$  как функцию времени в пределе  $t/\tau_c \gg 1$ . Эволюция каждой компоненты вектора расстояния  $\mathbf{x}$  между любыми двумя точками, замороженными в поле скоростей, постоянное на интервале времени  $\tau_c$  запишется как

$$x^i(\tau_c) \approx x^i(0) + \tau_c \sigma_j^i x^j(0) + \frac{1}{2} \tau_c^2 \sigma_j^i \sigma_k^j x^k(0) + O(\tau_c^3), \quad (2.18)$$

Из-за того что мы рассматриваем случайное изотропное поле скоростей можно взять  $\mathbf{x}(0) = (1, 0, 0)$  в момент  $t = 0$ . Тогда

$$\begin{aligned} x^1(\tau_c) &\approx 1 + \tau_c \sigma_1^1 + \frac{1}{2} \tau_c^2 \sigma_j^1 \sigma_1^j + O(\tau_c^3), \\ x^{i \neq 1}(\tau_c) &= \tau_c \sigma_1^i + O(\tau_c^2). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Нас интересует временная эволюция 'фактора растяжения'  $s^2 = |\mathbf{x}|^2$ . За один эпизод растяжения уравнение equation (2.19) дает

$$\ln s^2(\tau_c) = 2\tau_c \sigma_1^1 - 2\tau_c^2 (\sigma_1^1)^2 + \tau_c^2 \sigma_1^j \sigma_1^j + \tau_c^2 \sigma_j^1 \sigma_1^j + O(\tau_c^3). \quad (2.20)$$

Для  $t \gg \tau_c$  вычисление  $s^2(t)$  сводится к суммированию  $N = t/\tau_c \gg 1$  таких независимых эпизодов:

$$\ln s^2(t) = \sum \ln s^2(\tau_c). \quad (2.21)$$

Применяя центральную предельную теорему к сумме  $(1/N) \sum \ln s^2(\tau_c)$ , сразу получим функцию распределения  $s^2$ :

$$P(s^2) = \frac{1}{s^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_s^2}} \exp \left[ -\frac{(\ln s^2 - m_s)^2}{2\sigma_s^2} \right], \quad (2.22)$$

где

$$\begin{aligned}\sigma_s &= 2\sqrt{T_{11}^{11}\frac{t}{\tau_{\text{eddy}}}}, \\ m_s &= \left[-2T_{11}^{11} + \sum_{i=1}^d (T_{11}^{ii} + T_{1i}^{i1})\right]\frac{t}{\tau_{\text{eddy}}},\end{aligned}\quad (2.23)$$

где  $\tau_{\text{eddy}}$  и  $T_{mn}^{ij}$  определены в конце части 2.3.2. Мы взяли  $\delta(0) = 1/\tau_c$  в уравнении (2.15). Используя уравнение (2.17), имеем

$$\langle B^2 \rangle \propto e^{m_s + \sigma_s^2/2}, \quad \langle G^2 \mu^2 \rangle \propto e^{-m_s + \sigma_s^2/2}.\quad (2.24)$$

Приходим к простому соотношению между растущей средней плотностью магнитной энергии и средним квадратом потока тепла:

$$\langle G^2 \mu^2 \rangle \propto \langle B^2 \rangle^p,\quad (2.25)$$

где  $p = \frac{-m_s + \sigma_s^2/2}{m_s + \sigma_s^2/2}$ . Для несжимаемого поля скоростей в трех измерениях, используя уравнение (2.16), получим  $p = -1/5$ . Мы вывели статистическую форму динамического уравнения (2.9). Она означает, что в среднем, в то время как плотность магнитной энергии растет, темп релаксации флуктуаций температуры уменьшается, хотя и эффективность такого уменьшения невелика (за счет малого  $p$ ). Это происходит, потому что в величину  $\langle G^2 \mu^2 \rangle$  основной вклад вносят области малого растяжения, в то время как  $\langle B^2 \rangle$  определяется в основном областями, где растяжение велико [уравнение (2.17)], а их распределение является очень ‘прерывистым’.

### 2.3.4 Поле скоростей с конечным временем корреляции

Насколько чувствителен полученный выше результат к явно не физическому предположению нулевого корреляционного времени поля скоростей? Здесь мы численно получим ФР длин  $z$  в случайном несжимаемом трехмерном поле скоростей, эволюция которого задается уравнением Ланжевена с конечным временем корреляции. Оно является обобщением  $\delta$ -коррелированного случая, описанного в части 2.3.3.

Рассмотрим большое число независимых отрезков силовых линий, каждый из которых помещен в свое собственное стохастическое несжимаемое поле скоростей, определяемое уравнением (2.14), с градиентами скоростей, удовлетворяющими уравнениям

$$\frac{d\sigma_m^i}{dt} = -\frac{1}{\tau_c}\sigma_m^i + \partial_m a^i,\quad (2.26)$$

где  $\tau_c$  — корреляционное время и  $a^i$  — стохастическое гауссово ускорение, градиент которого удовлетворяет

$$\langle \partial_m a^i(t) \partial_n a^j(t') \rangle = \delta(t-t') A^2 T_{mn}^{ij}.\quad (2.27)$$

Здесь  $A^2$  — амплитуда шума и безразмерный тензор  $T_{mn}^{ij}$  фиксируется условиями изотропии и несжимаемости согласно уравнению (2.16). Возможно определить эффективное время разворота турбулентных вихрей  $\tau_{\text{eddy}}$  во многом тем же способом,

что и для  $\delta$ -коррелированного случая:

$$\int_0^\infty \langle \sigma_m^i(0) \sigma_n^j(t) \rangle dt = \frac{1}{2} A^2 \tau_c^2 T_{mn}^{ij} \equiv \frac{1}{2\tau_{\text{eddy}}}, \quad (2.28)$$

где было подставлено точное решение уравнения Ланжевена (2.26). Таким образом,  $\tau_{\text{eddy}} = 1/(\tau_c A)^2$ .

Имея в виду уравнение (2.17), эволюция  $\langle G^2 \mu^2 \rangle$  и  $\langle B^2 \rangle$  может быть легко вычислена из распределения длин отрезков силовых линий. Мы сделаем это для диапазона величин отношения  $\tau_c/\tau_{\text{eddy}}$ . В части 2.3.3 мы аналитически рассмотрели случай  $\tau_c/\tau_{\text{eddy}} \rightarrow 0$ , в то время как более реалистичным является случай  $\tau_c/\tau_{\text{eddy}} \approx 1$ , потому как обычно турбулентные скорости декоррелируют за время оборота турбулентных вихрей, и элементы объема жидкости растягиваются на величину порядка своей длины на тех же временных масштабах. Результаты расчетов показаны на Рис. 2.5. Несмотря на то, что темп роста/убывания  $\langle B^2 \rangle$  и  $\langle G^2 \mu^2 \rangle$  оказывается разным для разных времен корреляции, их относительное поведение остается инвариантным, а именно

$$\langle G^2 \mu^2 \rangle \propto \langle B^2 \rangle^{-1/5}, \quad (2.29)$$

что практически идентично случаю  $\delta$ -коррелированного режима [уравнение (2.25)].

В результате оказывается, что конечное время корреляции не меняет вид соотношения между эффективным тепловым потоком и магнитной энергией, лишь модифицируя временную зависимость. Этот результат дает нам некоторую уверенность в справедливости использования модели Казанцева-Крайчана для наших целей.

### 2.3.5 Статистика теплового потока

В этой части мы выведем полную совместную ФР флуктуирующих магнитных полей и градиентов температуры, а также подробно исследуем корреляции между тепловым потоком, магнитной индукцией и относительной ориентацией магнитного поля и градиентов температуры.

Для поля скоростей, описываемого уравнением (2.14) можно записать уравнения (2.12) на  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $G$  and  $B$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \partial_t g^k &= -(\delta_m^k - g^k g^m) g^i \sigma_m^i, \\ \partial_t b^k &= (\delta_i^k - b^k b^i) b^m \sigma_m^i, \\ \partial_t G &= -G g^i g^m \sigma_m^i, \\ \partial_t B &= B b^i b^m \sigma_m^i. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Здесь мы избавились от адвекционных членов, используя однородность газа [так что мы можем использовать уравнение (2.12) при  $\mathbf{x} = 0$ ].

Подробности вывода уравнений на совместную ФР  $p(\mu, G, B; t)$  приводятся в Приложении 2.6. Запишем результат:

$$\begin{aligned} \partial_t p &= \frac{\epsilon}{2(D+1)} [2D(1-\mu^2)(\mu \partial_\mu \mu \partial_\mu - \partial_G G \mu \partial_\mu - \partial_B B \mu \partial_\mu) \\ &\quad + (D-1)(\partial_G G \partial_G G + \partial_B B \partial_B B) + 2(1-\mu^2 D) \partial_G G \partial_B B \\ &\quad + D(D+1-2D\mu^2)(2\mu \partial_\mu - \partial_G G - \partial_B B) + 2D^2(1-D\mu^2)] p, \end{aligned} \quad (2.31)$$

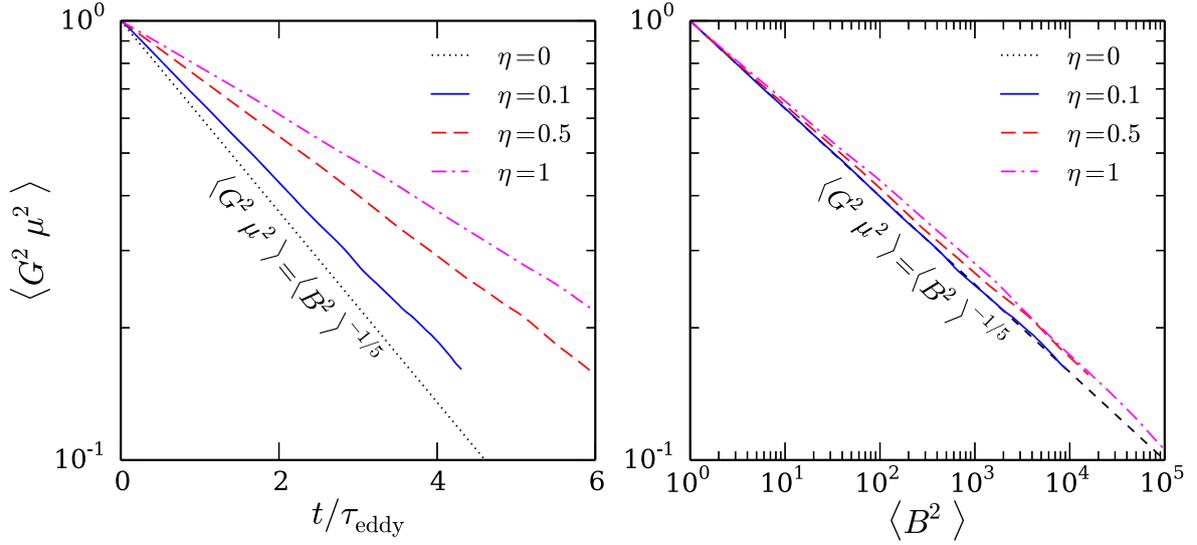


Рис. 2.5: Уменьшение среднего квадрата теплового потока  $\langle G^2 \mu^2 \rangle$  в случае случайного несжимаемого поля скоростей с конечным временем корреляции для разных отношений  $\tau_c/\tau_{\text{eddy}}$  (результаты численного расчета). В то время как темп роста/уменьшения  $\langle B^2 \rangle$  и  $\langle G^2 \mu^2 \rangle$  зависит от корреляционного времени, их относительное поведение остается практически неизменным:  $\langle G^2 \mu^2 \rangle \propto \langle B^2 \rangle^{-0.2}$ .

где  $D$  — размерность пространства. Ниже мы ограничимся случаем  $D = 3$ .

Домножив обе части уравнения (2.31) на  $G^2 \mu^2$  и проинтегрировав, находим

$$\partial_t \langle G^2 \mu^2 \rangle = -\frac{\epsilon}{2} \langle G^2 \mu^2 \rangle, \quad (2.32)$$

так что средний квадрат потока тепла затухает экспоненциально со временем. Тогда, вспоминая уравнение (2.11) на темп стирания флуктуаций температуры, запишем

$$\frac{d\langle \delta T^2 \rangle}{dt} \propto -e^{-\epsilon t/2} \rightarrow 0. \quad (2.33)$$

Мы видим, что темп релаксации флуктуаций температуры значительно уменьшается на временах порядка времени разворота турбулентных вихрей ( $\epsilon = 1/\tau_{\text{eddy}}$ ).

Возможно также воспроизвести выражение, связывающее средний квадрат теплового потока со средней плотностью магнитной энергии [уравнение (2.25)]. Умножая уравнение (2.31) на  $B^2$  и интегрируя, получим уравнение на эволюции плотности магнитной энергии:

$$\partial_t \langle B^2 \rangle = \frac{5}{2} \epsilon \langle B^2 \rangle. \quad (2.34)$$

Этот результат в комбинации с (2.32) приводит к соотношению, полученному в части 2.3.3:

$$\langle G^2 \mu^2 \rangle = \langle B^2 \rangle^{-1/5}. \quad (2.35)$$

Мы ожидаем, что градиенты температуры и силовые линии магнитного поля станут перпендикулярны друг другу. Исследуем тогда сначала предел  $\mu \rightarrow 0$ , в котором

уравнение (2.31) можно решить аналитически. Обозначим  $x = \ln \mu$ ,  $y = \ln G$  и  $z = \ln B$ . Тогда совместная ФР в этих переменных —  $h(x, y, z; t) = p(\mu(x), G(y), B(z); t)e^{x+y+z}$ , где последний множитель представляет собой якобиан преобразования координат. Устремляя  $\mu \rightarrow 0$  в (2.31), находим, что  $h$  удовлетворяет

$$\partial_t h = \frac{\epsilon}{4}[3h_{xx} + h_{yy} + h_{zz} - 3(h_{xy} + h_{xz}) + h_{yz} + 3(2h_x - h_y - h_z)]. \quad (2.36)$$

Запишем теперь  $h$  в следующей форме:

$$h(x, y, z; t) = f(x, y; t)\delta(x + y + z). \quad (2.37)$$

Подставляя этот анзац в (2.36), обнаруживаем, что уравнение факторизуется и  $f$  удовлетворяет

$$\partial_t f = \frac{\epsilon}{4}[3f_{xx} + f_{yy} - 3f_{xy} + 3(2f_x - f_y)]. \quad (2.38)$$

Факторизация означает, что в пределе  $\mu \rightarrow 0$   $G\mu \propto 1/B$  независимо от начальных условий. Такой результат был предсказан нами в части 2.3.3, где мы приняли отношение  $G\mu$  к  $1/B$  одинаковым в начальный момент для всех отрезков силовых линий.

Сделаем теперь другое преобразование:  $\xi = x = \ln \mu$  and  $\eta = x + 2y = \ln(G^2\mu)$ , чтобы разделить переменные в (2.38). Совместная ФР в этих переменных,  $w(\xi, \eta; t) = f(x(\xi), y(\xi, \eta); t)$ , удовлетворяет

$$\partial_t w = \frac{\epsilon}{4}(3w_{\xi\xi} + w_{\eta\eta} + 6w_\xi). \quad (2.39)$$

Это уравнение легко решается:

$$w(\xi, \eta; t) = \frac{1}{\sqrt{3\pi\epsilon t}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi' d\eta' w(\xi', \eta'; 0) \exp \left\{ -\frac{1}{3\epsilon t} \left[ \frac{3}{2}\kappa t + (\xi - \xi') \right]^2 \right\} \quad (2.40)$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{1}{\epsilon t} (\eta - \eta')^2 \right\}. \quad (2.41)$$

Заметим, что одновременно с диффузией по обеим переменным ФР совершает дрейф в сторону  $\xi \rightarrow -\infty$ , т.е. к меньшим  $\mu$ . Поэтому можно сказать, что наблюдается постоянное стремление к ортогональной ориентации градиентов и силовых линий.

Если нас интересует, как совместная ФР  $\mu$  и  $G$  ведет себя в случае  $\mu$  порядка единицы, необходимо решать полное уравнение (2.31), отынтегрированное по  $B$ . Формально это необходимо сделать, чтобы убедиться, что предел  $\mu \rightarrow 0$  действительно реализуется, т.е. что ФР  $\mu$  и  $G$  двигается по направлению к малым  $\mu$ , независимо от начальных условий. Снова разделяя переменные заменой переменных  $\xi = \ln \mu$  и  $\eta = \ln(G^2\mu)$ , запишем уравнение на новую ФР  $w(\xi, \eta; t) = \int p(\mu(\xi), G(\xi, \mu), B; t)e^{\frac{1}{2}(\xi+\eta)} dB$  в этих переменных:

$$\partial_t w = \frac{\epsilon}{4}[3(1 - e^{2\xi})w_{\xi\xi} + (1 + 3e^{2\xi})w_{\eta\eta} + 6(1 - 2e^{2\xi})w_\xi - 12e^{2\xi}w]. \quad (2.42)$$

Чтобы решить данное уравнение численно, удобно переписать его в дивергентной форме:

$$\partial_t w = \frac{\epsilon}{4}\{\partial_\xi[2(1 - e^{2\xi}) + (1 - e^{2\xi})\partial_\xi] + \partial_\eta(1 + 3e^{2\xi})\partial_\eta\}w. \quad (2.43)$$

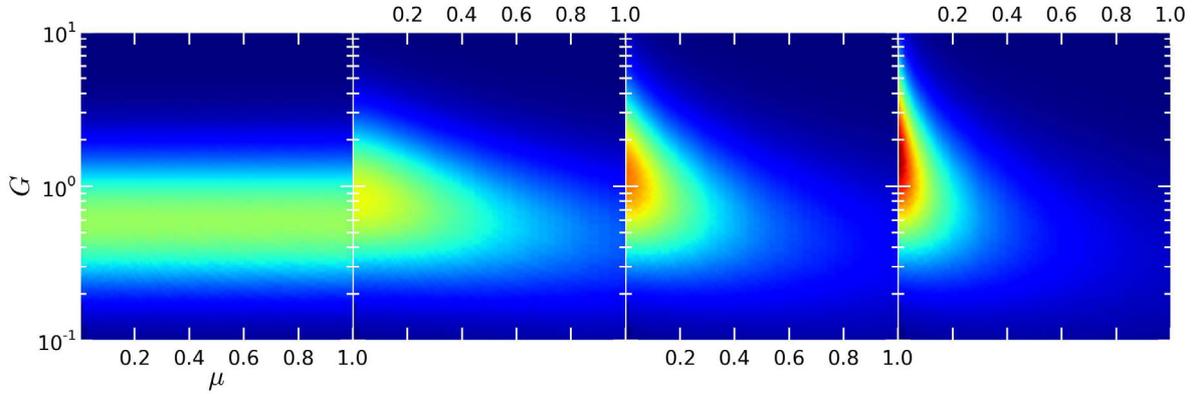


Рис. 2.6: Эволюция совместной ФР  $\mu$  и  $G$ , изображенная через равные промежутки времени от  $t = 0$  до  $t = \tau_{\text{eddy}}$  (время разворота турбулентных вихрей). ФР получена путем численного решения уравнения (2.43). Максимум ФР совершает дрейф в направлении области, где градиенты температуры и силовые линии магнитного поля перпендикулярны ( $\mu \rightarrow 0$ ).

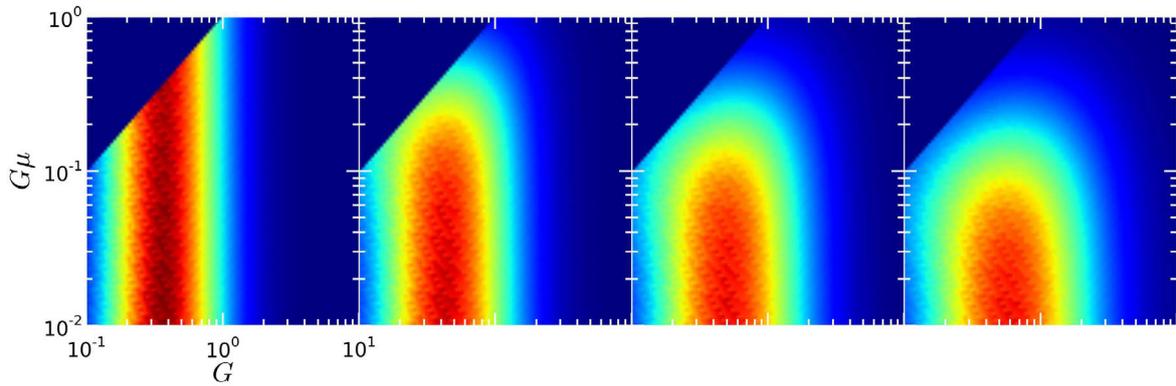


Рис. 2.7: Эволюция совместной ФР в переменных теплового потока  $G\mu = |\mathbf{b} \cdot \nabla T|$  и величины градиента температуры  $G = |\nabla T|$  в те же моменты времени, что и на Рис. 2.6. Более сильные градиенты размываются медленнее за счет меньших соответствующих значений теплового потока.

Численное решение этого уравнения изображено на Рис. 2.6. Со временем максимум ФР, как и ожидалось, смещается к малым  $\mu$ , свидетельствуя о том, что градиенты температуры и направления векторов магнитного поля постепенно становятся все более ортогональными друг другу. Можно перестроить этот график в координатах  $G\mu$  (тепловой поток) и  $G$ . Сделав это, становится видно, что темп релаксации флуктуаций температуры (или флуктуирующих градиентов) в (2.11) скоррелирован с величиной градиентов (Рис. 2.7) таким образом, что более сильные градиенты исчезают медленнее за счет меньших соответствующих величин параллельного теплового потока  $G\mu$ .

## 2.4 Ограничения модели и численный тест

Обсудим основные предположения, которые мы сделали в нашей модели, и пределы их применимости.

### 2.4.1 Пространственные масштабы

Ключевые масштабы в нашей задаче соотносятся следующим образом:

$$\rho_e \ll \lambda_{\text{mfp}} \lesssim l \lesssim \lambda_u, \quad (2.44)$$

где  $l$  — характерный размер области, в которой рассматривается задача,  $\rho_e$  — электронный ларморовский радиус,  $\lambda_{\text{mfp}}$  — электронная длина свободного пробега и  $\lambda_u$  — характерный размер турбулентного вихря.

Предел  $l \ll \lambda_u$  упрощает вычисление статистики растяжения силовых линий за счет возможности использовать линейное разложение поля скоростей (2.14). Благодаря линейному разложению задача становится решаемой аналитически. Заметим, что кинематическое динамо естественным образом устанавливает параллельную корреляционную длину магнитного поля  $\lambda_{B\parallel}$  порядка  $\sim \lambda_u$  (Schekochihin et al., 2002, 2004).

Условие  $\lambda_{\text{mfp}} \lesssim l$  позволяет применять уравнение теплопроводности (2.10) на выбранных пространственных масштабах. Из-за того что в режиме кинематического динамо  $\lambda_u \sim \lambda_{B\parallel}$ , мы также имеем  $\lambda_{\text{mfp}} \lesssim \lambda_{B\parallel}$ . В этом пределе можно не брать в учет эффекты магнитного зеркалирования, потому что в нем электроны способны покидать магнитные ловушки за счет постоянного столкновительного рассеяния по углу наклона электронной орбиты (Chandran & Cowley, 1998; Chandran et al., 1999).

Характерная величина длины свободного пробега электронов,

$$\lambda_{\text{mfp}} \sim 8 \text{ кпс} \left( \frac{T}{5 \text{ KeV}} \right)^2 \left( \frac{n_e}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1}, \quad (2.45)$$

меняется в диапазоне от  $\sim 0.01$  кпк в ядрах скоплений галактик до  $\sim 20$  кпк на удалении от центров скоплений в зависимости от температуры и плотности. Например, в ядре скопления Волосы Вероники длина свободного пробега  $\sim 5$  кпс (Churazov et al., 2012); в M87/ск. Девы она намного меньше:  $\lambda_{\text{mfp}} \sim 0.01$  кпк за счет более низкой температуры и более высокой плотности (Churazov et al., 2008). С другой стороны, величина  $\lambda_u$  может находиться в диапазоне от 10 до 200 кпк (Inogamov & Sunyaev,

2003; Schuecker et al., 2004; Schekochihin & Cowley, 2006; Subramanian et al., 2006; Zhuravleva et al., 2011; Kunz et al., 2011). Таким образом, наш анализ справедлив для флуктуаций температуры на масштабах  $10^{-1}$ – $10^2$  кпк. Существенная часть этого диапазона разрешается обсерваториями *Chandra* или *XMM-Newton*, из чего следует, что на наблюдаемых картах температур, где видны некоторые мелкомасштабные структуры, контуры постоянной температуры должны быть примерно ориентированы вдоль силовых линий магнитного поля, если считать, что наблюдаемые структуры были сформированы движениями газа.

## 2.4.2 Несжимаемость

Предположение о несжимаемости, использованное в (2.16) для описания поля скоростей, применимо до тех пор, пока скорости движения газа существенно дозвуковые. Это предположение приемлемо для описания межгалактической среды, за исключением случаев крупных слияний либо ударных волн, запускаемых АЯГ в ядрах скоплений. Сравнение оценок масс скоплений по рентгеновским данным и данным линзирования, по звездной кинематике (например, Churazov et al., 2008) и в численном моделировании (например, Lau et al., 2009) указывает на то, что величина кинетической энергии движений газа находится на уровне 5–15% от тепловой энергии в релаксированных скоплениях. Небольшие отклонения от несжимаемости не должны кардинально изменить наши результаты.

## 2.4.3 Стратификация

Мы полностью пренебрегли эффектами стратификации. Хорошо известно, что анизотропная теплопроводность в межгалактической среде модифицирует классический критерий устойчивости Шварцшильда таким образом, что любой радиальный градиент температуры должен приводить к неустойчивости: магнитотермальной неустойчивости (МТИ, Balbus 2000), если градиент температуры и направление гравитации совпадают, и неустойчивость плавучести, вызванная тепловым потоком (НВИ, Quataert 2008), если они противоположны. Эти неустойчивости были подробно изучены в численном моделировании (Sharma et al., 2009; Parrish et al., 2009; Bogdanović et al., 2009; Ruszkowski & Oh, 2010; Ruszkowski et al., 2011; McCourt et al., 2011; Kunz et al., 2012).

Тем не менее, подобные неустойчивости создаются крупномасштабными средними градиентами температуры, и в турбулентной плазме, на достаточно малых масштабах, эффекты плавучести могут оказаться менее важными по сравнению с турбулентными движениями (Ruszkowski & Oh, 2010) — в основном из-за того, что турбулентные временные масштабы становятся короче на более коротких пространственных длинах, в то время как характерные времена плавучести остаются неизменными. В самом деле, характерная временная шкала турбулентности —  $\tau_{\text{turb}} \sim \lambda_u/u = \lambda_u/(Mc_s)$ , где  $u$  — (дозвуковая) скорость турбулентных движений,  $M$  — число Маха,  $c_s$  — скорость звука; напротив, временная шкала плавучести —  $\tau_{\text{buoy}} \sim \sqrt{l_{p,T}/g} \sim \sqrt{l_{p,T}l_p}/c_s$ , где  $g$  — гравитационное ускорение, создаваемое потенциалом скопления,  $l_p$  — характерная длина изменения профиля давления и  $l_T$  (в случае МТИ/НВИ) — аналогичная длина, характеризующая макроскопический профиль температуры. Следовательно,

$\tau_{\text{turb}} \lesssim \tau_{\text{buoy}}$ , если  $\lambda_u \lesssim M l_P$  или  $\lambda_u \lesssim M \sqrt{l_P l_T}$  (в случае МТГ/НВГ). Возьмем  $M \sim 0.3$ . Для параметров, характерных для ядер скоплений ( $l_P \sim 100$  кпк,  $l_T \sim 300$  кпк), получим  $\lambda_u \lesssim 50$  кпк; для горячей МГС в основной части скоплений ( $l_P \sim 300$  кпк,  $l_T \sim 1000$  кпк), имеем  $\lambda_u \lesssim 200$  кпк.

Мы видим, что наши результаты применимы к достаточно малым пространственным масштабам, на которых характерное время турбулентности становится короче временного масштаба, связанного с плавучестью. Очевидно, что стратификацией скоплений нельзя пренебрегать, если нашей целью является построение полной самосогласованной модели межгалактической среды, однако сравнение нашей модели с крупномасштабным численным моделированием скоплений галактик (часть 2.4.7) демонстрирует, что учет плавучести не препятствует эффекту локальной ортогонализации силовых линий и градиентов температуры.

#### 2.4.4 Теплопроводность

Наша модель требует, чтобы время разворота турбулентных вихрей было короче, чем время теплопереноса. Это является достаточно сильным ограничением. Используя стандартную формулу для спитцеровской теплопроводности, запишем

$$\tau_{\text{cond}} \sim n_e k_B l^2 / \kappa_{\text{Sp}} \approx 3 \times 10^7 \left( \frac{n_e}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right) \left( \frac{l}{100 \text{ кпк}} \right)^2 \left( \frac{T_e}{5 \text{ KeV}} \right)^{-5/2} \text{ yr}, \quad (2.46)$$

где  $n_e$  — электронная плотность,  $T_e$  — электронная температура и  $\kappa_{\text{Sp}}$  — спитцеровский коэффициент теплопроводности. В то же время

$$\tau_{\text{turb}} \sim 5 \times 10^8 \left( \frac{\lambda_u}{100 \text{ кпк}} \right) \left( \frac{M}{0.3} \right)^{-1} \text{ yr}. \quad (2.47)$$

Из этой оценки ясно, что в холодных ядрах время теплообмена может быть длиннее, чем временной масштаб турбулентности, однако в горячей ( $\sim 8 \text{ KeV}$ ) разряженной межгалактической среде время теплообмена, наоборот, гораздо короче.

Тем не менее ортогонализация градиентов температуры и силовых линий магнитного поля может иметь место даже в горячей МГС. На качественном уровне это происходит из-за того, что ортогонализация сама по себе приводит к существенному уменьшению теплообмена, т.е. к эффективному удлинению времени теплообмена по сравнению с оценкой (2.46). Поэтому, хотя градиенты температуры, изначально сонаправленные силовым линиям, быстро стираются теплопроводностью, те градиенты, которые составляли большой угол с силовыми линиями, остаются и, по мере того как турбулентность все больше ортогонализирует их, даже усиливаются, в то время как эффективность теплообмена падает. Другими словами, предположение о медленном теплообмене удовлетворяется тем лучше, чем дольше происходит эволюция в случайном поле скоростей. Далее мы увидим, что такие качественные рассуждения в действительности подтверждаются результатами численного моделирования скоплений с учетом анизотропной теплопроводности (часть 2.4.7). Заметим также, что параллельный коэффициент теплопроводности, вероятно, подавлен по сравнению со спитцеровской величиной по крайней мере в  $\sim 5$  раз за счет кинетических микронеустойчивостей (например, зеркальной неустойчивости, описанной в следующей главе), что дополнительно укрепляет обоснованность наших предположений.

## 2.4.5 Динамика магнитного поля

Как показано в части 2.3.3, эволюция темпа релаксации мелкомасштабных ( $l \lesssim \lambda_u$ ) флуктуаций температуры может быть связана с величиной растяжения силовых линий магнитного поля как  $\propto \langle 1/s^2 \rangle$ . По большей части темп релаксации падает из-за того, что силовые линии, вдоль которых переносится тепло, растягиваются<sup>1</sup>. Величина растяжения, естественно, ограничена лоренцевской силой при насыщении магнитного поля. Этот эффект может играть важную роль в рассматриваемой задаче, однако его учет не позволяет решить задачу аналитически так же легко, как в случае пассивного магнитного поля, рассмотренного нами, и поэтому его роль легче оценить, анализируя численные симуляции (см. часть 2.4.7). Другой потенциально важный эффект, исключенный из нашей модели, — это пересоединение силовых линий, которое в принципе способно существенно модифицировать топологию силовых линий. В то время как мы считаем, что описанная модель верно описывает качественную картину, прямое численное моделирование является необходимым для ее обоснования.

## 2.4.6 Локальный и глобальный теплообмен

Мы подчеркиваем, что в данной работе рассматривается подавление *локальной* теплопроводности, применительно к *флуктуациям* температуры на масштабах  $l < \lambda_u$ . Мы установили, что градиенты, связанные с такими флуктуациями, преимущественно ориентируются турбулентным потоком плазмы перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. В общем, однако, если нас интересует глобальный теплообмен на масштабах  $l \gg \lambda_u$ , начинают играть роль другие эффекты: в частности, экспоненциальная расходимость запутанных силовых линий случайного магнитного поля в присутствии постоянного среднего градиента температуры (Rechester & Rosenbluth, 1978; Narayan & Medvedev, 2001; Chandran & Maron, 2004).

## 2.4.7 Сравнение с численным моделированием турбулентности в скоплениях

Чтобы укрепить обоснованность качественных рассуждений в поддержку многочисленных упрощений в нашей модели, мы использовали данные численного моделирования, выполненного ZuHone et al. (2013). В этой работе были проведены глобальные магнитогидродинамические симуляции возмущенного скопления галактик, которые не предназначались конкретно для проверки нашей модели, но представляют собой наиболее современную численную модель эволюции скопления, испытывающего слияние с небольшим гало темной материи. Симуляции включают в себя значительную часть физики, которой мы пренебрегли в нашей модели и которая играет ключевую роль в крупномасштабной модели: широкий диапазон пространственных и временных масштабов, сжимаемость, стратификацию, плавучесть, анизотропную

---

<sup>1</sup>Влияние растяжения силовых линий на подавление теплопроводности было ранее рассмотрено в работах Rosner & Tucker 1989 и Тао 1995, но для случая  $\lambda_B < \lambda_{mf}$  и постоянного градиента температуры.

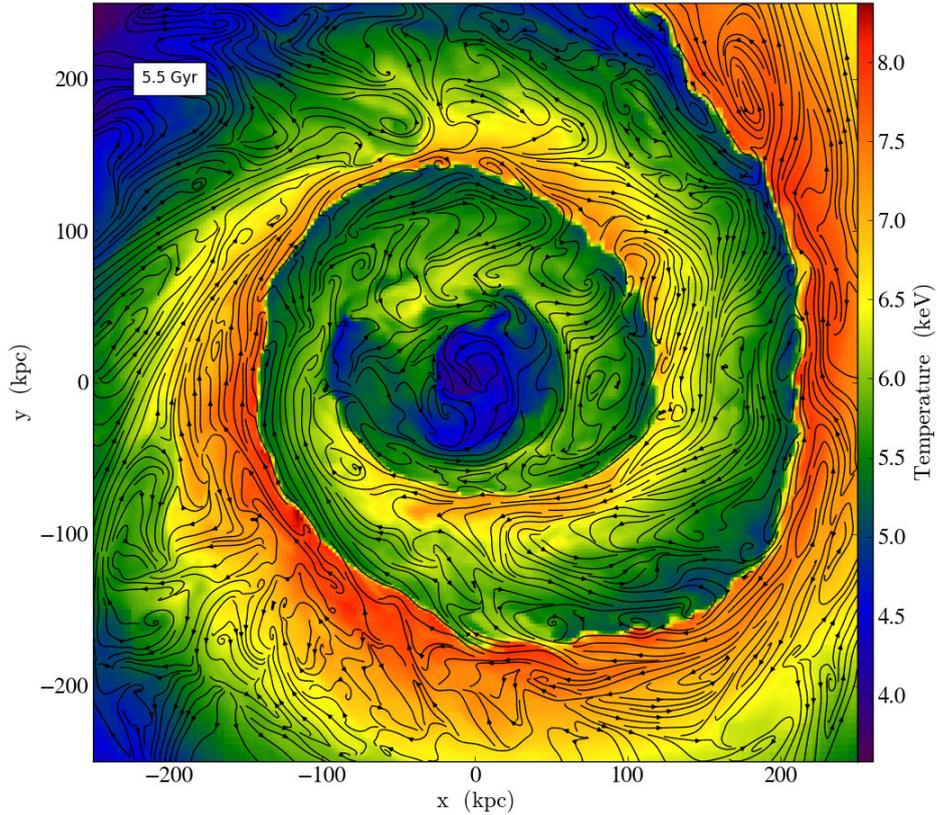


Рис. 2.8: Центральная область симуляции ZuHone et al. (2013) размером 500 кпк в момент времени  $t = 5.5$  гигалет, используемая для сравнения теоретических результатов с численным моделированием.

теплопроводность, радиационное охлаждение и динамическую обратную связь магнитного поля с полем скоростей.

В используемых симуляциях массивное ( $M \approx 1.5 \times 10^{15} M_{\odot}$ ,  $T \sim 8$  кэВ) скопление галактик с холодным ядром, изначально находящееся в гидростатическом равновесии, испытывает слияние с малым (отношение масс  $R = 5$ ) гало темной материи, которое вызывает “размешивание” межгалактической плазмы. Симуляция запускается в момент, когда расстояние между центрами скопления и гало составляет  $d = 3$  Мпк, а прицельный параметр  $b = 500$  кпк. Начальная скорость гало выбирается из условия равенства полной кинетической энергии системы половине ее полной потенциальной энергии. Скопление располагается в центре кубической области со стороной  $L = 2.4$  Мпк, так что наименьший разрешаемый масштаб составляет 2.34 кпк. Случайное магнитное поле задается в Фурье-пространстве как набор независимых нормально-распределенных случайных величин, описывающих действительную и мнимую компоненты поля. Спектр поля соответствует колмогоровскому с завалами на больших ( $\approx 500$  кпк) и малых ( $\approx 40$  кпк) линейных масштабах. Начальное плазменное  $\beta = 400$ . Более подробное описание симуляций можно найти в ZuHone et al. (2013) и ZuHone et al. (2011). В тестах, описываемых далее мы рас-

смаатривали лишь центральную область симуляции размером 500 кпк (Рис. 2.8), где возмущение межгалактической плазмы наиболее велико, что приводит к существенным локальным вариациям температуры и запутанного магнитного поля.

Сначала проанализируем симуляцию с отключенными теплопроводностью и радиационным охлаждением — симуляцию S1 из ZuHone et al. (2013). Рис. 2.9 показывает эволюцию совместной ФР, аналогичной той, что показана на Рис. 2.6. В начальный момент времени ориентация магнитного поля случайна, на что указывает плоская ФР по  $\mu$  в верхней левой части Рис. 2.9. Со временем наиболее вероятная величина  $G$  растет, в то время как соответствующая величина  $\mu$  падает. Такое поведение качественно очень похоже на эволюцию модельной ФР, показанную на Рис. 2.6. Заметим, что на Рис. 2.8 невооруженным глазом видно выравнивание силовых линий магнитного поля вдоль поверхностей постоянной температуры в значительной части возмущенной межгалактической плазмы: как в структурах, подобных холодным фронтам (см. часть 2.2.2), так и в более хаотичных турбулентных областях.

При включенном радиационном охлаждении и по-прежнему отключенной теплопроводности (симуляция SX из ZuHone et al. 2013) поведение совместной ФР  $G$  и  $\mu$  практически не изменяется, кроме небольшого увеличения ФР в области больших градиентов, независимо от величины  $\mu$ , что можно ожидать, так как охлаждение способно создавать градиенты температуры из градиентов плотности безотносительно к магнитному полю.

Наконец, рассмотрим симуляцию, идентичную двум предыдущим, только с включенными анизотропной теплопроводностью и радиационным охлаждением (симуляция SCX1 из ZuHone et al. 2013). На Рис. 2.10 совместная ФР  $G$  и  $\mu$  в плазме скопления, посчитанная на поздней стадии эволюции системы, противопоставлена случаю без теплопроводности в близкий момент времени. Для данного горячего ( $T \sim 8 \text{ KeV}$ ) скопления теплопроводность достаточно велика, чтобы оказать нетривиальное влияние на ФР. Эффективная анизотропная теплопроводность быстро устраняет мелкомасштабные градиенты температуры в областях, где силовые линии и градиенты были близки по направлению в начальный момент, в то время как градиенты, ортогональные силовым линиям, сохраняются дольше. Этот процесс смещает ФР к меньшим  $\mu$  и меньшим  $G$  по сравнению со случаем без теплопроводности (см. Рис. 2.9). В тоже время, сильные градиенты в областях с малыми  $\mu$  выживают и, более того, в среднем усиливаются движениями газа. Максимум ФР по-прежнему совершает дрейф в стороны больших градиентов и малых  $\mu$ , так что сильные градиенты в конечном счете ассоциируются с перпендикулярной ориентацией градиентов и силовых линий. Ясно, что оба эффекта (один из которых создается движениями газа, другой — анизотропной теплопроводностью) приводят к похожему итогу: значительные градиенты, которые могут быть найдены в межгалактической газе, вероятно, связаны областями, где  $\mu$  мало. Таким образом, форма ФР, полученная из анализа симуляций скоплений с учетом теплопроводности и охлаждения, качественно похожа на ФР без учета этих процессов (см. Рис. 2.10). Мы заключаем, что обсуждаемый в данной главе эффект наблюдается даже если теплопроводность велика настолько, что она способна устранить начальные мелкомасштабные градиенты температуры.

Наконец, отметим еще раз, что приведенное выше численное моделирование не было выполнено для конкретной рассматриваемой задачи. Например, в нашей теоретической модели мы предположили постоянную и пространственно однородную

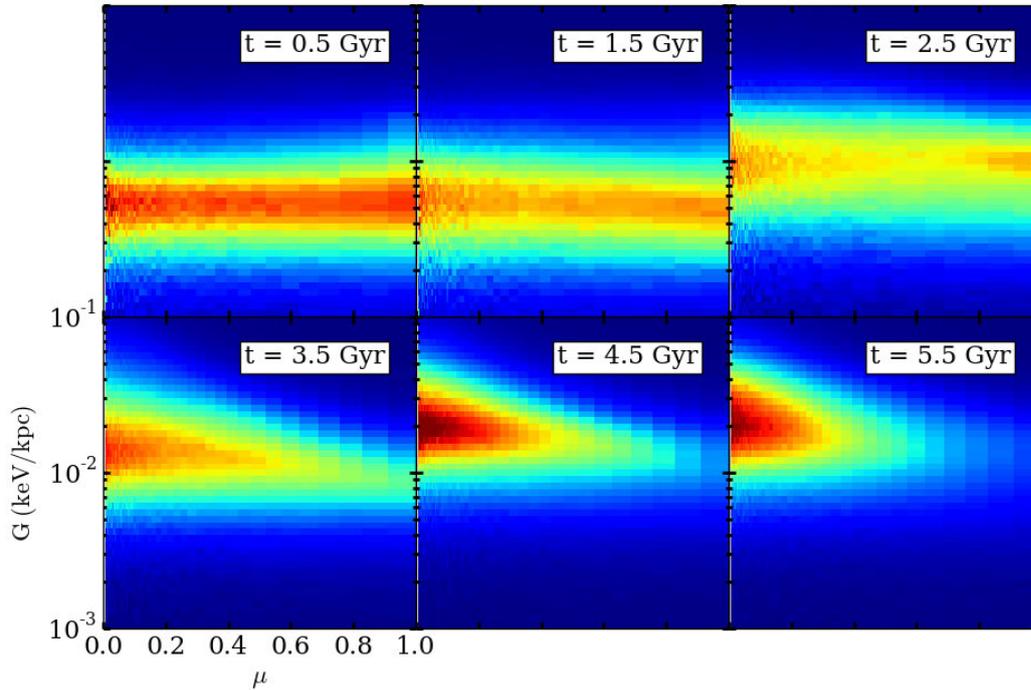


Рис. 2.9: Эволюция совместной ФР  $\mu = |\mathbf{b} \cdot \nabla T|$  и  $G = |\nabla T|$  в симуляции S1 из ZuHone et al. (2013) — глобальной магнитогидродинамической симуляции возмущенного скопления галактик с отключенными теплопроводностью и радиационным охлаждением.

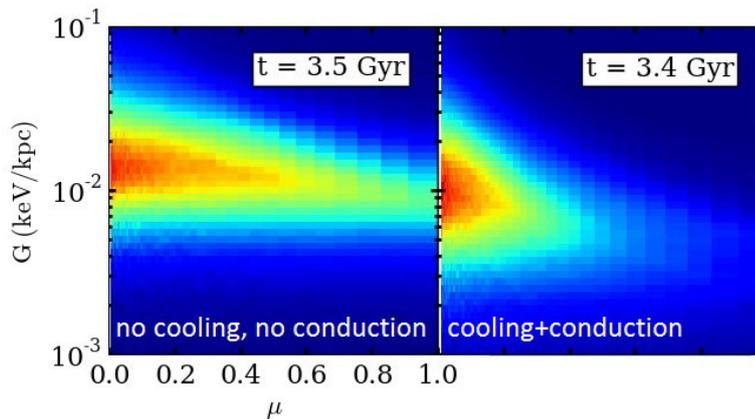


Рис. 2.10: Совместная ФР  $G$  и  $\mu$  в глобальных симуляциях скоплений. Слева: случай из Рис. 2.9. Справа: аналогичный случай с включенными теплопроводностью и радиационным охлаждением (симуляция SCX1 из ZuHone et al. 2013).

инжекцию турбулентности с хорошо определенным временем разворота турбулентных вихрей, в то время как в численном моделировании скопление возмущается определенным образом в определенный момент времени. С технической точки зрения также стоит отметить, что подсчет углов между силовыми линиями и градиентами температуры в присутствии мелкомасштабных турбулентных вихрей обладает существенной неточностью, не позволяя сделать твердые выводы о поведении ФР на очень малых  $\mu$ . Поэтому дальнейшее подробное сравнение теории с численным моделированием оказывается затруднительным. Полноценное численное моделирование, выполненное специально для изучения рассматриваемого эффекта, может иметь смысл в будущем. Тем не менее, даже основываясь на весьма ограниченном сравнении, описанном выше, можно сделать оптимистичный вывод о том, что корреляция между большими градиентами температуры и малыми величинами  $\mu$  действительно наблюдается в численной модели, которая не страдает от ограничений, накладываемых на нашу теорию, и содержит значительную часть физики, которая может повлиять на конечный результат <sup>2</sup>.

## 2.5 Выводы

Мы исследовали корреляции между локальными флуктуирующими градиентами температуры и ориентацией силовых линий замороженного магнитного поля в турбулентной межгалактической среде. Мы показали, что взаимная ориентация поверхностей постоянной температуры и силовых магнитных линий неслучайна, но, напротив, следует ожидать их выравнивания: движения газа стремятся увеличить градиенты температуры и, одновременно, ориентировать магнитное поле перпендикулярно градиентам. Холодные фронты в скоплениях галактик представляют собой яркий пример такого процесса на больших масштабах. Итоговым результатом скоррелированной эволюции температуры и магнитного поля становится эффективное подавление локального теплового потока. Отметим, что глобальный перенос тепла, который определяется крупномасштабными радиальными профилями температуры скоплений галактик, находится за пределами данной работы.

Мы явно вычислили совместную ФР градиентов температуры и углов, которые они составляют с направлением магнитного поля, и продемонстрировали, что в случае трехмерных изотропных несжимаемых случайных движений газа происходит существенное подавление локального теплового потока. Основные выводы работы заключаются в следующем:

- Сильная корреляция между флуктуирующими градиентами температуры и локальной ориентацией магнитного поля устанавливается за характерное время порядка времени обращения турбулентных вихрей.
- В среднем темп релаксации флуктуаций температуры антикоррелирован со степенью усиления магнитного поля движениями газа. Усредненный по объему темп релаксации уменьшается с ростом плотности магнитной энергии как  $\langle B^2 \rangle^{-1/5}$ .

---

<sup>2</sup>Хотя она не включает в себя эффекты микрофизики плазмы, роль которых до сих пор не ясна citepKunzSchek2011,MogaveroSchek.

- В случае возмущенных скоплений галактик, в которых происходит слияние с более мелкими скоплениями или галактиками, наибольшие наблюдаемые *локальные* градиенты температуры следует ассоциировать с наибольшим подавлением теплового потока. Оценки эффективной теплопроводности, основанные на измерениях таких градиентов могут не отражать характерной величины параллельной теплопроводности. Данный вывод поддерживается численным моделированием глобальной динамики возмущенного скопления с учетом анизотропной теплопроводности.

## 2.6 Приложение: статистический расчет совместной ФР $\mu$ , $G$ и $B$

Общая форма совместной ФР магнитного поля и температуры имеет вид

$$P(\mathbf{g}, \mathbf{b}, G, B; t) = \langle \tilde{P} \rangle, \quad (2.48)$$

$$\tilde{P} = \delta(\mathbf{g} - \mathbf{g}(t))\delta(\mathbf{b} - \mathbf{b}(t))\delta(G - G(t))\delta(B - B(t)), \quad (2.49)$$

где  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $G$  и  $B$  — переменные и  $\mathbf{g}(t)$ ,  $\mathbf{b}(t)$ ,  $G(t)$  и  $B(t)$  — стохастические процессы, которые являются решением уравнений (2.30). Взяв производную по времени от  $\tilde{P}$  и используя уравнения (2.30), получим

$$\partial_t P = \hat{L}_i^m \sigma_m^i \tilde{P}, \quad (2.50)$$

где

$$\hat{L}_i^m = \frac{\partial}{\partial g^k} (\delta_m^k - g^k g^m) g^i - \frac{\partial}{\partial b^k} (\delta_i^k - b^k b^i) b^m + \frac{\partial}{\partial G} g^i g^m G - \frac{\partial}{\partial B} b^i b^m B. \quad (2.51)$$

Запишем усредненное уравнение (2.50):

$$\partial_t P = \hat{L}_i^m \langle \sigma_m^i \tilde{P} \rangle, \quad (2.52)$$

и теперь мы можем применить формулу Фуруцу-Новикова (Furutsu, 1963; Novikov, 1965), чтобы вычислить правую часть уравнения:

$$\langle \sigma_m^i(t) \tilde{P}(t) \rangle = \int dt' \langle \sigma_m^i(t) \sigma_n^j(t') \rangle \left\langle \frac{\delta \tilde{P}(t)}{\delta \sigma_n^j(t')} \right\rangle = \epsilon T_{mn}^{ij} \left\langle \frac{\delta \tilde{P}(t)}{\delta \sigma_n^j(t)} \right\rangle \quad (2.53)$$

где мы использовали уравнение (2.15). Из уравнения (2.50)

$$\frac{\delta \tilde{P}(t)}{\delta \sigma_n^j(t)} = \int_{-\infty}^t dt' \left[ \hat{L}_i^m \delta_j^i \delta_m^n \delta(t-t') \tilde{P}(t') + \hat{L}_i^m \sigma_m^i(t') \frac{\delta \tilde{P}(t')}{\delta \sigma_n^j(t')} \right] = \frac{1}{2} \hat{L}_j^n \tilde{P}(t). \quad (2.54)$$

Второй член под интегралом исчезает вследствие причинности ( $t' < t$ ). Используя уравнение (2.54) в (2.53) и подставляя его в (2.52), получаем замкнутое уравнение на искомую ФР:

$$\partial_t P = \frac{\epsilon}{2} T_{mn}^{ij} \hat{L}_i^m \hat{L}_j^n P. \quad (2.55)$$

Так как среда изотропная, ФР зависит лишь от  $G$ ,  $B$  и угла между единичными векторами  $\mathbf{g}$  и  $\mathbf{b}$ . Тогда она может быть факторизована как

$$P(\mathbf{g}, \mathbf{b}, G, B; t) = \frac{1}{8\pi^2} \delta(\mathbf{g}^2 - 1) \delta(\mathbf{b}^2 - 1) p(\mu, G, B; t), \quad (2.56)$$

где  $\mu = \mathbf{b} \cdot \mathbf{g}$ . Множитель  $1/8\pi^2$  был введен в целях нормализации  $p(\mu, G, B; t)$  на единицу. Подставляя это выражение в (2.55), получим

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{L}}_i^m \hat{\mathbf{L}}_j^n P = & \delta(\mathbf{g}^2 - 1) \delta(\mathbf{b}^2 - 1) \{ (b^i b^j b^m b^n + g^i g^j g^m g^n - g^i b^j g^m b^n - b^i g^j b^m g^n) \mu \partial_\mu \mu \partial_\mu \\ & + (b^i g^j b^m g^n - g^i g^j g^m g^n) \mu \partial_\mu \partial_G G + (g^i b^j g^m b^n - 2b^i b^j b^m b^n + b^i g^j b^m g^n) \mu \partial_\mu \partial_B B \\ & - (g^i b^j g^m b^n + b^i b^j b^m g^n) \partial_G G \partial_B B + g^i g^j g^m g^n \partial_G G \partial_G G \\ & + [2(D+1)(b^i b^j b^m b^n + g^i g^j g^m g^n) - 2D(g^i b^j g^m b^n + b^i g^j b^m g^n) \\ & - b^m b^n \delta_j^i - b^j b^m \delta_n^i - g^i g^n \delta_m^j - g^i g^j \delta_n^m] \mu \partial_\mu \\ & + [-2(D+1)g^i g^j g^m g^n + D(g^i b^j g^m b^n + b^i g^j b^m g^n) + g^i g^n \delta_m^j + g^i g^j \delta_n^m] \partial_G G \\ & + [-2(D+1)b^i b^j b^m b^n + Dg^i b^j g^m b^n + Db^i g^j b^m g^n + b^m b^n \delta_j^i + b^j b^m \delta_m^j] \partial_B B \\ & + D[(D+2)(b^i b^j b^m b^n + g^i g^j g^m g^n) - D(g^i b^j g^m b^n + b^i g^j b^m g^n) \\ & - (b^m b^n \delta_j^i + b^j b^m \delta_n^i + g^i g^n \delta_m^j + g^i g^j \delta_n^m)] \} p, \end{aligned} \quad (2.57)$$

где  $D$  — размерность пространства. ФР факторизуется, как и следовало ожидать, и остается решить лишь уравнение на  $p(\mu, G, B; t)$ . Подставляя (2.57) в (2.55), выполняем свертки тензора  $T_{mn}^{ij}$  [см. уравнение (2.16)] с единичными векторами по повторяющимся индексам, используя тождества

$$\begin{aligned} T_{mn}^{ij} b^i b^j b^m b^n &= \frac{D-1}{D+1}, \\ T_{mn}^{ij} g^i b^j g^m b^n &= \frac{\mu^2 - 1}{D+1}, \\ T_{mn}^{ij} b^j b^m \delta_n^i &= 0, \\ T_{mn}^{ij} b^m b^n \delta_j^i &= \frac{(D-1)(D+2)}{D+1}, \\ T_{mn}^{ij} b^i g^j b^m g^n &= \frac{\mu^2 - 1}{D+1}, \\ T_{mn}^{ij} g^i g^j g^m g^n &= \frac{D-1}{D+1}, \\ T_{mn}^{ij} g^i g^n \delta_m^j &= 0, \\ T_{mn}^{ij} g^i g^j \delta_n^m &= \frac{(D-1)(D-2)}{D+1}. \end{aligned} \quad (2.58)$$

В результате получаем уравнение (2.31).

# Литература

- Albright B. J., Chandran B. D. G., Cowley S. C., Loh M., 2001, *Phys. Plasmas*, 8, 777
- Asai N., Fukuda N., Matsumoto R., 2007, *ApJ*, 663, 816
- Balbus S. A., 2000, *ApJ*, 534, 420
- Balkovsky E., Fouxon A., 1999, *Phys. Rev. E*, 60, 4164
- Bogdanović T., Reynolds C. S., Balbus S. A., Parrish I. J., 2009, *ApJ*, 704, 211
- Boldyrev S., Cattaneo F., 2004, *Phys. Rev. Lett.*, 92, 144501
- Boldyrev S. A., Schekochihin A. A., 2000, *Phys. Rev. E*, 62, 545
- Braginskii S. I., 1965, *Rev. Plasma Phys.*, 1, 205
- Chandran B. D. G., Cowley S. C., 1998, *Phys. Rev. Lett.*, 80, 3077
- Chandran B. D. G., Cowley S. C., Ivanushkina M., Sydora R., 1999, *ApJ*, 525, 638
- Chandran B. D. G., Maron J. L., 2004, *ApJ*, 602, 170
- Chertkov M., Falkovich G., Kolokolov I., Vergassola M., 1999, *Phys. Rev. Lett.*, 83, 4065
- Churazov E., Forman W., Vikhlinin A., Tremaine S., Gerhard O., Jones C., 2008, *MNRAS*, 388, 1062
- Churazov E., Inogamov N., 2004, *MNRAS*, 350, L52
- Churazov E., Vikhlinin A., Zhuravleva I., Schekochihin A., Parrish I., Sunyaev R., Forman W., Böhringer H., Randall S., 2012, *MNRAS*, 421, 1123
- Ettori S., Fabian A. C., 2000, *MNRAS*, 317, L57
- Furutsu K., 1963, *J. Res. NBS*, 67D, 303
- Inogamov N. A., Sunyaev R. A., 2003, *Astron. Lett.*, 29, 791
- Kazantsev A. P., 1968, *Soviet Phys. JETP*, 26, 1031
- Kunz M. W., Bogdanović T., Reynolds C. S., Stone J. M., 2012, *ApJ*, 754, 122
- Kunz M. W., Schekochihin A. A., Cowley S. C., Binney J. J., Sanders J. S., 2011, *MNRAS*, 410, 2446

Lau E. T., Kravtsov A. V., Nagai D., 2009, *ApJ*, 705, 1129

Lyutikov M., 2006, *MNRAS*, 373, 73

Malyshkin L., Kulsrud R., 2001, *ApJ*, 549, 402

Markevitch M., Mazzotta P., Vikhlinin A., Burke D., Butt Y., David L., Donnelly H., Forman W. R., Harris D., Kim D.-W., Virani S., Vrtillek J., 2003, *ApJ*, 586, L19

Markevitch M., Vikhlinin A., 2007, *Phys. Rep.*, 443, 1

McCourt M., Parrish I. J., Sharma P., Quataert E., 2011, *MNRAS*, 413, 1295

Mogavero F., Schekochihin A. A., 2013, *ArXiv*: 1312.3672

Narayan R., Medvedev M. V., 2001, *ApJ*, 562, L129

Novikov E., 1965, *Soviet Phys. JETP*, 20, 1290

Parrish I. J., Quataert E., Sharma P., 2009, *ApJ*, 703, 96

Quataert E., 2008, *ApJ*, 673, 758

Rechester A. B., Rosenbluth M. N., 1978, *Phys. Rev. Lett.*, 40, 38

Roediger E., Brüggén M., Simionescu A., Böhringer H., Churazov E., Forman W. R., 2011, *MNRAS*, 413, 2057

Rosner R., Tucker W. H., 1989, *ApJ*, 338, 761

Ruszkowski M., Lee D., Brüggén M., Parrish I., Oh S. P., 2011, *ApJ*, 740, 81

Ruszkowski M., Oh S. P., 2010, *ApJ*, 713, 1332

Schekochihin A., Cowley S., Maron J., Malyshkin L., 2002, *Phys. Rev. E*, 65, 016305

Schekochihin A. A., Cowley S. C., 2006, *Phys. Plasmas*, 13, 056501

Schekochihin A. A., Cowley S. C., Taylor S. F., Maron J. L., McWilliams J. C., 2004, *ApJ*, 612, 276

Schekochihin A. A., Haynes P. H., Cowley S. C., 2004, *Phys. Rev. E*, 70, 046304

Schuecker P., Finoguenov A., Miniati F., Böhringer H., Briel U. G., 2004, *A&A*, 426, 387

Sharma P., Chandran B. D. G., Quataert E., Parrish I. J., 2009, *ApJ*, 699, 348

Skilling J., McIvor I., Holmes J. A., 1974, *MNRAS*, 167, 87P

Subramanian K., Shukurov A., Haugen N. E. L., 2006, *MNRAS*, 366, 1437

Tao L., 1995, *MNRAS*, 275, 965

Vikhlinin A., Markevitch M., Murray S. S., 2001, *ApJ*, 549, L47

- Xiang F., Churazov E., Dolag K., Springel V., Vikhlinin A., 2007, MNRAS, 379, 1325
- Zhuravleva I. V., Churazov E. M., Sazonov S. Y., Sunyaev R. A., Dolag K., 2011, Astron. Lett., 37, 141
- ZuHone J. A., Markevitch M., Lee D., 2011, ApJ, 743, 16
- ZuHone J. A., Markevitch M., Ruszkowski M., Lee D., 2013, ApJ, 762, 69

# Глава 3

## Подавление теплопроводности в плазме, подверженной зеркальной неустойчивости

### 3.1 Введение

Теплопроводность в замагниченной плазме представляет собой давнюю задачу в астрофизике, которая возникла, когда стало ясно, что практически любая астрофизическая плазма обладает магнитными полями (основываясь как на наблюдениях синхротронного излучения и фарадеевского вращения, так и на теоретических рассуждениях). Хотя такие поля относительно слабы ( $\sim 1 - 10$  мкГс в межгалактической среде; см., например, обзор Carilli & Taylor 2002 или Feretti et al. 2012), они заставляют заряженные частицы обращаться вокруг силовых линий с лармовскими радиусами, крайне малыми по сравнению с другими физически важными масштабами, а именно со столкновительными длинами свободного пробега и корреляционными длинами плазменных потоков. В такой плазме электроны переносят тепло преимущественно вдоль силовых линий.

В межгалактической среде (МГС) построение корректной теории эффективного теплопереноса в первую очередь мотивируется наблюдениями разнообразных долгоживущих структур (например, Markevitch et al., 2003) и больших градиентов (холодные фронты; например, Markevitch et al. 2000; Ettori & Fabian 2000; Vikhlinin et al. 2001; Markevitch & Vikhlinin 2007) на картах температуры скоплений галактик. Если бы величина коэффициента теплопроводности определялась классической спитцеровской величиной для плазмы без магнитного поля (Spitzer, 1962), такие структуры были бы устранены за время, гораздо короче характерных времен формирования скоплений. Другой важной задачей является устойчивость холодных ядер скоплений галактик, в которых роль теплопроводности до сих пор не ясна (например, Ruszkowski & Begelman, 2002; Zakamska & Narayan, 2003; Voigt & Fabian, 2004; Dennis & Chandran, 2005).

Полная задача о теплопроводности в астрофизической плазме значительно усложняется тем фактом, что плазма часто является турбулентной (для случая МГС см.,

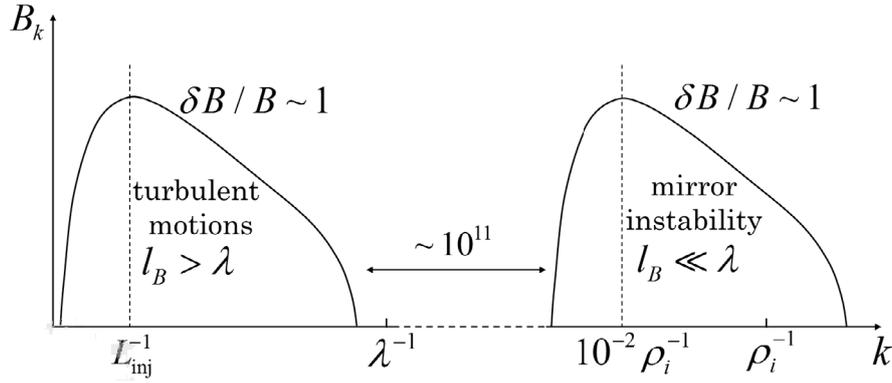


Рис. 3.1: Иллюстрация спектра флуктуаций величины магнитного поля в МГС. Возмущения  $\delta B/B \sim 1$  (способные играть роль магнитных ловушек), создающиеся крупномасштабной турбулентностью, занимают область  $\lambda \lesssim l_B$ , где магнитное зеркалирование неэффективно из-за столкновительного рассеяния частиц. Зеркальные флуктуации, напротив, образуются на масштабах, сравнимых с ионным ларморовским радиусом  $\rho_i$ ,  $\lambda \sim 10^{13} \rho_i$ , и поэтому способны существенно подавить перенос электронов.

например, Inogamov & Sunyaev 2003; Schuecker et al. 2004; Schekochihin & Cowley 2006; Subramanian et al. 2006; Zhuravleva et al. 2014), а магнитные поля — запутанными. Поэтому удобно разделить общую задачу на более узко сформулированные подзадачи и, затем, решать их по отдельности. Во-первых, можно рассмотреть задачу о параллельной теплопроводности в статичной магнитном поле заданной структуры (например, Chandran & Cowley, 1998). Приближение статичного магнитного поля оказывается корректным, если электроны распространяются вдоль силовых линий быстрее, чем эти линии изменяются турбулентностью. Затем можно исследовать эффективное усиление теплопроводности поперек силовых линий за счет их экспоненциальной расходимости (Skilling et al., 1974; Rechester & Rosenbluth, 1978; Chandran & Cowley, 1998; Narayan & Medvedev, 2001; Malyshkin, 2001; Chandran & Maron, 2004). Наконец, на локальные тепловые потоки на масштабах турбулентных вихрей влияет корреляция между градиентами температуры и магнитным полем из-за того, что они эволюционируют в одном и том же турбулентном поле скоростей (Komarov et al. 2014). В этой главе мы рассмотрим лишь первую часть задачи — параллельную теплопроводность — применительно к МГС.

На эффективность параллельной теплопроводности может влиять магнитный захват электронов существенными флуктуациями величины магнитного поля вдоль силовых линий (Klepac & Ptuskin, 1995; Chandran & Cowley, 1998; Chandran et al., 1999; Malyshkin & Kulsrud, 2001; Albright et al., 2001). Эти флуктуации могут образоваться за счет нескольких механизмов. На масштабе турбулентных движений их можно создать мелкомасштабным турбулентным МГД-динамо в результате последовательности случайных растяжений/сжатий элементов объема газа стохастическим полем скоростей (например, Schekochihin et al., 2002, 2004; Schekochihin & Cowley, 2006). На крайне малых масштабах порядка ионного ларморовского радиуса межгалактическая плазма подвержена кинетическим неустойчивостям (Schekochihin et al.,

2005; Schekochihin & Cowley, 2006). Так как ионный ларморовский радиус на много порядков меньше, чем столкновительная длина свободного пробега, плазма является слабостолкновительной, что приводит к сохранению адиабатических инвариантов, первым из которых является магнитный момент частицы  $\mu = v_{\perp}^2/(2B)$ , где  $v_{\perp}$  — компонента скорости частицы, перпендикулярная магнитному полю. Следовательно, изменения магнитного поля приводят к изменениям перпендикулярного давления, создавая анизотропию давления. В свою очередь, анизотропия давления вызывает рост шланговой и зеркальной неустойчивостей (Chandrasekhar et al., 1958; Parker, 1958; Hasegawa, 1969), которые удерживают степень анизотропии  $\Delta = (p_{\perp} - p_{\parallel})/p_{\perp}$  на пограничном уровне  $|\Delta| \sim 1/\beta$ , где  $\beta$  — плазменное бета, отношение тепловой к магнитной плотностей энергии (в солнечном ветре этому есть наблюдательное свидетельство, см. Kasper et al. 2002; Hellinger et al. 2006; Bale et al. 2009; возможные теоретические механизмы удержания пограничного состояния обсуждаются, например, в Melville et al. 2016). Шланговая неустойчивость развивается, когда  $\Delta < -2/\beta$ , что происходит в областях, где величина магнитного поля уменьшается со временем — вблизи точек разворота силовых линий, и обычно создает малые ( $\delta B_{\perp}/B \ll 1$ ) поперечные альфвеновские флуктуации поля, распространяющиеся вдоль поля. Зеркальная неустойчивость (или 'зеркальная мода') является резонансной неустойчивостью, которая растет, когда  $\Delta > 1/\beta$ , т.е. в случае, когда магнитное поле усиливается турбулентностью вдоль длинных складок силовых линий. Зеркальная мода создает флуктуации величины магнитного поля вдоль силовых линий (продольные флуктуации) с амплитудой порядка единицы ( $\delta B/B \sim 1$ ), таким образом формируя магнитные зеркала, способные захватывать электроны и, тем самым, препятствовать параллельной теплопроводности. В то время как продольные флуктуации поля можно создать турбулентными движениями, мы в части 3.4 мы покажем, что итоговое подавление теплообмена в этом случае незначительно, потому как длина свободного пробега электронов короче, чем параллельная корреляционная длина магнитного поля  $l_B$ , которая естественным образом соответствует масштабу турбулентных движений. Из-за этого электроны легко избегают магнитные ловушки, постоянно рассеиваясь в конус потерь. Иллюстрация предполагаемого спектра продольных флуктуаций (т.е. флуктуаций величины магнитного поля) в межгалактической среде представлена на Рис. 3.1: магнитные зеркала, способные эффективно подавлять электронный перенос, находятся в области  $\lambda \gg l_B$ .

Прямые наблюдения зеркальных магнитных флуктуаций в МГС невозможны из-за их крайне малых масштабов, поэтому необходимо использовать численное моделирование. Недавние гибридные симуляции шланговой и зеркальной неустойчивостей методом частиц в ячейках, выполненные Kunz et al. (2014), хорошо подходят для данной задачи, снабжая нас информацией о характерных статистических свойствах зеркальной неустойчивости. В этой главе мы используем результаты моделирования Kunz et al. (2014) для построения модели движения электрона вдоль возмущенного магнитного поля и оценки параллельного коэффициента теплопроводности.

Глава структурирована следующим образом. В части 3.2 мы описываем модель параллельной диффузии электрона и эквивалентную ей схему численного расчета методом Монте-Карло. Затем в части 3.3 мы применим эту модель к зеркальным магнитным флуктуациям, взятым из численного моделирования Kunz et al. (2014), чтобы вычислить степень подавления параллельного коэффициента диффу-

зии (часть 3.3.2). После этого в части 3.4 мы продемонстрируем, что крупномасштабные турбулентные флуктуации величины магнитного поля в МГС, полученные численным моделированием изотропной МГД-турбулентности, не вызывают заметного подавления теплопереноса. Наконец, в части 3.5 мы подводим итог и обсуждаем значимость полученных результатов для задачи о теплопроводности в скоплениях галактик и, в общем, в турбулентной слабостолкновительной плазме.

## 3.2 Модель параллельной диффузии электронов в постоянном магнитном поле

Для наших расчетов будем считать, что характерные времена диффузии короче, чем характерные времена движений газа и эволюции магнитного поля, т.е. будем рассматривать постоянное магнитное поле. Мы обсудим справедливость этого допущения в части 3.5.

Если магнитные флуктуации возникают на параллельных масштабах  $l_B$ , намного больших электронного ларморовского радиуса  $\rho_e$ , что, конечно, выполняется в случае магнитных флуктуаций, сформированных МГД-турбулентностью, а также для зеркальных флуктуаций, которые образуются на масштабах  $\sim 100 \rho_i$ , где  $\rho_i = (m_i/m_e)^{1/2} \rho_e \sim 40 \rho_e$  — ионный ларморовский радиус, и если пренебречь всеми движениями газа, можно записать уравнение на кинетику электронов:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\xi\nabla_{\parallel}f - \frac{\nabla_{\parallel}B}{B}v\frac{1-\xi^2}{2}\frac{\partial f}{\partial\xi} = v(v)\frac{\partial}{\partial\xi}\frac{1-\xi^2}{2}\frac{\partial f}{\partial\xi}, \quad (3.1)$$

которое описывает эволюцию электронной функции распределения (ФР)  $f = f(t, \mathbf{x}, v, \xi)$  (Kulsrud, 1964). Здесь  $\nabla_{\parallel} = \hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla$  — производная вдоль направления локального магнитного поля и  $\xi = \hat{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}/v = \cos \theta$ , где  $\theta$  — угол наклона орбиты электрона. Единичный вектор  $\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{B}/B$  указывает в направлении локального магнитного поля. Последний член в левой части уравнения (3.1) представляет собой зеркальную силу, которая гарантирует сохранение магнитного момента  $\mu = v_{\perp}^2/(2B) = v^2(1-\xi^2)/(2B)$  в отсутствие столкновений. Изотропные столкновения с частотой  $\nu$  описываются лоренцевским оператором рассеяния по углу наклона орбиты в правой части уравнения (3.1). В этой части мы ограничимся рассмотрением случая моноэнергетических электронов без обмена энергией при столкновениях. Мы также пренебрегаем электрическим полем, потому что вблизи пограничного состояния ( $\Delta \sim 1/\beta$ ) зеркальная неустойчивость создает параллельное электрическое порядка  $E_{\parallel} \sim (T/e)(\nabla_{\parallel}B/B)(1/\beta)$ , где  $T$  — температура электронов,  $e$  — абсолютный заряд электрона. В астрофизической плазме часто  $\beta \gg 1$  (например,  $\sim 100$  в МГС), так что электрическое поле разумно не учитывать.

Задача является эффективно одномерной по отношению к длине дуги  $\ell$  вдоль силовой линии, потому что все пространственные производные в (3.1) берутся вдоль локального магнитного поля. Тогда можно переписать (3.1) в координатах, ориентированных вдоль поля, нормируя ФР с учетом якобиана преобразования координат,  $\tilde{f}(t, \ell, \xi) = f/B$ :

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + \xi \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \ell} - M(\ell) \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1-\xi^2}{2} \tilde{f} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1-\xi^2}{2} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \xi}, \quad (3.2)$$

где  $M(\ell) = \partial \ln B / \partial \ell$  — зеркальная сила,  $\lambda = v/v$  — средняя электронная длина пробега<sup>1</sup>, и время было перенормировано так, что  $vt \rightarrow t$ . Используя  $\xi = \cos \theta$ , получим, что ФР  $F(t, \ell, \theta) = \tilde{f} \sin \theta$  удовлетворяет

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \cos \theta \frac{\partial F}{\partial \ell} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{2} M(\ell) \sin \theta + \frac{\cot \theta}{2\lambda} \right] F = \frac{1}{2\lambda} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2}. \quad (3.3)$$

Чтобы решить это уравнение методом Монте-Карло, удобно представить его как уравнение Фоккер-Планка для частиц, уравнения движения которых:

$$\begin{aligned} \dot{\ell} &= \cos \theta, \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{2} M(\ell) \sin \theta + \frac{\cot \theta}{2\lambda} + \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \eta(t), \end{aligned} \quad (3.4)$$

где  $\eta(t)$  — гауссов шум с единичной амплитудой,  $\langle \eta(t) \eta(t') \rangle = \delta(t - t')$ . Как хорошо видно из этих уравнений, частица испытывает зеркальную силу  $M(\ell)$ , определяемую статичным магнитным полем, и изотропизирующие столкновения, которые описываются двумя последними членами в правой части уравнения. Уравнения (3.4) легко решаются численно.

Без столкновений только частицы, находящиеся в конусе потерь, определяемом как  $|\xi| > (1 - 2\mu B/v^2)^{1/2}$ , могут распространяться свободно. Остальные частицы отражаются от областей сильного магнитного поля (магнитных зеркал). Столкновения позволяют захваченным между двумя соседними зеркалами частицам испытать рассеяние в конус потерь и освободиться из магнитной ловушки. Наоборот, свободная частица может быть выбита из конуса потерь за счет столкновений — и стать захваченной. Ключевым параметром, определяющим режим диффузии, является отношение столкновительной длины свободного пробега  $\lambda$  к параллельной корреляционной длине магнитного поля  $l_B$ . Если  $\lambda/l_B \ll 1$ , столкновения делают магнитный захват неэффективным, и электроны совершают обычную диффузию с коэффициентом диффузии  $D \sim \lambda v$ . В противоположном пределе  $\lambda/l_B \gg 1$  столкновения крайне редки, поэтому изменение наклона орбиты частиц, связанное со столкновениями, на корреляционной длине поля очень мало — наклон орбиты меняется лишь за счет сохранения магнитного момента (или, что равнозначно, за счет действия зеркальной силы). В этом режиме подавление диффузии максимально, потому как, во-первых, определенная доля частиц оказывается захваченной, и, во-вторых, эффективная длина свободного пробега пролетных частиц уменьшается из-за того, что редкие столкновения вызывают их утечку из конуса потерь, так что пролетная частица проходит лишь долю своей длины свободного пробега, перед тем как рассеяться из конуса потерь и стать захваченной (Chandran & Cowley, 1998; Chandran et al., 1999).

<sup>1</sup>Столкновительность электронов может быть и аномальной за счет рассеяния на магнитных флуктуациях, создаваемых, например, электронными микронеустойчивостями. В этом случае эффективная длина свободного пробега уменьшена, однако наши основные результаты останутся верными до тех пор, пока эффективная длина свободного пробега намного превышает ионный ларморовский радиус

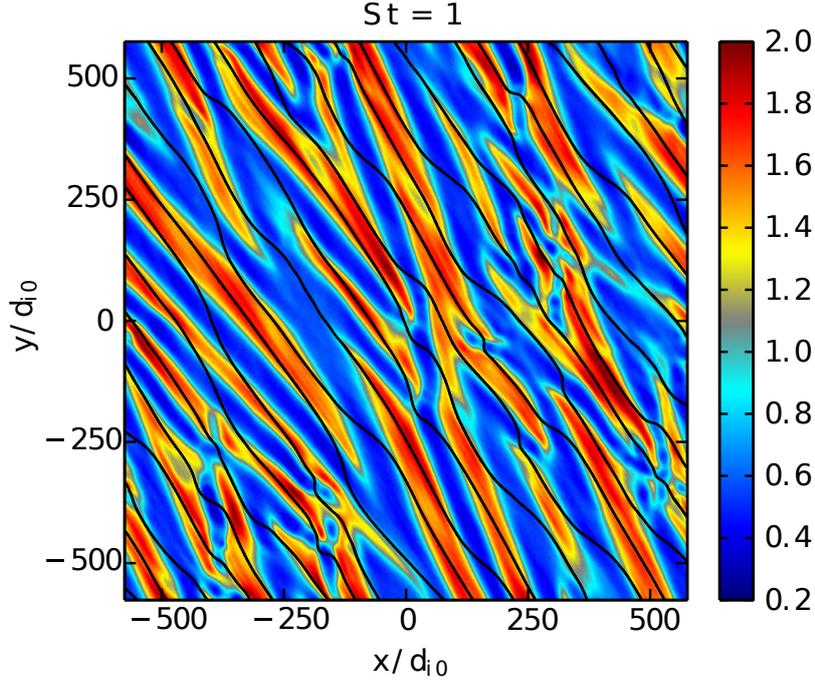


Рис. 3.2: Пространственная структура зеркальной неустойчивости (Kunz et al., 2014) на стадии секулярного роста возмущений по прошествии одного времени линейного сдвига. Величина магнитного поля  $B/\langle B \rangle$  указана цветом, силовые линии изображены контурами. Длина измеряется в единицах ионной толщины скин-слоя  $d_{i0} = \rho_i(S t = 0)/\sqrt{\beta_0}$ . В момент времени  $S t = 1$  ионный ларморовский радиус составляет  $\rho_i \approx 8.7d_{i0}$ .

### 3.3 Электронная диффузия в зеркальном магнитном поле

#### 3.3.1 Свойства зеркального магнитного поля

Подробное описание численного кода и конфигурации, используемой для генерации зеркальных магнитных флуктуаций приводится в Kunz et al. (2014). Численное моделирование проводится с помощью гибридного кинетического кода (Kunz et al. 2014a), использующего метод частиц в ячейках. В данном коде электроны рассматриваются как жидкость, в то время как ионы моделируются кинетически как квазичастицы. Чтобы вызвать рост зеркальной неустойчивости, квадратная двухмерная область плазмы со стороной  $L = 1152d_{i0}$ , где  $d_{i0}$  — начальная ионная толщина скин-слоя, пронизанная силовыми линиями магнитного поля, направленными под острым углом к оси  $y$ , подвергается действию линейного сдвига  $\mathbf{u}_0 = -Sx\hat{\mathbf{y}}$ , который растягивает силовые линии, и, в результате адиабатической инвариантности, создает анизотропию давления. Граничные условия вычислительной области задаются периодическими с отражением относительно направления сдвига, т.е. оси  $y$ . Начальное магнитное поле  $B_0$  задано так, что начальное плазменное бета ионов  $\beta_0 = 200$ , а темп сдвига —  $S = 3 \times 10^{-4}\Omega_i$ , где  $\Omega_i$  — ионная гирочастота. Ионный ларморовский радиус

$\rho_i = \sqrt{\beta} d_i$ . Как только (ионная) анизотропия давления  $\Delta = p_{\perp}/p_{\parallel} - 1$  достигает величины  $1/\beta$ , плазма становится зеркально-неустойчивой. Магнитные возмущения растут экспоненциально, пока они не станут достаточно большими, чтобы вернуть анизотропию к ее пограничному значению  $\Delta \rightarrow 1/\beta$ . Постоянная генерация анизотропии за счет действия линейного сдвига в сочетании со стремлением плазмы оставаться в пограничном состоянии приводят к долгой стадии секулярного роста зеркальных флуктуаций. Пространственная структура магнитных возмущений на этой стадии показана на Рис. 3.2. Зеркальные флуктуации вытянуты вдоль направления среднего поля и имеют амплитуды  $\delta B_{\parallel} \gg \delta B_{\perp}$ . На протяжении секулярной фазы поле растет как  $\delta B \propto t^{4/3}$ , и доминантные моды постепенно смещаются в сторону больших длин волн ( $k_{\parallel} \rho_i \sim 10^{-2}$ ), в то время как анизотропия давления асимптотически приближается к пограничной устойчивости. Пограничная устойчивость достигается и удерживается на протяжении секулярной фазы путем захвата ионов магнитными зеркалами (см. Rincon et al., 2016; Melville et al., 2016). Конечное насыщение наступает, когда  $\delta B/B_0 \sim 1$  при  $St \gtrsim 1$ , за счет повышенного темпа рассеяния ионов на крутых ( $\delta B_{\parallel}/B_0 \sim 1$ ,  $k_{\parallel} \rho_i \sim 1$ ) изменениях величины магнитного поля на границах магнитных зеркал.

Отметим, что электроны в коде изотермические с  $T_e = T_i$ , так что мы не пытаемся решить задачу о электронном теплопереносе самосогласованно (градиенты температуры и тепловые потоки отсутствуют). Мы выбираем две репрезентативные силовые линии магнитного поля из области численного расчета, одну в течение секулярной фазы ( $St = 1$ ), и одну после финального насыщения ( $St \approx 1.8$ ). Каждая из них пересекает вычислительную область восемь раз (несмотря на то, что граничные условия периодические с отражением, силовая линия после пересечения области не встречает свое начало с противоположной стороны) и имеют длину  $\approx 18000 d_{i0}$  (мы используем  $d_{i0}$  в качестве единицы измерения длины, потому что  $d_i$  практически не меняется со временем, а  $\rho_i$  является функцией магнитного поля). Вариации величины магнитного поля  $B$  вдоль силовых линий показаны на Рис. 3.3. Из анализа функции распределения  $B$  вдоль силовых линий (Рис. 3.4) ясно, что в случае обеих силовых линий ФР имеют резкие завалы как на больших  $B \sim$  нескольких  $B_0$ , так и на малых  $B$ . Значит, диапазон магнитных флуктуаций ограничен таким образом, что больших отклонений от средней величины не наблюдается, в отличие от случая, например, логнормального стохастического магнитного поля с таким же среднеквадратичным отклонением (показано пунктирной линией на Рис. 3.4 для сравнения), ФР которого имеет хвост, и для которого всегда существует ненулевая вероятность встретить большое отклонение на достаточно большом масштабе (т.е. найти магнитное зеркало, способное отразить частицу с практически любым углом наклона орбиты). Это также означает, что используемые нами силовые линии полностью отражают статистику магнитного поля  $B$  (более длинные силовые линии не будут содержать дополнительной статистической информации). Тот факт, что  $\text{ФР}(B)$  не равна нулю на конечном отрезке значений  $B$  (имеет ограниченный носитель), является ключевым свойством зеркальных магнитных флуктуаций, так как он обеспечивает конечную величину подавления переноса электронов в пределе  $\lambda/l_B$ , в отличие от случая стохастических магнитных полей (логнормального, гауссового, экспоненциального), которые могут практически полностью нейтрализовать перенос электронов в этом пределе (Mal'ushkin & Kulsrud, 2001; Albright et al., 2001).

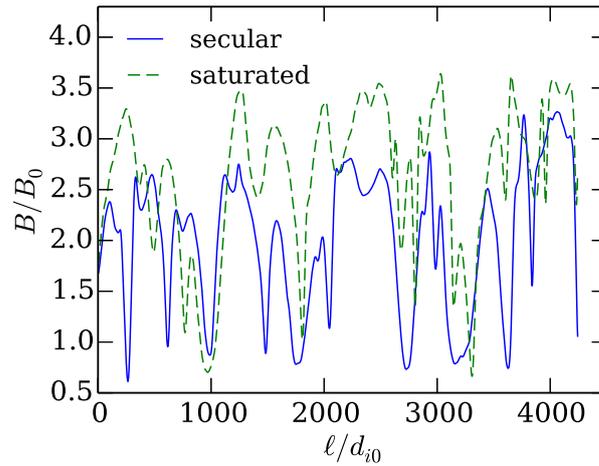


Рис. 3.3: Вариации величины магнитного поля вдоль силовых линий для двух различных стадий эволюции зеркальной неустойчивости: секулярного роста в момент времени  $St = 1$  (сплошная линия) и конечного насыщения в момент  $St \approx 1.8$  (штриховая линия).  $B_0$  — начальное магнитное поле в симуляции. Для удобства показаны части линий длиной  $4000 \cdot d_{i0}$ . Ионные ларморовские радиусы равны  $\rho_i(St = 1) \approx 8.7d_{i0}$  и  $\rho_i(St \approx 1.8) \approx 6.2d_{i0}$ .

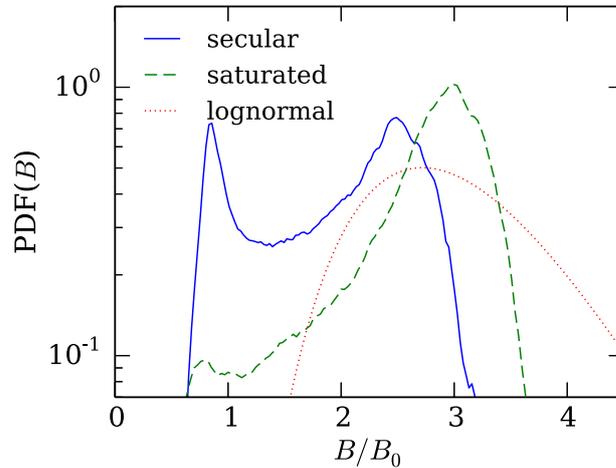


Рис. 3.4: Функции распределения величины магнитного поля, создаваемого зеркальной неустойчивостью, вдоль силовой линии на стадии секулярного роста неустойчивости (сплошная линия) и на стадии полного насыщения (штриховая линия). Логнормальное распределение с таким же среднеквадратичным разбросом  $\log B$ , как и у секулярно растущих зеркальных возмущений, показано пунктирной линией.

### 3.3.2 Коэффициент диффузии электронов в пределе $\lambda/l_B \gg 1$

#### Результаты расчетов методом Монте-Карло

Будем интегрировать траектории частиц, которые определяются уравнениями (3.4), численно для двух выбранных силовых линий. В начальный момент распределение частиц изотропно, а плотность частиц вдоль силовых линий задается  $\propto 1/B$ , что соответствует однородному распределению плотности в пространстве [вспомним якобиан перехода в систему координат вдоль силовой линии в уравнении (3.2)]. Затем, отслеживаем движение частиц за время  $t_1 = 20 t_{\text{coll}}$ , где  $t_{\text{coll}} = 1/\nu$  — время между столкновениями. Моноэнергетический коэффициент диффузии  $D$  вычисляется как

$$D = \frac{\langle [\ell_i(t_1) - \ell_i(t_0)]^2 \rangle}{2(t_1 - t_0)}, \quad (3.5)$$

где  $\ell_i$  — перемещения частиц. Выбираем  $t_0 = 5 t_{\text{coll}}$ , чтобы позволить частицам испытать несколько столкновений, после чего баллистический режим распространения частиц сменится диффузионным на временах  $t \gtrsim t_{\text{coll}}$ . Аналогичная процедура проводится для серии различных  $\lambda/l_B$  в диапазоне  $2 \times 10^{-4} - 5 \times 10^4$ . Корреляционные длины величины магнитного поля вдоль силовых линий составляют  $l_B \approx 850 d_{i0} \approx 100 \rho_i (St = 1)$  для линии на этапе секулярной эволюции и  $l_B \approx 1430 d_{i0} \approx 230 \rho_i (St \approx 1.8)$  для линии при полном насыщении.

Определив  $D_0 = (1/3)\lambda\nu$ , коэффициент диффузии в отсутствие магнитных флуктуаций, получим фактор подавления моноэнергетической диффузии  $S_D = D/D_0$  как функцию  $\lambda/l_B$  (Рис. 3.5). Усреднение моноэнергетического коэффициента по распределению тепловых скоростей вносит лишь небольшие изменения формы функции  $S_D(\lambda/l_B)$ , поэтому далее мы ограничимся рассмотрением моноэнергетического подавления диффузии.

В случае зеркальных магнитных флуктуаций в межгалактической среде выполняется предел  $\lambda/l_B \gg 1$ , так как ионный ларморовский радиус в МГС на многие порядки величины меньше, чем длина свободного пробега:

$$\lambda \approx 20 \text{ кpc} \left( \frac{T}{8 \text{ KeV}} \right)^2 \left( \frac{n}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1}, \quad (3.6)$$

$$\rho_i \approx 5 \times 10^{-12} \text{ кpc} \left( \frac{T}{8 \text{ KeV}} \right)^{1/2} \left( \frac{B}{1 \mu\text{G}} \right)^{-1}. \quad (3.7)$$

В этом пределе фактор подавления диффузии асимптотически приближается к  $S_D \approx 0.12$  в секулярной фазе и  $S_D \approx 0.19$  в фазе насыщения неустойчивости. Отсутствие зависимости от длины свободного пробега на больших  $\lambda/l_B$  связана с тем, что зеркальные флуктуации ограничены по амплитуде, как мы выяснили из анализа их ФР (Рис. 3.4). Такой случай в корне отличается от случая стохастических магнитных зеркал (см. Malushkin & Kulsrud 2001, носитель ФР которых не ограничен; мы обсудим стохастические зеркала более подробно в части 3.4.1).

#### Роль функции распределения магнитного поля

Предельные значения  $S_D$  на Рис. 3.5 зависят только от ФР( $B$ ) вдоль силовых линий магнитного поля. Этот факт имеет интуитивное объяснение: изменение угла

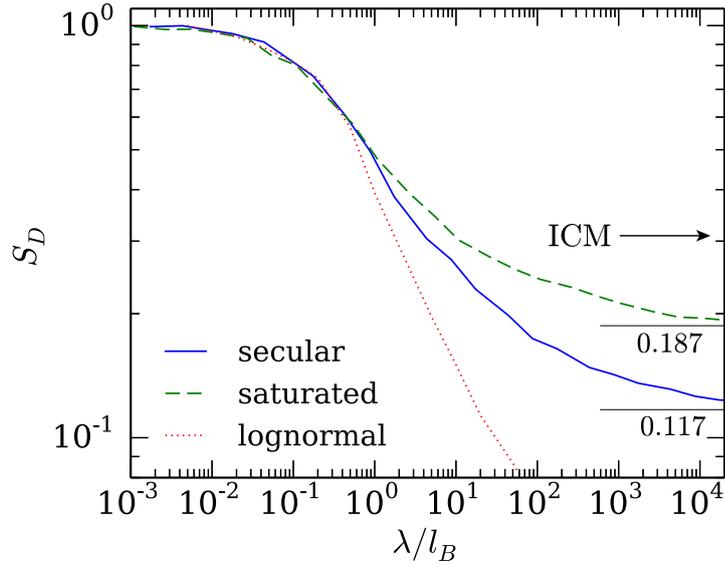


Рис. 3.5: Фактор подавления коэффициента диффузии электронов на стадии секулярно растущих (сплошная линия) и насыщенных (штриховая линия) зеркальных магнитных флуктуаций. Корреляционные длины величины магнитного поля вдоль силовых линий равны  $l_B \approx 850d_{i0} \approx 100\rho_i(St = 1)$  в секулярной фазе и  $l_B \approx 1430d_{i0} \approx 230\rho_i(St \approx 1.8)$  в фазе насыщения. Пунктирная линия показывает подавление диффузии в синтетическом магнитном поле с логнормальной статистикой и таким же среднеквадратичным разбросом  $\log B$ , как и на стадии секулярного роста зеркальных возмущений, длиной корреляции  $l_B = 850d_{i0}$  и колмогоровским спектром в пространстве (см. его ФР на Рис. 3.4).

наклона орбиты пролетной частицы за счет столкновений за время прохождения ею корреляционной длины поля  $l_B$  очень мало, и порядок, в котором частица на своем пути встречает области разного  $B$  не играет роли. Поэтому можно упорядочить локальные зеркальные магнитные флуктуации (Рис. 3.3) в порядке возрастания на некоторой длине  $L$ ,  $l_B \lesssim L \ll \lambda$ , и сделать полученное таким образом поле периодическим с периодом  $L$  (Рис. 3.6). Благодаря тому, что амплитуда поля ограничена, мы не теряем статистической информации, если возьмем  $L$  порядка нескольких  $l_B$ . Очевидно, что такая процедура не меняет  $\Phi P(B)$ , и полученное магнитное поле приводит к точно такой же, как прежде, степени подавления диффузии, обладая при этом гораздо более простой формой. Сравнивая подобные упрощенные формы магнитных флуктуаций для разных силовых линий, можно определить, какая силовая линия приводит к более сильному подавлению. Конус потерь частицы определяется как  $|\xi| > (1 - B/B_{\max})^{1/2}$ , где  $B$  — величина магнитного поля в точке нахождения частицы и  $B_{\max}$  — глобальный максимум магнитного поля. Чем более вогнута (или менее выпукла в случае зеркальных флуктуаций) форма упорядоченного вдоль силовой линии магнитного поля, тем больше подавляется перенос частиц магнитными зеркалами, потому как конусы потерь большей части частиц становятся уже. Предельным случаем вогнутого поля является магнитное поле, состоящее из последовательности узких периодических пиков высотой  $B_{\max} - B_{\min}$ . В таком поле реализуется максимально возможное для заданных  $B_{\min}$  и  $B_{\max}$  подавление диффузии, из-за того что конус потерь практически всех частиц,  $|\xi| > (1 - B_{\min}/B_{\max})^{1/2}$ , узок настолько, насколько это возможно для всех возможных  $\Phi P(B)$ . На основании этих рассуждений, замечая, что на Рис. 3.4  $\Phi P$  насыщенного зеркального поля больше сконцентрирована вблизи максимального магнитного поля, чем  $\Phi P$  поля на секулярной стадии, можно сразу предсказать большую величину подавления диффузии электронов в случае секулярно растущих магнитных флуктуаций, несмотря на то, что  $B_{\max}$  оказывается меньше на секулярной стадии. В самом деле, на Рис. 3.5 хорошо видно, что эффект пространственной формы магнитного поля превалирует над разницей в  $B_{\max}$ , и подавление диффузии оказывается сильнее в секулярной фазе.

### Физический механизм подавления электронной диффузии в пределе $\lambda/l_B \gg 1$

В пределе  $\lambda/l_B \gg 1$  Chandran et al. (1999) вывели аналитическое выражение, описывающее подавление диффузии моноэнергетических электронов периодическими магнитными зеркалами [уравнение (95) в их работе]:

$$S_D = \frac{3}{\langle 1/B' \rangle} \int_0^1 d\mu'_1 \int_{\mu'_1}^1 d\mu'_2 \frac{1}{\langle |\xi(\mu'_2)|/B' \rangle}, \quad (3.8)$$

где  $B' = B/B_{\max}$  — величина магнитного поля, нормированная на ее глобальный максимум,  $\mu' = \mu/\mu_{\text{crit}}$  — магнитный момент частицы,  $\mu = v^2(1 - \xi^2)/(2B)$ , нормированный на  $\mu_{\text{crit}} = v^2/(2B_{\max})$ , усреднение выполняется по периоду магнитного поля, а интегрирование осуществляется по пролетным частицам в конусе потерь. Как обсуждалось в части 3.3.2, зеркальные флуктуации ограниченной амплитуды могут быть заменены периодическими вариациями с такой же  $\Phi P(B)$  без изменения итогового фактора

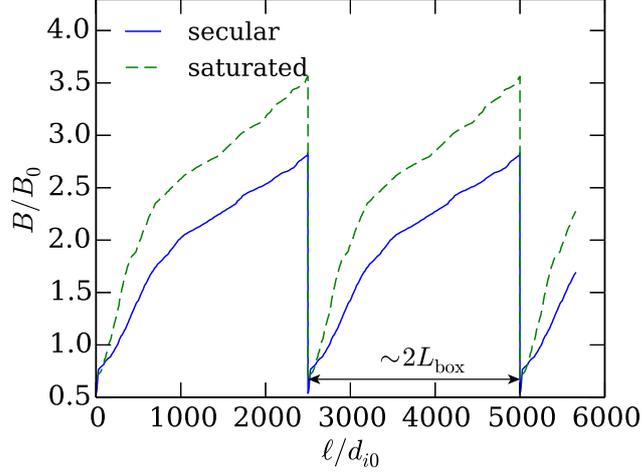


Рис. 3.6: Эквивалентное представление зеркальных магнитных флуктуаций вдоль силовых линий в пределе  $\lambda/l_B \gg 1$ . Перегруппировка величин магнитного поля на длине  $L \sim 2L_{\text{box}}$ ,  $l_B \lesssim L \ll \lambda$ , не меняет  $\Phi(B)$ , а следовательно и степени подавления диффузии электронов.

подавления диффузии. Это означает, что уравнение (3.8), где усреднение в угловых скобках выполняется по  $\Phi(B)$ , можно с готовностью применить к зеркальным магнитным флуктуациям из кинетического моделирования. Асимптотические величины фактора подавления  $S_D$ , вычисленные с помощью (3.8), равны  $S_D \approx 0.117$  в случае секулярно растущих зеркал и  $S_D \approx 0.187$  в случае полного насыщения. Они полностью согласуются с результатами Монте-Карло моделирования (см. Рис. 3.5).

Подавления диффузии, заложенное в уравнении (3.8), возможно разделить на два физических эффекта:

$$S_D = S_p \frac{\lambda_{\text{eff}}}{\lambda}, \quad (3.9)$$

где  $S_p$  — подавление диффузии за счет того, что только пролетные частицы вносят вклад в перенос электронов,  $\lambda_{\text{eff}}$  — эффективная длина свободного пробега пролетных частиц, уменьшенная за счет того, что пролетная частица способна рассеяться из конуса потерь, стать захваченной и изменить направление своего движения лишь за долю времени, необходимого частице, чтобы пройти столкновительную длину свободного пробега  $\lambda$ . Параметры  $S_p$  and  $\lambda_{\text{eff}}$  обладают ясным физическим смыслом, если проанализировать автокорреляционную функцию скоростей частиц.

Электронный коэффициент диффузии  $D$  можно выразить через интеграл автокорреляционной функции параллельных скоростей частиц  $C(t)$ :

$$D = \int_0^\infty \langle v_{\parallel}(0)v_{\parallel}(t) \rangle dt \equiv \int_0^\infty C(t) dt. \quad (3.10)$$

Используя результаты наших Монте-Карло расчетов диффузии в магнитном поле, создаваемом зеркальной неустойчивостью, можно сразу вычислить автокорреляционную функцию параллельных скоростей, которая в случае моноэнергетических

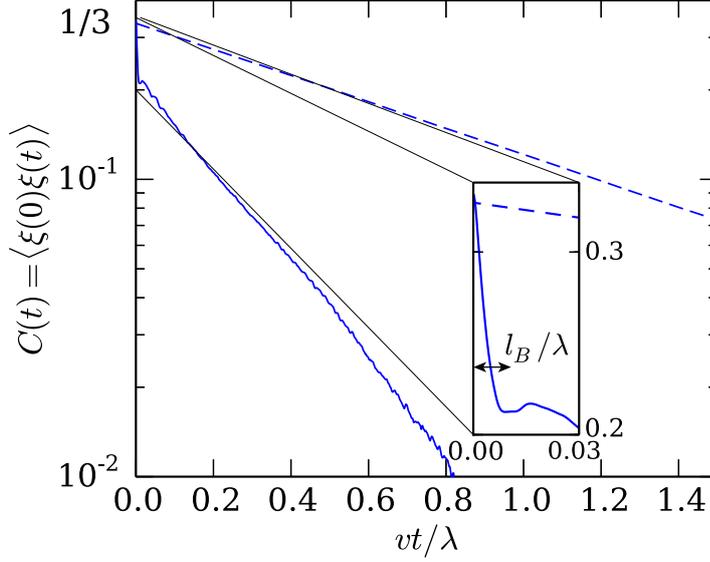


Рис. 3.7: Автокорреляционные функции параллельных скоростей частиц  $C(t)/v^2$  в случае электронной диффузии в однородном магнитном поле (штриховая линия) и в секулярно растущем зеркальном поле (сплошная линия). Отношение столкновительной электронной длины свободного пробега к корреляционной длине магнитного поля  $\lambda/l_B = 100$ . Узкий пик в области  $t < l_B/v$  вызван колебательным движением частиц, захваченных в магнитных ловушках размером  $\sim l_B$ , которые не вносят вклада в перенос электронов.

электронов представляет собой автокорреляционную функцию косинуса угла наклона орбиты частиц  $\xi = \cos \theta$ , а именно,  $C(t) = v^2 \langle \xi(0)\xi(t) \rangle$ . Она изображена на Рис. 3.7 для диффузии в однородном поле без зеркал (штриховая линия) и в поле зеркальной неустойчивости с  $\lambda/l_B = 100$  (сплошная линия). Без зеркал

$$C_0(t) = \frac{1}{3}v^2 e^{-\nu t}, \quad (3.11)$$

где  $\nu = v/\lambda$ . В обоих случаях автокорреляционная равна  $1/3$  при  $t = 0$  вследствие изотропии распределения частиц (даже в присутствии зеркал столкновения восстанавливают изотропию за время  $\gg \nu^{-1}$ ). В зеркальном поле  $C(t)$  имеет узкий пик шириной  $\sim l_B/v$  на малых  $t$ , в то время как остальная часть функции представляет собой убывающую экспоненту:

$$C(t > l_B/v) = \frac{1}{3}S_p v^2 e^{-\nu_{\text{eff}} t}, \quad (3.12)$$

where  $S_p < 1$  and  $\nu_{\text{eff}} > \nu$ .

Узкий пик  $C(t)$  на малых  $t$  вызван вкладом захваченных частиц, которые совершают колебательные движения в магнитных ловушках с характерным периодом  $\sim l_B/v$ . Физический смысл фактора подавления  $S_p < 1$  в том, что только пролетные частицы вносят вклад в перенос электронов. Его можно определить следующим

образом:

$$S_p = f_{\text{pass}} \frac{\langle \xi^2 \rangle_{\text{pass}}}{\langle \xi^2 \rangle}, \quad (3.13)$$

где  $f_{\text{pass}}$  — доля пролетных частиц, усреднение выполняется по пролетным частицам в числителе и по всем частицам в знаменателе. Величина  $S_p$  оказывается выше, чем доля пролетных частиц, потому что они распространяются в конусе потерь и, следовательно, имеют параллельные скорости выше, чем среднеквадратичная скорость  $v^2 \langle \xi^2 \rangle = v^2/3$ , посчитанная по всем частицам.

Физическое объяснение того факта, что  $v_{\text{eff}} > v$  в уравнении (3.12), заключается в уменьшении эффективной длины свободного пробега пролетных частиц: вспомним, что пролетная частица проходит лишь часть столкновительной длины свободного пробега перед тем, как стать захваченной. Коэффициент диффузии представляет собой интеграл  $C(t)$  [уравнение (3.10)], поэтому получаем уравнение (3.9).

Из приведенных выше рассуждений следует, что систему частиц с магнитными зеркалами и  $\lambda/l_B \gg 1$  можно представить как систему частиц без зеркал, но с меньшей среднеквадратичной параллельной скоростью частиц и более интенсивным рассеянием за счет столкновений. Уменьшение параллельной скорости связано с тем, что пролетные частицы время от времени становятся захваченными, и, пока они захвачены, эффективно их параллельная скорость равна нулю.

Используя результаты Монте-Карло моделирования и анализируя автокорреляционную функцию параллельных скоростей, можно измерить  $S_p$  и  $\lambda_{\text{eff}}/\lambda$ . Для secularно растущих магнитных зеркал получаем  $S_p \approx 0.63$ ,  $\lambda_{\text{eff}}/\lambda \approx 0.19$ ; в насыщении  $S_p \approx 0.74$ ,  $\lambda_{\text{eff}}/\lambda \approx 0.26$ . Подставляя эти числа в уравнение (3.9), воспроизводим результаты, полученные ранее методом Монте-Карло [уравнение (3.5)] и, независимо, из уравнения (3.8):  $S_D \approx 0.12$  и  $S_D \approx 0.19$ .

### 3.3.3 Теплопроводность в пределе $\lambda/l_B \gg 1$

Как мы продемонстрировали выше, магнитные зеркала приводят к подавлению пространственной диффузии электронов за счет двух эффектов: уменьшенной доли и уменьшенной эффективной длины свободного пробега (т.е. увеличенного темпа столкновительного рассеяния) пролетных частиц, участвующих в переносе [see (3.9)]. В плазме с градиентом температуры без магнитных зеркал перенос тепла осуществляется не только благодаря диффузии по углу наклона орбиты, но и за счет диффузии в пространстве энергий. Магнитные зеркала не меняют энергию частицы, поэтому их эффект на больших масштабах можно моделировать увеличением темпа рассеяния по углу наклона орбиты (но не по энергии) и, одновременно, уменьшением эффективной плотности частиц, переносящих энергию, чтобы не учитывать захваченные частицы.

Частота рассеяния по углу наклона орбиты  $\nu_{\perp}$  и частота обмена энергией  $\nu_{\varepsilon}$  для тестового электрона в водородной плазме определяются формулами (Spitzer, 1962):

$$\nu_{\perp,es} = 2[(1 - 1/2x)\psi(x) + \psi'(x)]\nu_0, \quad (3.14)$$

$$\nu_{\varepsilon,es} = 2[(m_e/m_s)\psi(x) - \psi'(x)]\nu_0, \quad (3.15)$$

где

$$v_0 = \frac{4\pi e^4 \ln \Lambda n_e}{m_e^2 v^2}, \quad x = v^2 / v_{\text{th},e}^2, \quad (3.16)$$

$$\psi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x dt \sqrt{t} e^{-t}, \quad \psi'(x) = \frac{d\psi}{dx}, \quad (3.17)$$

$s = e, i$  — сорт фоновых частиц,  $v_{\text{th},e} = (2kT_e/m_e)^{1/2}$  — тепловая скорость электронов и  $\ln \Lambda \sim 40$  — кулоновский логарифм. Тепло переносится надтепловыми электронами с  $v \approx 2.5 v_{\text{th},e}$  (это приближенная оценка, основанная на простом расчете теплопроводности в лоренцевском газе, в котором электроны взаимодействуют только с ионами). Для этой скорости  $v_{\perp,ei} \approx 1.5 v_0$ ,  $v_{\perp,ee} \approx 1.8 v_0$ ,  $v_\varepsilon = v_{\varepsilon,ei} + v_{\varepsilon,ee} \approx v_{\varepsilon,ee} \approx 2 v_0$ . Поэтому частота обмена энергией  $\nu_\varepsilon$  близка к частоте рассеяния по углу наклона орбиты  $\nu_\perp \approx 3.3 v_0$  для теплопроводящих электронов.

Сделаем теперь качественное предположение, что полная частота пространственного переноса энергии может быть разумно аппроксимирована суммой частоты обмена энергией и частоты рассеяния по углу наклона орбиты. Такое предположение поддерживается математическим результатом, что поток скалярной величины обратно пропорционален сумме частоты пространственной диффузии (т.е. рассеяния по углу наклона орбиты) и частоты обмена этим скаляром [см. Приложение 3.6, (3.30)]. Пассивный скаляр в этом случае играет роль температуры, как если бы каждая частица переносила среднюю величину тепловой энергии, которая не зависит от скорости частицы. Тогда для коэффициента теплопроводности используем приближение

$$\kappa \sim \frac{v_{\text{th},e}^2}{v_\varepsilon + v_\perp}. \quad (3.18)$$

Уменьшение эффективной плотности теплопроводящих электронов за счет их захвата магнитными зеркалами влияет как на диффузию по энергиям, так и по углам наклона орбиты, в то время как увеличенная частота рассеяния пролетных частиц влияет лишь на диффузию по углу наклона орбиты. В результате подавление теплопроводности оказывается меньше, чем подавление пространственной диффузии. Тогда запишем приближенное выражение для фактора подавления коэффициента теплопроводности  $S_\kappa = \kappa/\kappa_0$  в пределе  $\lambda/l_B \gg 1$ :

$$S_\kappa \sim S_p \frac{v_\perp + v_\varepsilon}{(\lambda/\lambda_{\text{eff}})v_\perp + v_\varepsilon} \sim \frac{2S_p}{1 + \lambda/\lambda_{\text{eff}}}, \quad (3.19)$$

где  $S_p$  и  $\lambda_{\text{eff}}$  — параметры из уравнения (3.9):  $S_p$  связано с долей захваченных частиц,  $\lambda_{\text{eff}}$  — эффективная длина свободного пробега пролетных частиц. Для пассивного скаляра в пределе  $\lambda/l_B \gg 1$ , уравнение (3.19) становится точным и выводится в Приложении 3.6 путем установления простой связи между величиной подавления скалярного потока и автокорреляционной функцией параллельных скоростей. Подставляя величины  $S_p$  и  $\lambda_{\text{eff}}/\lambda$ , вычисленные в конце части 3.3.2 в (3.19), получим факторы подавления теплопроводности:  $S_\kappa \sim 0.2$  в случае секулярно растущих магнитных флуктуаций и  $S_\kappa \sim 0.3$  в случае насыщения. Видим, что теплообмен подавлен примерно в два раза слабее пространственной диффузии (по углу наклона орбиты), потому как диффузия в пространстве энергий подавлена гораздо меньше,

чем пространственная диффузия, в то время как оба процесса вносят вклад в теплопроводность. Уравнение (3.19) можно использовать лишь тогда, когда  $S_p$  и  $\lambda_{\text{eff}}/\lambda$  не зависят от скоростей электронов (следовательно, от длины свободного пробега), что действительно выполняется в пределе  $\lambda/l_B \gg 1$  (см. Рис. 3.5).

## 3.4 Электронный перенос в МГД турбулентности

Как было упомянуто в части 3.1, другим источником параллельных флуктуаций магнитного поля (т.е. флуктуаций его величины) в межгалактическом газе является турбулентное растяжение/изгиб силовых линий магнитного поля. Турбулентное динамо приводит к стохастическому распределению величины магнитного поля вдоль силовой линии: логнормальному распределению на кинематической стадии и экспоненциальному в насыщении (см. Schekochihin et al., 2004). Однако, как мы также отметили в части 3.1, большого подавления теплопроводности в этом случае не ожидается, потому что длина свободного пробега электронов оказывается меньше, чем параллельная корреляционная длина турбулентных магнитных флуктуаций, и, значит, магнитные зеркала теряют эффективность. В этой части мы покажем это явным образом с помощью численного моделирования изотропного турбулентного МГД-динамо.

### 3.4.1 Электронный перенос в системе стохастических магнитных зеркал

Перед тем как перейти к рассмотрению магнитных полей, создаваемых турбулентным динамо, продемонстрируем, как сильно отличается диффузия в стохастическом магнитном поле от случая периодического поля (которым можно приближенно представить зеркальное магнитное поле) на примере логнормально распределенного поля. Стохастическое поле, ФР которого обладает длинным хвостом на больших  $B$ , приводит к большей величине подавления переноса, по сравнению с периодически флуктуациями, потому как основной вклад в подавление вносится “главными” магнитными зеркалами величины  $m_p = B_p/\langle B \rangle \gg 1$ , разделенными друг от друга расстоянием порядка эффективной длины свободного пробега (характерной длины, которую проходит пролетная частица до того, как она рассеется из конуса потерь и станет захваченной)  $\lambda/m_p$  (Malyshkin & Kulsrud, 2001). Из-за того что  $\lambda/m_p \gg l_B$  (вычисление  $m_p$  приводится в Malyshkin & Kulsrud 2001), главные зеркала встречаются на масштабах, много больше  $l_B$  и, следовательно, представляют собой большие отклонения величины магнитного поля от среднего значения, которые лежат в хвосте функции распределения.

Мы генерируем логнормальное магнитное поле с колмогоровским спектром и такими же среднеквадратичной величиной логарифма магнитного поля и длиной корреляции  $l_B$ , как и у магнитного поля секулярно растущей зеркальной неустойчивости, проанализированного в части Section 3.3. функция распределения такого поля изображена пунктирной линией на Рис. 3.4. Фактор подавления диффузии вычисляется методом Монте-Карло и показан на Рис. 3.5 пунктирной линией. Его зависимость от  $\lambda/l_B$  гораздо сильнее, чем для зеркального магнитного поля, а асимптота на боль-

ших  $\lambda/l_B$  отсутствует. На качественном уровне эта зависимость достаточно похожа на зависимость эффективного подавления теплопроводности от  $\lambda/l_B$ , рассчитанную для стохастических распределений магнитных зеркал в работе (Malyshkin & Kulsrud 2001, см. рис. 3).

### 3.4.2 Электронный перенос в насыщенном магнитном поле турбулентного динамо

Мы показали, что подавление диффузии электронов в стохастическом поле может быть гораздо более значительным, чем в квазипериодическом поле зеркальной неустойчивости, особенно в режиме  $\lambda \gg l_B$ . Однако такой режим неприменим к турбулентным магнитным флуктуациям в межгалактической среде, потому как в ней  $\lambda \lesssim l_v < L_{inj} \sim l_B$ , где  $l_v$  — вязкостный масштаб турбулентных вихрей,  $L_{inj}$  — внешний масштаб (масштаб инжекции) турбулентности и  $l_B$  — *параллельная* корреляционная длина магнитного поля. В то время как магнитные возмущения, создаваемые МГД-динамо, декоррелируют на малых (резистивных) длинах, это происходит за счет изменений поля в направлении, ему перпендикулярном, т.е. за счет разворотов силовых линий. При этом вариации вдоль поля существуют на масштабах  $\sim l_B$  порядка масштаба инжекции турбулентного потока  $L_{inj} \gg \lambda$  (Schekochihin et al., 2002, 2004). В холодных ядрах скоплений галактик  $\lambda \sim 0.05$  кпк,  $l_v \sim 0.4$  кпк,  $L_{inj} \sim 10$  кпк (используя параметры скопления Гидра А из Enßlin & Vogt 2006); в горячей межгалактической плазме  $\lambda \sim 20$  кпк,  $l_v \sim 100$  кпк,  $L_{inj} \sim 200$  кпк. Спектр возмущений величины магнитного поля (параллельных возмущений) в межгалактической среде схематически показан на Рис. 3.1. Для того чтобы процесс магнитного захвата был эффективным, флуктуации величины магнитного поля должны присутствовать на пространственных масштабах меньше длины свободного пробега электронов. В то время как зеркальные флуктуации с большим запасом удовлетворяют этому условию, МГД-турбулентность создает флуктуации на параллельных длинах выше  $\lambda$ , поэтому существенного подавления диффузии/теплопроводности в этом случае не ожидается.

Чтобы установить верхний предел на степень подавления диффузии электронов турбулентными флуктуациями магнитного поля, мы используем численное моделирование турбулентного МГД-динамо для различных магнитных чисел Прандтля  $Pm = \nu/\eta$ , где  $\nu$  — вязкость газа,  $\eta$  — коэффициент магнитной диффузии. Наш код решает полную систему уравнений сжимаемой магнитогидродинамики в трех измерениях. Код основан на нерасщепленном интеграторе ван-Леера в сочетании с методом ограниченного переноса (constrained transport) для эволюции магнитных полей. Аналогичная схема расчета используется в коде *ATHENA* (Stone & Gardiner 2009). Мы инициализируем трехмерную  $256^3$  периодическую область плазмы с начальными магнитными флуктуациями на уровне  $\beta = 2000$  и, затем, приводим плазму в движение случайной  $\delta$ -коррелированной по времени негеликоидальной объемной силой, прикладываемой на больших, т.е.  $L_{inj} \sim$  размера вычислительной области. Как было отмечено ранее, чем меньше отношение  $\lambda/L_{inj}$  — тем менее эффективным становится процесс магнитного захвата частиц. В терминах чисел Рейнолдса  $Re \sim L_{inj}u/\lambda\nu_{th,i}$ , это означает, что для малых  $Ma/Re$ , где  $Ma$  — число Маха турбулентных движений, подавление теплопроводности должно быть пренебрежимо малым. В холодных ядрах

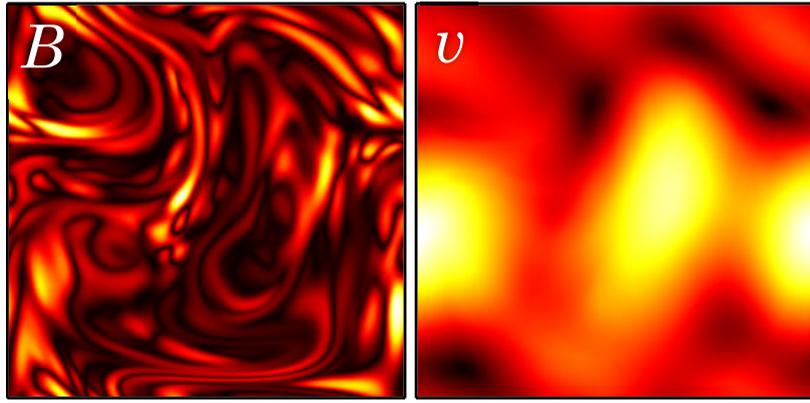


Рис. 3.8: Центральные поперечные сечения магнитного поля (*слева*) и поля скоростей (*справа*) в состоянии насыщения турбулентного МГД-динамо для  $Pm = 1000$ ,  $Re = 3$ .

скоплений  $Re \sim 100$  (Гидра А), в горячей МГС  $Re \sim 1 - 10$  (не учитывая возможный эффект кинетических неустойчивостей на вязкость газа). Характерные числа Маха в скоплениях могут быть  $Ma \sim 0.1$  (например, Zhuravleva et al., 2015). Так как мы стремимся определить верхний предел на подавление переноса частиц, ограничимся случаем низких  $Re$ , которые соответствуют горячей МГС (при таких низких  $Re$  турбулентность не будет обладать выраженным инерционным диапазоном масштабов, однако это не играет роли, потому что для турбулентного МГД-динамо необходимо лишь стохастическое поле скоростей, а не полностью развитая колмогоровская турбулентность). В нашем моделировании используются  $Re = 3$  и  $Pm = 1000$ . Симуляция длится до тех пор, пока магнитное поле не станет насыщенным:  $\langle B^2 \rangle / (8\pi) \sim \langle \rho v^2 \rangle / 2$ , где  $\rho$  — массовая плотность,  $v$  — скорость турбулентных движений (в насыщении  $\beta \sim 50$  и  $Ma \sim 0.1$ ). Структура магнитного поля и поля скоростей в насыщении показана на Рис. 3.8: на масштабе всей вычислительной области хорошо видны магнитные складки, в то время как поле скоростей случайно, но гладко из-за низкого  $Re$ . Такая конфигурация похожа на результаты численных расчетов Schekochihin et al. (2004) (см. симуляцию ‘S4-sat’).

Следуя такой же процедуре, как и в случае зеркальной неустойчивости, извлекаем силовую линию магнитного поля из вычислительной области в момент насыщения динамо. Выбранная силовая линия пересекает вычислительную область 100 раз (напоминаем, что, пересекая периодическую границу, она не попадает сама на себя с противоположной стороны области вычислений). Такая длина линии необходима, чтобы она была статистически репрезентативна, потому что теперь функция распределения магнитного поля имеет экспоненциальный хвост. Отрезок выбранной силовой линии показан на Рис. 3.9. ФР величины магнитного поля вычисляется по всей трехмерной вычислительной области, а затем преобразуется в ФР вдоль силовой линии умножением трехмерной ФР на величину магнитного поля. Обе ФР показаны на Рис. 3.10: отчетливо видно наличие экспоненциальных хвостов на больших  $B$ .

Полностью аналогично случаю зеркальной неустойчивости, методом Монте-Карло вычисляем коэффициент диффузии электронов вдоль заданной силовой линии. Фактор его подавления изображен на Рис. 3.11 как функция отношения длины свобод-

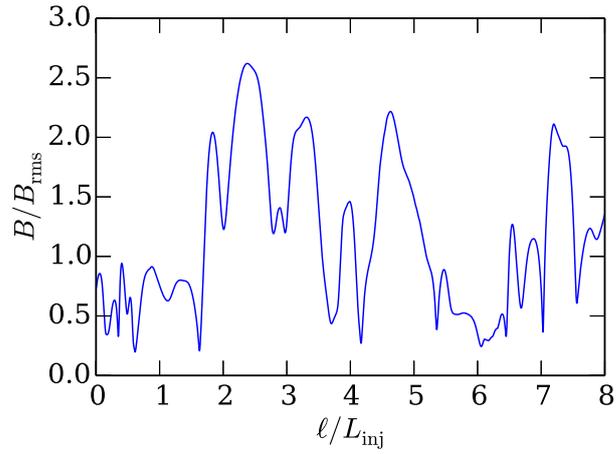


Рис. 3.9: Вариации величины магнитного поля в состоянии насыщения турбулентного динамо вдоль отрезка силовой линии, пересекающего вычислительную область 8 раз (размер области = масштабу инъекции турбулентной энергии  $L_{inj}$ ) для  $Pm = 1000$ ,  $Re = 3$ .

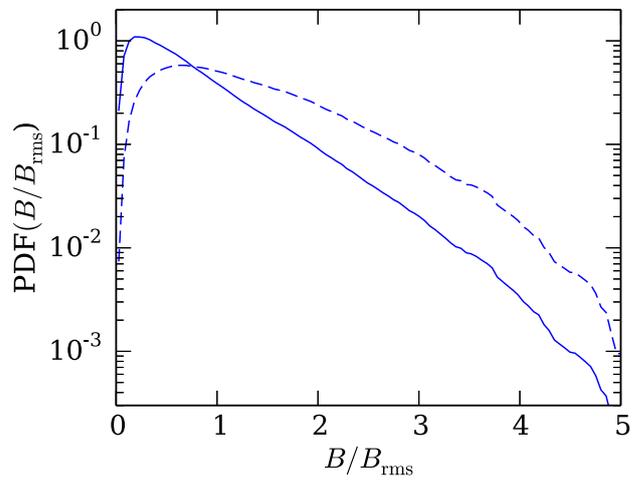


Рис. 3.10: Сплошная линия: трехмерная ФР величины магнитного поля в состоянии насыщения турбулентного динамо для  $Pm = 1000$ ,  $Re = 3$ . Штриховая линия: ФР вдоль силовой линии, полученная умножением трехмерной ФР на  $B$ .

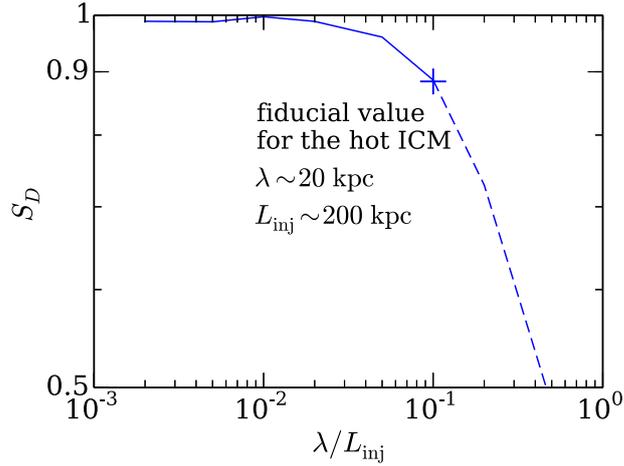


Рис. 3.11: Фактор подавления диффузии электронов  $S_D = D/D_0$  в случае насыщенного магнитного поля турбулентного динамо. Крест показывает наибольшее возможное подавление для характерных параметров горячего межгалактического газа:  $L_{\text{inj}} \sim 200$  кпк,  $\lambda \sim 20$  кпк.

ного пробега к масштабу инжекции  $L_{\text{inj}}$ <sup>2</sup> В качестве характерных параметров горячей межгалактической среды, обеспечивающих наибольшую величину  $\lambda$ , мы берем  $L_{\text{inj}} \sim 200$  кпк и  $\lambda \sim 20$  кпк. Такой набор параметров приводит к минимальному фактору подавления диффузии  $S_D \sim 0.9$ . Его значение показано на Рис. 3.11 крестом: сплошная линия соответствует факторам подавления для меньших  $\lambda$ , штриховая линия показывает факторы подавления для тестовых моноэнергетических электронов на больших  $\lambda$ , чтобы лучше изобразить форму функции  $S_D(\lambda/l_B)$  для турбулентного магнитного поля.

Хотя в этом случае и нет простой связи между коэффициентами диффузии и теплопроводности, подобно уравнению (3.19), потому что теперь  $S_D$  сильно зависит от длины свободного пробега, степень подавления теплопроводности не может превысить степень подавления диффузии, и поэтому можно говорить, что в области  $\lambda \lesssim 20$  кпк теплопроводность подавлена незначительно.

### 3.5 Обсуждение результатов

Хорошо известно, что теплопроводность в межгалактическом газе анизотропна в присутствии даже очень малых магнитных полей. Во многих теоретических и численных работах часто предполагается, что теплопроводность поперек силовых линий магнитного поля полностью подавлена, а параллельная теплопроводность задается изотропным коэффициентом теплопроводности, посчитанным для плазмы без магнитного поля. Такое предположение обычно применяется к крупномасштаб-

<sup>2</sup> Заметим, что такая процедура не является полностью самосогласованной в том смысле, что, изменяя длину свободного пробега электронов, мы не варьируем ионную длину свободного пробега, т.е. вязкость.

ным магнитным полям в МГС, например, полям на масштабе порядка 10 кпк, соответствующим характерной длине корреляции поля, определенной по наблюдениям фарадеевского вращения (например, Kuchar & Enßlin, 2011). Тем не менее, вероятно, что на малых масштабах, сравнимых с ларморовскими, в плазме скоплений галактик развиваются кинетические неустойчивости. В частности, зеркальная неустойчивость создает флуктуации величины магнитного большой амплитуды  $\delta B/B \sim 1$ , которые потенциально способны частично подавить перенос электронов вдоль силовых линий. Учитывая, что ионный ларморовский радиус почти на 13 порядков величины меньше, чем характерные крупномасштабные длины, мелкомасштабные магнитные зеркала могут привести к существенному ограничению переноса электронов.

Чтобы ответить на этот вопрос мы исследовали свойства флуктуаций магнитного поля, создаваемых зеркальной неустойчивостью в недавних кинетических численных симуляциях Kunz et al. (2014). Главной характерной чертой таких флуктуаций является их ограниченность по амплитуде: из функция распределения имеет конечный носитель. Отношение максимальной к минимальной величин магнитного поля вдоль силовой линии  $B_{\max}/B_{\min} \sim 6-7$ . Потому как отношение  $B_{\max}/B(\ell)$  определяет ширину конуса потерь частицы в точке с координатой  $\ell$  вдоль силовой линии, умеренное значение  $B_{\max}/B_{\min}$  уже указывает на ограниченность конечного подавления переноса частиц, хотя оно также зависит и от формы  $\Phi P(B)$  (см. часть 3.3.2). Хотя мы использовали данные двумерного моделирования, это на налагает очевидных качественных ограничений на вид зеркальных флуктуаций. Первые попытки трехмерного численного моделирования магнитных полей турбулентного динамо в работе Rincon et al. (2016) действительно подтверждают формирование очень похожих зеркальных структур вдоль растягиваемых силовых линий магнитного поля. Хотя параллельная корреляционная длина зеркальных флуктуаций в нашей работе несущественно меньше размера области расчета, это не приводит к нефизичным ограничениям на структуру магнитного поля. Вычислительная область задается периодической с отражением относительно оси  $y$ , а масштаб зеркал устанавливается степенью удаленности плазмы от состояния пограничной устойчивости, которая зависит лишь от темпа линейного сдвига (растяжения силовых линий), но не от размера вычислительной области (см. Kunz et al. 2014 и Rincon et al. 2016).

Действительно, основываясь на результатах Монте-Карло моделирования диффузии электронов вдоль силовых линий, мы находим, что коэффициент диффузии подавляется лишь в 8 раз на стадии секулярного роста неустойчивости и в 5 раз на стадии полного насыщения. Магнитное поле с логнормальной статистикой и таким же средним квадратом  $\log B$  привело бы к гораздо более сильному подавлению. Далее, мы показываем, что подавление теплопроводности должно быть примерно в два раза более слабым, из-за того что зеркала преимущественно модифицируют пространственный перенос электронов, и в гораздо меньшей степени — обмен энергией. Мы делаем вывод, что микромасштабные магнитные зеркала приводят к подавлению параллельной теплопроводности в  $\sim 5$  раз.

В данной работе мы предположили статичное магнитное поле из области плазмы, где силовые линии растягиваются линейным сдвигом поля скоростей. Несмотря на то, что в данной точке плазмы силовые линии растягиваются не постоянно, турбулентное динамо приводит к образованию конфигурации магнитного поля, которая состоит из протяженных складок (областей усиленного) и компактных разворотов

силовых линий (где поле слабое). Это означает, что зеркальные флуктуации могут развиваться практически везде вдоль силовых линий в турбулентном межгалактическом газе (см. первое численное подтверждение этого факта в Rincon et al. 2016). Отметим, что до сих пор не ясно, как зеркальная и шланговая неустойчивости эволюционируют на протяжении нескольких характерных времен турбулентного поля скоростей. Тем не менее, есть основания полагать (Melville et al., 2016), что для характерных  $\beta$  в скоплениях галактик релаксация анизотропии давления в изменяющемся крупномасштабном линейном сдвиге поля скоростей происходит практически мгновенно, по сравнению с временем сдвига. Это может означать, что зеркальная неустойчивость не успевает достичь полного насыщения (при  $St \gtrsim 2$ , согласно Kunz et al. 2014), потому что турбулентные сдвиги декоррелируют раньше ( $St \sim 1$ ). Поэтому вероятно, что в основном зеркальная неустойчивость в турбулентной плазме находится в состоянии секулярного роста. Так или иначе, факторы подавления переноса для двух стадий неустойчивости различаются слабо, и поэтому мы не ожидаем больших отклонений от описанной выше картины. Таким образом, степень подавления теплопроводности, найденная нами с помощью численного моделирования локальной зеркальной неустойчивости, может быть характерным свойством межгалактической среды, либо иной слабостолкновительной турбулентной плазмы с высоким  $\beta$ .

Когда параллельный масштаб магнитного поля становится больше, чем длина свободного пробега электронов, подавление теплопроводности невелико, потому что столкновения частиц случаются достаточно часто, чтобы они избегали магнитных ловушек. Это означает, что несмотря на то, что крупномасштабная МГД-турбулентность создает параллельные возмущения магнитного поля большой амплитуды, вызванное ими подавление параллельной теплопроводности незначительно. Мы подтверждаем этот результат, проводя численное моделирование турбулентного МГД-динамо и явным образом определяя фактор подавления.

Параллельная теплопроводность также может быть уменьшена аномальным рассеянием по углу наклона орбиты на магнитных возмущениях. Для того чтобы такое рассеяние было эффективным, возмущения должны возникать на масштабе порядка электронного ларморовского радиуса. Основным примером в том случае становится электронная свистовая неустойчивость, вызванная анизотропией электронного давления (Riquelme et al., 2016) либо тепловыми потоками. Аномальное рассеяние приведет к дополнительному подавлению теплопроводности, которое при этом не должно зависеть от процессов магнитного захвата, так как они происходят на существенно больших масштабах ионного ларморовского радиуса. Таким образом, подавление теплового потока зеркальной неустойчивостью можно рассматривать на фоне аномального рассеяния на электронных масштабах: для этого достаточно заменить столкновительную длину свободного пробега  $\lambda$  в нашей задаче на эффективную длину свободного пробега, уменьшенную за счет аномального рассеяния.

На глобальное распространение тепла, кроме параллельной теплопроводности, влияет также стохастическая топология магнитного поля, благодаря которой электрону приходится проходить большее расстояние вдоль силовых линий. В процессе диффузии вдоль запутанных линий ключевую роль играет экспоненциальное расхождение соседних силовых линий, которое эффективно увеличивает диффузию поперек магнитного поля (например, Rechester & Rosenbluth, 1978), за счет чего

восстанавливается диффузионный характер распространения тепла в пространстве (иначе диффузия вдоль силовых линий на фоне диффузии самых силовых линий в пространстве приведет к субдиффузии). Если магнитная турбулентность развивается в широком диапазоне масштабов с образованием альфвеновского каскада, подавление трехмерного коэффициента диффузии эффектами топологии магнитного поля в упрощенной модели составляет лишь  $\sim 1/5$  от спитцеровской величины (Narayan & Medvedev, 2001; Chandran & Maron, 2004). Этот эффект также действует независимо от подавления параллельного теплопереноса магнитными зеркалами — тоже по причине большого разделения масштабов двух механизмов подавления. Тогда суммарное подавление глобальной теплопроводности в скоплениях галактик может достигать  $\sim 1/20 - 1/30$  от спитцеровской величины, не учитывая возможное дополнительное подавление за счет электронных неустойчивостей.

### 3.6 Приложение: перенос пассивного скаляра

Рассмотрим одномерный газ с линейным средним градиентом скалярной величины  $a$ , переносимой частицами газа:

$$\langle a(x) \rangle = \text{const} + \alpha x. \quad (3.20)$$

Здесь и далее угловые скобки обозначают усреднение по распределению частиц. Градиент удерживается фиксированными граничными условиями (например, поддержание стенок при постоянных  $a$ ). Частицы способны обмениваться величиной  $a$  за счет столкновений. Нам необходимо определить поток  $a$ , который дается выражением

$$q_a = \langle a v_{\parallel} \rangle, \quad (3.21)$$

где  $v_{\parallel}$  — скорость частица (т.е. параллельная скорость электрона вдоль силовой линии применительно к нашей задаче).

Запишем сначала уравнение Ланжевена для скорости частицы:

$$\dot{v}_{\parallel} = -\nu_1 v_{\parallel} + \eta_1(t), \quad (3.22)$$

где  $\nu_1$  — частота столкновений частиц и  $\eta_1(t)$  — гауссов белый шум с нулевым средним. Решая уравнение на  $v_{\parallel}$ , получим

$$v_{\parallel} = v_{\parallel}(0)e^{-\nu_1 t} + \int_0^t dt' e^{\nu_1(t'-t)} \eta_1(t'), \quad (3.23)$$

и, снова интегрируя,

$$x = x(0) + \frac{v_{\parallel}(0)}{\nu_1}(1 - e^{-\nu_1 t}) + \int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' e^{\nu_1(t''-t')} \eta_1(t''). \quad (3.24)$$

Уравнение Ланжевена, описывающее эволюцию  $a$  данной частицы за счет столкновений:

$$\dot{a} = -\nu_2(a - \langle a \rangle) + \eta_2(t), \quad (3.25)$$

где  $\nu_2$  — столкновительная частота обмена величиной  $a$  и  $\eta_2$  — гауссов белый шум с нулевым средним. Решая уравнение на  $a$ , получим

$$a = a(0)e^{-\nu_2 t} + \nu_2 \int_0^t dt' e^{\nu_2(t'-t)} \langle a[x(t')] \rangle + \int_0^t dt' e^{\nu_2(t'-t)} \eta_2(t'). \quad (3.26)$$

Комбинируя уравнения (3.20), (3.21) и (3.26), можно определить скалярный поток  $q_a$  в момент времени  $t$ :

$$q_a = \langle a(t)v_{\parallel}(t) \rangle = \nu_2 \int_0^t dt' e^{\nu_2(t'-t)} \langle \langle a[x(t')] \rangle v_{\parallel}(t) \rangle = \alpha \nu_2 \int_0^t dt' e^{\nu_2(t'-t)} \langle x(t')v_{\parallel}(t) \rangle. \quad (3.27)$$

Шумовые члены не вносят вклад в поток, потому как они имеют нулевое среднее. Выразим  $x(t')$  аналогично уравнению (3.24):

$$x(t') = x(t) - \frac{v_{\parallel}(t)}{\nu_1} [1 - e^{\nu_1(t'-t)}] + \int_t^{t'} dt'' \int_t^{t''} dt''' e^{\nu_1(t'''-t'')} \eta_1(t'''). \quad (3.28)$$

Подставляя  $x(t')$  в (3.27), получим

$$q_a = -\alpha \langle v_{\parallel}^2(t) \rangle \frac{\nu_2}{\nu_1} \int_0^t dt' e^{\nu_2(t'-t)} [1 - e^{\nu_1(t'-t)}] \rightarrow -\frac{\alpha}{3} \frac{\langle v^2 \rangle}{\nu_1 + \nu_2} \text{ as } t \rightarrow \infty, \quad (3.29)$$

где  $\langle v_{\parallel}^2(t) \rangle = (1/3)\langle v^2 \rangle$ . Видим, что поток пассивного скаляра  $a$  обратно пропорционален сумме частоты рассеяния частиц  $\nu_1$  и частоты  $a$ -обмена  $\nu_2$ . Тогда скалярная проводимость  $\kappa_{a0}$  —

$$\kappa_{a0} = \frac{1}{3} \frac{\langle v^2 \rangle}{\nu_1 + \nu_2}. \quad (3.30)$$

Если частицы обмениваются только величиной  $a$ , но не обмениваются энергией,  $\langle v^2 \rangle = v^2$ .

Полезно также вывести связь между скалярным потоком  $q_a$  и автокорреляционной функцией скоростей частиц. Запишем сначала  $x(t')$  как

$$x(t') = x(t) - \int_{t'}^t v_{\parallel}(t'') dt'' \quad (3.31)$$

и подставим это выражение в (3.27):

$$\begin{aligned} q_a &= -\alpha \nu_2 \int_0^t dt' e^{\nu_2(t'-t)} \int_{t'}^t dt'' \langle v_{\parallel}(t'')v_{\parallel}(t) \rangle = -\alpha \nu_2 \int_0^t dt' e^{\nu_2(t'-t)} \int_{t'-t}^0 d\tau \langle v_{\parallel}(t+\tau)v_{\parallel}(t) \rangle \\ &\rightarrow -\alpha \nu_2 \int_0^{\infty} dt' e^{-\nu_2 t'} \int_0^{t'} d\tau C(\tau) \text{ as } t \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (3.32)$$

где  $C(\tau) = \langle v_{\parallel}(0)v_{\parallel}(\tau) \rangle$  — автокорреляционная функция параллельных скоростей. Тогда получим проводимость скаляра  $a$ ,  $\kappa_a$ :

$$\kappa_a = \nu_2 \int_0^{\infty} dt' e^{-\nu_2 t'} \int_0^{t'} d\tau C(\tau). \quad (3.33)$$

Без магнитных зеркал  $C_0(\tau) = (1/3)v^2 e^{-v_1\tau}$ , и после подстановки  $C_0$  в (3.33) мы восстанавливаем (3.30).

В части 3.3.2 мы показали, что в пределе  $\lambda/l_B \gg 1$  автокорреляционная функция параллельных скоростей моноэнергетических электронов в присутствии магнитных зеркал имеет вид

$$C(t) = \frac{1}{3} S_p v^2 e^{-v_{\text{eff}} t}. \quad (3.34)$$

Коэффициенты  $S_p$  и  $v_{\text{eff}}$  были определены с помощью Монте-Карло моделирования. Теперь можно выразить  $\kappa_a$  в терминах этих коэффициентов и частоты  $a$ -обмена подстановкой  $C(t)$  в (3.33):

$$\kappa_a = \frac{1}{3} \frac{S_p v^2}{v_{\text{eff}} + v_2} = \frac{1}{3} \frac{S_p v^2}{(\lambda/\lambda_{\text{eff}})v_1 + v_2}. \quad (3.35)$$

Совмещая уравнения (3.30) и (3.35), находим фактор подавления скалярной проводимости  $\kappa_a/\kappa_{a0}$ :

$$\frac{\kappa_a}{\kappa_{a0}} = S_p \frac{v_1 + v_2}{(\lambda/\lambda_{\text{eff}})v_1 + v_2}. \quad (3.36)$$

Мы применяем выведенную выше формулу, чтобы на качественном уровне связать подавление диффузии с подавлением теплопроводности, принимая электронную температуру за скаляр  $a$ , не зависящий от скорости частиц.

# Литература

- Albright B. J., Chandran B. D. G., Cowley S. C., Loh M., 2001, *Phys. Plasmas*, 8, 777
- Bale S. D., Kasper J. C., Howes G. G., Quataert E., Salem C., Sundkvist D., 2009, *Phys. Rev. Lett.*, 103, 211101
- Carilli C. L., Taylor G. B., 2002, *A&A*, 40, 319
- Chandran B. D. G., Cowley S. C., 1998, *Phys. Rev. Lett.*, 80, 3077
- Chandran B. D. G., Cowley S. C., Ivanushkina M., Sydora R., 1999, *ApJ*, 525, 638
- Chandran B. D. G., Maron J. L., 2004, *ApJ*, 602, 170
- Chandrasekhar S., Kaufman A. N., Watson K. M., 1958, *Proc. R. Soc. A*, 245, 435
- Dennis T. J., Chandran B. D. G., 2005, *ApJ*, 622, 205
- Enßlin T. A., Vogt C., 2006, *A&A*, 453, 447
- Ettori S., Fabian A. C., 2000, *MNRAS*, 317, L57
- Feretti L., Giovannini G., Govoni F., Murgia M., 2012, *A&A Rev.*, 20, 54
- Hasegawa A., 1969, *Phys. Fluids*, 12, 2642
- Hellinger P., Trávníček P., Kasper J. C., Lazarus A. J., 2006, *Geophys. Res. Lett.*, 33, 9101
- Inogamov N. A., Sunyaev R. A., 2003, *Astron. Lett.*, 29, 791
- Kasper J. C., Lazarus A. J., Gary S. P., 2002, *Geophys. Res. Lett.*, 29, 1839
- Klepach E. G., Ptuskin V. S., 1995, *Astron. Lett.*, 21, 411
- Komarov S. V., Churazov E. M., Schekochihin A. A., Zuhone J. A., 2014, *MNRAS*, 440, 1153
- Kuchar P., Enßlin T. A., 2011, *A&A*, 529, A13
- Kulsrud R., 1964, in Rosenbluth M. N., ed., *Advanced Plasma Theory General Stability Theory in Plasma Physics*. Academic Press, New York, p. 54
- Kunz M. W., Schekochihin A. A., Stone J. M., 2014, *Phys. Rev. Lett.*, 112, 205003

Kunz M. W., Stone J. M., Bai X.-N., 2014, *J. Comp. Phys.*, 259, 154

Malyshkin L., 2001, *ApJ*, 554, 561

Malyshkin L., Kulsrud R., 2001, *ApJ*, 549, 402

Markevitch M., Mazzotta P., Vikhlinin A., Burke D., Butt Y., David L., Donnelly H., Forman W. R., Harris D., Kim D.-W., Virani S., Vrtilik J., 2003, *ApJ*, 586, L19

Markevitch M., Ponman T. J., Nulsen P. E. J., Bautz M. W., Burke D. J., David L. P., Davis 2000, *ApJ*, 541, 542

Markevitch M., Vikhlinin A., 2007, *Phys. Rep.*, 443, 1

Melville S., Schekochihin A. A., Kunz M. W., 2016, *MNRAS*, 459, 2701

Narayan R., Medvedev M. V., 2001, *ApJ*, 562, L129

Parker E. N., 1958, *Phys. Rev.*, 109, 1874

Rechester A. B., Rosenbluth M. N., 1978, *Phys. Rev. Lett.*, 40, 38

Rincon F., Califano F., Schekochihin A. A., Valentini F., 2016, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 113, 3950

Riquelme M. A., Quataert E., Verscharen D., 2016, *ApJ*, 824, 123

Ruszkowski M., Begelman M. C., 2002, *ApJ*, 581, 223

Schekochihin A., Cowley S., Maron J., Malyshkin L., 2002, *Phys. Rev. E*, 65, 016305

Schekochihin A. A., Cowley S. C., 2006, *Phys. Plasmas*, 13, 056501

Schekochihin A. A., Cowley S. C., Kulsrud R. M., Hammett G. W., Sharma P., 2005, *ApJ*, 629, 139

Schekochihin A. A., Cowley S. C., Taylor S. F., Maron J. L., McWilliams J. C., 2004, *ApJ*, 612, 276

Schuecker P., Finoguenov A., Miniati F., Böhringer H., Briel U. G., 2004, *A&A*, 426, 387

Skilling J., McIvor I., Holmes J. A., 1974, *MNRAS*, 167, 87P

Spitzer L., 1962, *Physics of Fully Ionized Gases*. Interscience, New York

Stone J. M., Gardiner T., 2009, *New Astron.*, 14, 139

Subramanian K., Shukurov A., Haugen N. E. L., 2006, *MNRAS*, 366, 1437

Vikhlinin A., Markevitch M., Murray S. S., 2001, *ApJ*, 549, L47

Voigt L. M., Fabian A. C., 2004, *MNRAS*, 347, 1130

Zakamska N. L., Narayan R., 2003, *ApJ*, 582, 162

Zhuravleva I., Churazov E., Arévalo P., Schekochihin A. A., Allen S. W., Fabian A. C., Forman W. R., Sanders J. S., Simionescu A., Sunyaev R., Vikhlinin A., Werner N., 2015, MNRAS, 450, 4184

Zhuravleva I., Churazov E., Schekochihin A. A., Allen S. W., Arévalo P., Fabian A. C., Forman W. R., Sanders J. S., Simionescu A., Sunyaev R., Vikhlinin A., Werner N., 2014, Nature, 515, 85

## Глава 4

# Поляризация теплового тормозного излучения вследствие анизотропии давления электронов в плазме скоплений галактик

### 4.1 Введение

Время установления теплового равновесия электронов за счет кулоновских соударений в горячей разреженной астрофизической плазме часто оказывается достаточно долгим, по сравнению с остальными характерными временными масштабами, что допускает образование отклонений от теплового равновесия, которые выражаются в форме анизотропии функций распределения либо нетепловых хвостов. Для образования последних необходим механизм ускорения некоторой доли частиц до высоких энергий, например, магнитное пересоединение или диффузионное ускорение на ударных волнах (Krymskii 1977; Axford et al. 1977; Blandford & Ostriker 1978; Bell 1978). Анизотропии, с другой стороны, обычно связаны с наличием в плазме магнитного поля.

Во многих типах астрофизической плазмы магнитные поля оказываются достаточно сильными, чтобы заставить заряженные частицы обращаться вокруг силовых линий магнитного поля с ларморовским радиусом, на много порядков величины меньше столкновительной длины свободного пробега частиц. Если магнитное поле не постоянно во времени, адиабатическая инвариантность вынуждает перпендикулярные и параллельные компоненты скоростей частиц подстраиваться под локальную величину магнитного поля, таким образом создавая анизотропию давления (Chew et al., 1956; Kulsrud, 1964). Тепловой поток вдоль силовых линий магнитного поля также вносит вклад в величину анизотропии. Анизотропия давления, превышающая некую критическую величину, приводит к росту кинетических микронеустойчивостей, например, планговой и зеркальной неустойчивости (Chandrasekhar et al.,

1958; Parker, 1958; Hasegawa, 1969). Считается, что эти неустойчивости удерживают анизотропию на пограничном уровне за счет рассеяния частиц на магнитных возмущениях и магнитного захвата (наблюдательное подтверждение этого факта в солнечном ветре можно найти в Kasper et al. 2002; Hellinger et al. 2006; Bale et al. 2009; теоретические рассуждения приведены, например, в Melville et al. 2016).

Временные изменения величины магнитного поля могут быть следствием случайных турбулентных движений либо некоторым упорядоченным потоком плазмы, например, обтеканием холодного плотного облака газа в “холодных фронтах” в межгалактической среде (МГС) (см., например, Markevitch & Vikhlinin, 2007) или дифференциальным вращением в аккреционных дисках (Sharma et al., 2006). Холодные фронты обладают резкими градиентами температуры на границе раздела между холодным облаком и горячей обтекающей плазмой. В горячей разреженной плазме анизотропия давления электронов, создаваемая как эволюцией магнитных полей, так и тепловыми потоками, оставляет след в виде поляризации тормозного излучения (см. пример солнечных вспышек в Naug, 1972). Если поток газа ориентирует магнитное поле вдоль некоторого выделенного направления, поляризация не исчезает после интегрирования вдоль луча зрения и, в принципе, может быть наблюдаена рентгеновскими поляриметрами.

В этой главе мы определяем возможную амплитуду такого эффекта и обсуждаем вероятность его наблюдения в скоплениях галактик. Мы начинаем с описания теоретической модели рассматриваемой задачи. Генерация анизотропии давления в плазме с меняющимися магнитными полями и градиентами температуры обсуждается в части 4.2.1. В части 4.2.2, выводится поляризация тормозного излучения для заданной бимаксвелловской функции распределения электронов. Затем, теоретическая модель применяется к холодным фронтам и ударным волнам в скоплениях галактик с помощью численного МГД-моделирования (часть 4.3). Полученная степень поляризации достаточно мала, порядка 0.1%, однако она имеет ярко выраженную пространственную структуру и может налагать ограничения на анизотропию давления и столкновительность электронов в МГС. В части 4.4 мы коротко обсуждаем роль рассматриваемого эффекта в наблюдениях скоплений галактик с помощью рентгеновских калориметров будущего. Наконец, в части 4.5 мы резюмируем основные результаты.

## 4.2 Теоретическая модель

### 4.2.1 Генерация анизотропии давления электронов в слабо-столкновительной плазме

В астрофизической плазме ларморовские радиусы  $\rho_s$  всех сортов частиц обычно гораздо меньше, чем их длины свободного пробега  $\lambda_s$ ; другими словами, их частоты столкновений  $\nu_s$  много меньше их гирочастот  $\Omega_s$  ( $s = i, e$ , где  $e$  — электроны,  $i$  — ионы). Если величина магнитного поля  $B$  меняется медленно с темпом  $\gamma = B^{-1}dB/dt \ll \Omega_s$ , каждая частица сохраняет свой первый адиабатический инвариант — магнитный момент  $\mu = v_{\perp s}^2/2B \propto p_{\perp s}/B$ , где  $v_{\perp s}$  — компонента скорости частицы, перпендикулярная силовой линии магнитного поля,  $p_{\perp s}$  — перпендикуляр-

ное давление. Чтобы продемонстрировать, как эволюция магнитных полей приводит к генерации анизотропии давления в несжимаемой плазме без тепловых потоков, выразим утверждение о том, что магнитный момент  $\mu$  сохраняется всегда, кроме редких случаев столкновений частиц:

$$\frac{1}{p_{\perp s}} \frac{dp_{\perp s}}{dt} \sim \frac{1}{B} \frac{dB}{dt} - \nu_s \frac{p_{\perp s} - p_{\parallel s}}{p_{\perp s}}, \quad (4.1)$$

где  $p_{\parallel s}$  — параллельное давление, и последний член описывает изотропизацию давления столкновениями. Если  $\gamma \ll \nu_s$ , анизотропия давления  $\Delta_s$  может быть оценена из условия баланса между столкновительной релаксацией и темпом изменения магнитного поля:

$$\Delta_s = \frac{p_{\perp s} - p_{\parallel s}}{p_{\perp s}} \sim \frac{1}{\nu_s} \frac{1}{B} \frac{dB}{dt} = \frac{\gamma}{\nu_s}. \quad (4.2)$$

Из этой оценки ясно, что электронная анизотропия оказывается в  $v_e/v_i \sim (m_i/m_e)^{1/2} \approx 40$  раз слабее ионной (если температуры электронов и ионов равны).

Более общее выражение на  $\Delta_s$ , учитывающее эволюцию параллельного давления, можно получить из так называемых уравнений CGL (Chew et al., 1956), которые выводятся подсчетом вторых моментов уравнений кинетической магнитогидродинамики (КМНД). Уравнения КМНД возникают после усреднения полного кинетического уравнения по гирофазе. Запишем уравнения CGL, модифицированные добавлением члена, описывающего столкновения:

$$p_{\perp s} \frac{d}{dt} \ln \frac{p_{\perp s}}{n_s B} = \nabla \cdot (q_{\perp s} \mathbf{b}) - q_{\perp s} \nabla \cdot \mathbf{b} - \nu_s (p_{\perp s} - p_{\parallel s}), \quad (4.3)$$

$$p_{\parallel s} \frac{d}{dt} \ln \frac{p_{\parallel s} B^2}{n_s^3} = \nabla \cdot (q_{\parallel s} \mathbf{b}) + 2q_{\perp s} \nabla \cdot \mathbf{b} - 2\nu_s (p_{\parallel s} - p_{\perp s}), \quad (4.4)$$

где  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{u}_s \cdot \nabla$  — конвекционная производная, связанная с сортом частиц  $s$  ( $\mathbf{u}_s$  — скорость потока плазмы),  $\mathbf{b}$  — единичный вектор в направлении магнитного поля и  $n_s$  — плотность частиц,

$$p_{\perp s} = \int d^3 \mathbf{w} \frac{m_s w_{\perp}^2}{2} f_s, \quad (4.5)$$

$$p_{\parallel s} = \int d^3 \mathbf{w} m_s w_{\parallel}^2 f_s \quad (4.6)$$

представляют собой перпендикулярное и параллельное давления,

$$q_{\perp s} = \int d^3 \mathbf{w} \frac{m_s w_{\perp}^2}{2} w_{\parallel} f_s, \quad (4.7)$$

$$q_{\parallel s} = \int d^3 \mathbf{w} m_s w_{\parallel}^3 f_s, \quad (4.8)$$

$q_{\perp s}$  и  $q_{\parallel s}$  — тепловые потоки (параллельный поток “перпендикулярной внутренней энергии” и параллельный поток “параллельной внутренней энергии” соответственно),  $\mathbf{w}$  — тепловая компонента скорости частицы,  $f_s$  — функции распределения частиц. Вычитая (4.4) из (4.3), получим уравнение на эволюцию анизотропии давления:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (p_{\perp s} - p_{\parallel s}) &= (p_{\perp s} + 2p_{\parallel s}) \frac{1}{B} \frac{dB}{dt} + (p_{\perp s} - 3p_{\parallel s}) \frac{1}{n_s} \frac{dn_s}{dt} - \nabla \cdot [(q_{\perp s} - q_{\parallel s}) \mathbf{b}] - 3q_{\perp s} \nabla \cdot \mathbf{b} \\ &\quad - 3\nu_s (p_{\perp s} - p_{\parallel s}). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Предположив, что столкновения происходят быстрее, чем движения жидкости, можно считать величину анизотропии малой:  $p_{\parallel s} - p_{\perp s} \ll p_{\perp s} \approx p_{\parallel s} \approx p_s$ , а столкновительные потоки —  $q_{\perp s} \approx (1/3)q_{\parallel s}$ , при этом полный поток тепла вдоль магнитного поля  $q_s = q_{\perp s} + q_{\parallel s}/2 = (5/6)q_{\parallel s}$ . Величина анизотропии устанавливается балансом между столкновительной релаксацией анизотропии и различными членами, вызывающими ее рост:

$$\Delta_s \approx \frac{p_{\perp s} - p_{\parallel s}}{p_s} \approx \frac{1}{v_s} \left[ \frac{1}{B} \frac{dB}{dt} - \frac{2}{3} \frac{1}{n_s} \frac{dn_s}{dt} + \frac{4\nabla \cdot (q_s \mathbf{b}) - 6q_s \nabla \cdot \mathbf{b}}{15p_s} \right]. \quad (4.10)$$

Таким образом, анизотропия давления вызывается меняющимися магнитными полями, меняющейся плотностью частиц или параллельными тепловыми потоками.

Полезно оценить степень анизотропии, создаваемой разными членами в уравнении (4.10). Если мы рассмотрим движения жидкости со скоростью  $\mathbf{u}$  на масштабе  $L_u$ , вариации  $B$  на масштабе поля скоростей  $L_B = L_u$  и параллельный градиент температуры  $\nabla_{\parallel} T_s \sim \delta T_s / L_T$  на масштабе  $L_T$ , мы можем оценить вклад  $\Delta_{B,n;s}$  за счет изменения  $B$  и  $n$ , а также вклад  $\Delta_{T;s}$  тепловых потоков, в полную анизотропию:

$$\Delta_{B,n;s} \sim \frac{u}{v_{\text{th},s}} \frac{\lambda_s}{L_u}, \quad (4.11)$$

$$\Delta_{T;s} \sim \frac{\lambda_s^2}{L_T L_u} \frac{\delta T_s}{T_s}, \quad (4.12)$$

где мы использовали выражение для теплового потока  $q_s = -\kappa_s \nabla_{\parallel} T_s$  с коэффициентом теплопроводности  $\kappa_s \sim n_s v_{\text{th},s} \lambda_s$ , где  $\lambda_s$  — длина свободного пробега,  $v_{\text{th},s}$  — тепловая скорость. Допустим, что скорость потока близка к звуковой,  $u \sim v_{\text{th},i}$ , и что вариации температуры составляют порядка единицы  $\delta T/T \sim 1$ . Тогда  $\Delta_T \sim \lambda^2 / (L_u L_T)$  для обоих сортов частиц и  $\Delta_{B,n;s} \sim \lambda / L_u \times v_{\text{th},s} / v_{\text{th},i}$ . Тогда в нашем приближении член, связанный с изменениями магнитного поля  $\Delta_{B,n;i} \sim \lambda / L_u$  для ионов вносит основной вклад в анизотропию, если  $L_T \gg \lambda$  (даже в астрофизических системах с очень большими градиентами температуры силовые линии магнитного поля обычно растягиваются потоками газа в направлении, перпендикулярном градиенту (например, Komarov et al., 2014), приводя к эффективному увеличению масштаба изменений температуры вдоль силовых линий). Для электронов  $\Delta_{B,n;e} \sim 1/40 \times \lambda / L_u$ , и оба вклада могут быть одного порядка ( $\Delta_{B,n;e} \sim \Delta_{T;e}$ ), в зависимости от параметров потока и ориентации силовых линий магнитного поля, соединяющих горячие и холодные области плазмы. Заметим, что полная анизотропия  $\Delta_{\text{tot}} = \Delta_e + \Delta_i$  ограничена снизу шланговой неустойчивостью как  $\Delta_{\text{tot}} > -2/\beta$ , где  $\beta$  — отношение тепловой к магнитной плотностей энергии. В случае, если преобладает ионная анизотропия ( $\Delta_i \gg \Delta_e$ ) и ее знак положителен, зеркальная неустойчивость удерживает ее величину ниже пограничного уровня неустойчивости  $\Delta_i \lesssim 1/\beta$ . Поэтому в областях с большим  $\beta$  либо  $\gamma$  ( $= B^{-1} dB/dt$ ), либо  $v_s$  модифицируются неустойчивостями, чтобы удержать величину анизотропии в пределах стабильности плазмы:  $-2/\beta < \Delta_{\text{tot}} < 1/\beta$  (например, Melville et al., 2016). В Приложении 4.6 мы вычисляем ионную анизотропию для холодных фронтов из нашего численного моделирования (часть 4.3) и обозначаем области, где могут развиваться шланговая и зеркальная неустойчивости. Потому как в нашей работе ионная анизотропия обычно преобладает, обе неустойчивости регулируются давлением ионов.

В этой работе нас в первую очередь интересует электронная анизотропия давления, потому что именно она приводит к поляризации теплового тормозного излучения. Из оценок, приведенных выше, ясно, что для астрофизических систем с большими градиентами температуры, помимо вклада меняющихся магнитных полей в анизотропию давления электронов, также должен быть учтен вклад тепловых потоков.

## 4.2.2 Поляризация тормозного излучения за счет анизотропии давления электронов

Рассмотрим сначала поляризацию тормозного излучения электронного пучка, рассеиваемого ионом. На низких энергиях (по сравнению с кинетической энергией электрона) фотоны, излучаемые в ходе рассеяния электронов на малые углы, поляризованы в плоскости, перпендикулярной электронному пучку, так как вектора скоростей электронов лишь немного отклоняются за счет перпендикулярного ускорения кулоновской силой. На высоких энергиях, когда как направление, так и величина электронной скорости значительно меняются при рассеянии, основной вклад в поляризацию начинает вносить ускорение, которое электроны испытывают параллельно пучку. Ниже мы показываем, что последний режим играет первоочередную роль в нашей задаче, потому что степень поляризации оказывается значительно больше на высоких энергиях в случае теплового тормозного излучения облака анизотропных электронов.

Тормозное излучение пучка электронов с энергиями  $\epsilon$  полностью описывается дифференциальными сечениями рассеяния в единицу телесного угла и на единицу энергии фотона:  $d^2\sigma_{\perp}(\epsilon, \epsilon, \theta)$  и  $d^2\sigma_{\parallel}(\epsilon, \epsilon, \theta)$  для компонент, перпендикулярной и параллельной плоскости излучения (образуемой импульсами излученного фотона и начальным импульсом электрона). Здесь  $d^2 = d^2/(d\epsilon d\Omega)$ ,  $\epsilon$  соответствует энергии излученного фотона,  $\theta$  — угол между направлением импульса излученного фотона и осью пучка электронов. Мы используем релятивистские сечения рассеяния из работы Gluckstern & Hull (1953) в первом борновском приближении, что является достаточным для рассматриваемой задачи<sup>1</sup>. Из-за того что формулы, данные в Gluckstern & Hull (1953), как и формулы в Bai & Ramaty (1978), содержат опечатки, мы приводим верные явные выражения для сечений рассеяния в Приложении 4.7. Степень поляризации  $P(\epsilon, \theta) = (d^2\sigma_{\perp} - d^2\sigma_{\parallel}) / (d^2\sigma_{\perp} + d^2\sigma_{\parallel}) = d^2\sigma_1 / d^2\sigma_0$ , где  $d^2\sigma_1$  — дифференциальное сечение рассеяния поляризованной компоненты излучения, а  $d^2\sigma_0$  — полного излучения. Их зависимость от энергии и направления фотона относительно оси пуска электронов показана на Рис. 4.1. Переход между перпендикулярной и параллельной поляризациями происходит в окрестности фотонных энергий  $\epsilon \sim \epsilon/8$ . Как отмечено ранее, перпендикулярная поляризация на низких энергиях возникает в результате рассеяния электронов на малые углы, в то время как параллельная — результат столкновений, значительно меняющих энергию электрона.

Так как дифференциальные сечения, приведенные выше, по сути являются функциями Грина тормозного излучения, полное и поляризованное излучение облака

<sup>1</sup>Граница допустимости этого приближения дается условием  $\epsilon' / m_e c^2 \gg (Z/137)^2$ , где  $Z$  — заряд рассеивающего иона в атомных единицах,  $\epsilon'$  — конечная энергия электрона (Gluckstern & Hull, 1953). При  $Z = 1$  условие выполнено для конечных энергий электрона  $\epsilon' \gg 30$  эВ.

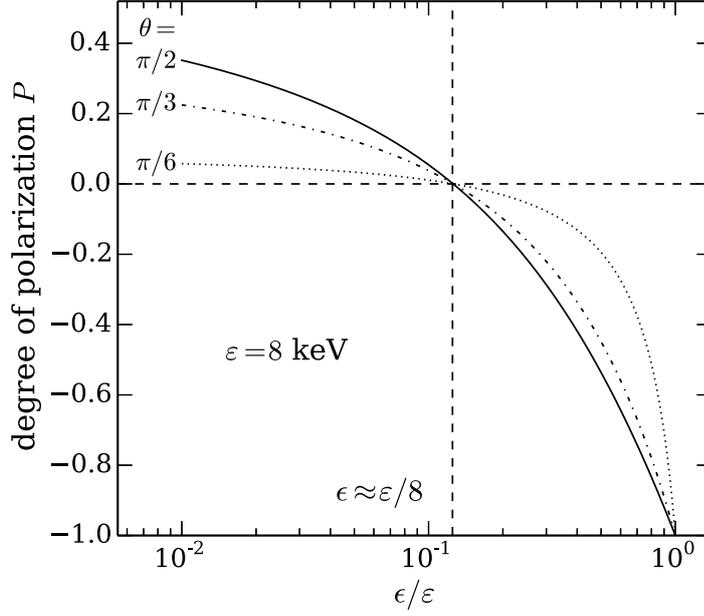


Рис. 4.1: Степень поляризации тормозного излучения  $P(\epsilon, \theta) = (d^2\sigma_{\perp} - d^2\sigma_{\parallel}) / (d^2\sigma_{\perp} + d^2\sigma_{\parallel})$  пучка рассеиваемых ионом электронов с энергией  $\epsilon = 8$  кеВ как функция энергии излученного фотона  $\epsilon$  и угла  $\theta$  между осью пучка и импульсом фотона.

электронов могут быть найдены интегрированием по функции распределения электронов. Введем систему сферическую координат и допустим, что распределение электронов осесимметрично относительно направления магнитного поля, которое зададим вдоль оси  $z$ . Обозначим единичный вектор в направлении падающего электрона как  $\hat{\mathbf{p}} = (\sin \theta_0 \cos \phi_0, \sin \theta_0 \sin \phi_0, \cos \theta_0)$  и направление луча зрения как  $\hat{\mathbf{k}} = (\sin \theta, 0, \cos \theta)$  (выбираем  $\phi = 0$  без ограничения общности, потому что результирующее распределение излучения осесимметрично). Геометрия этих векторов изображена на Рис. 4.2. Запишем направления поляризации перпендикулярно и параллельно плоскости, образованной векторами  $\hat{\mathbf{p}}$  и  $\hat{\mathbf{k}}$  (плоскость излучения):

$$\hat{\mathbf{e}}_{\perp} = \frac{\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{k}}}{|\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{k}}|}, \quad (4.13)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{\parallel} = \frac{\hat{\mathbf{k}} \times (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{k}})}{|\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{k}}|}. \quad (4.14)$$

Тогда вектор  $\hat{\mathbf{e}}_{\perp}$  повернут на угол  $\chi$  (см. Рис. 4.2) относительно направления оси  $y$ , которое является направлением перпендикулярной поляризации в опорной плоскости  $xz$ , которая содержит луч зрения  $\hat{\mathbf{k}}$ . Угол  $\chi$  выражается как

$$\cos \chi = \hat{\mathbf{e}}_{\perp y} = (\sin \theta \cos \theta_0 - \cos \theta \sin \theta_0 \cos \phi_0) / \sin \theta', \quad (4.15)$$

где  $\theta'$  — угол между  $\hat{\mathbf{p}}$  и  $\hat{\mathbf{k}}$ :

$$\cos \theta' = \cos \theta \cos \theta_0 + \sin \theta \sin \theta_0 \cos \phi_0. \quad (4.16)$$

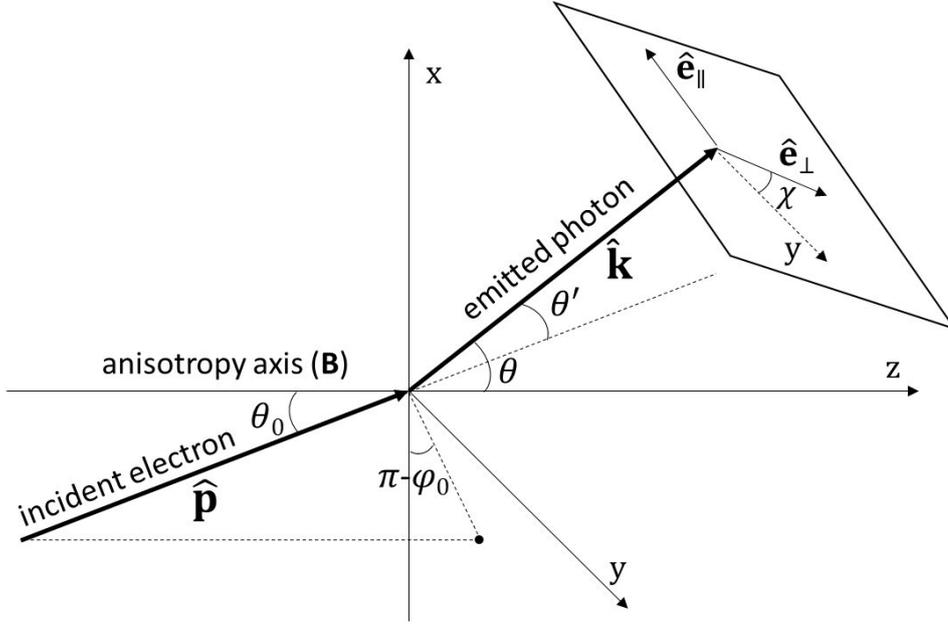


Рис. 4.2: Геометрия задачи о поляризации тормозного излучения облака электронов

Линейная поляризация (для неполяризованных электронов фотоны тормозного излучения не могут быть поляризованы по кругу) описывается двумя независимыми параметрами Стокса  $P_1$  и  $P_2$ :  $P_1$  соответствует степени поляризации относительно заданной опорной плоскости ( $xz$  в нашем случае);  $P_2$  — степени поляризации относительно плоскости, повернутой вокруг луча зрения на угол  $\pi/4$  от опорной плоскости. Для заданного начального импульса электрона  $P_1$  и  $P_2$ , нормированные на полную интенсивность излучения, преобразуются при вращении плоскости излучения относительно опорной плоскости как

$$\begin{aligned} P_{1,\hat{p}} &= \cos 2\chi \frac{d^2\sigma_1}{d^2\sigma_0}, \\ P_{2,\hat{p}} &= \sin 2\chi \frac{d^2\sigma_1}{d^2\sigma_0}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Таким образом, зная выражения для угла  $\chi$  [уравнение (4.15)] между плоскостью излучения и опорной плоскостью, можно вычислить степень поляризации тормозного излучения облака электронов  $P_{1,2} = \mathcal{I}_{1,2}/\mathcal{I}_0$ , где  $\mathcal{I}_{1,2}$  — интенсивность поляризованного излучения,  $\mathcal{I}_0$  — полная интенсивность излучения, обе отынтегрированные по распределению электронов  $F(\varepsilon, \theta_0)$ :

$$\mathcal{I}_0(\varepsilon, \theta) = n_i \int_{\varepsilon}^{\infty} d\varepsilon \int_{-1}^1 d(\cos \theta_0) \int_0^{2\pi} d\phi_0 v(\varepsilon) F(\varepsilon, \theta_0) d^2\sigma_0(\varepsilon, \varepsilon, \theta'), \quad (4.18)$$

$$\mathcal{I}_1(\varepsilon, \theta) = n_i \int_{\varepsilon}^{\infty} d\varepsilon \int_{-1}^1 d(\cos \theta_0) \int_0^{2\pi} d\phi_0 v(\varepsilon) F(\varepsilon, \theta_0) \cos 2\chi d^2\sigma_1(\varepsilon, \varepsilon, \theta'), \quad (4.19)$$

$$\mathcal{I}_2(\varepsilon, \theta) = n_i \int_{\varepsilon}^{\infty} d\varepsilon \int_{-1}^1 d(\cos \theta_0) \int_0^{2\pi} d\phi_0 v(\varepsilon) F(\varepsilon, \theta_0) \sin 2\chi d^2\sigma_1(\varepsilon, \varepsilon, \theta'). \quad (4.20)$$

Вследствие осевой симметрии распределения электронов,  $\mathcal{I}_2$  после интегрирования

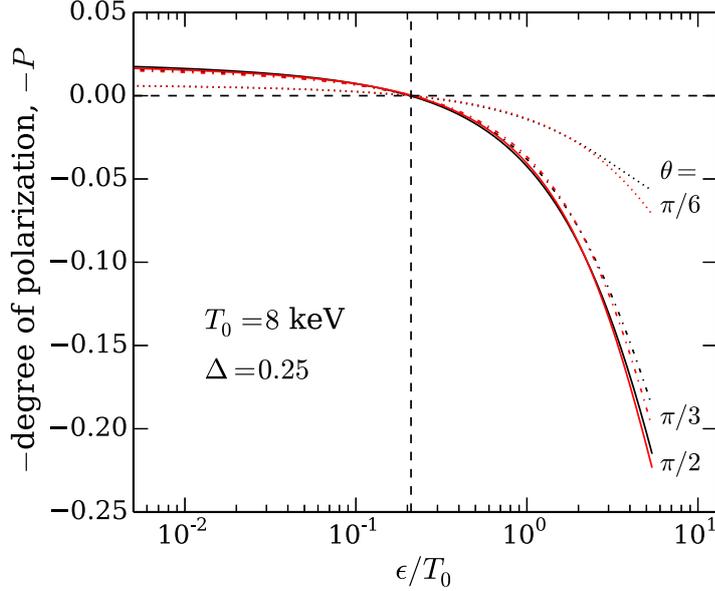


Рис. 4.3: Степень поляризации тормозного излучения облака электронов с бимаксвелловской функцией распределения при температуре  $T_0 = 8$  кэВ и уровне анизотропии  $\Delta = 0.25$  [уравнение (4.23)] как функция энергии излучаемого фотона  $\epsilon$  и угла между осью анизотропии и лучом зрения. Результат, полученный в линейном приближении [уравнения (4.24)-(4.25)], показан красным для сравнения. Степень поляризации построена со знаком минус, чтобы сделать сравнение с Рис. 4.1 более удобным. Противоположный знак возникает из-за того, что анизотропия давления электронов  $\Delta$  определена положительной для  $T_\perp > T_\parallel$  [уравнение (4.23)].

дает ноль (математическое доказательство можно найти, например, в приложении Науг 1972), и полная степень линейной поляризации равна  $P = \mathcal{I}_1/\mathcal{I}_0$ .

Функция распределения  $F(\epsilon, \theta_0)$  связана с распределением скоростей  $f(v, \theta_0)$  как

$$F(\epsilon, \theta_0) = v^2 f(v, \theta_0) \frac{dv}{d\epsilon}. \quad (4.21)$$

В качестве функции распределения скоростей мы используем бимаксвелловское распределение:

$$f(v, \theta_0) = n_e \left( \frac{m_e}{2\pi T_\perp} \right) \left( \frac{m_e}{2\pi T_\parallel} \right)^{1/2} \exp \left[ -\frac{m_e v^2}{2T_0} \left( \frac{T_0}{T_\perp} \sin^2 \theta_0 + \frac{T_0}{T_\parallel} \cos^2 \theta_0 \right) \right]. \quad (4.22)$$

где  $T_0 = (1/3)T_\parallel + (2/3)T_\perp$  полная температура. Если анизотропия

$$\Delta = \frac{T_\perp - T_\parallel}{T_0} \quad (4.23)$$

мала и  $\Delta m_e v^2 / (2T_0) \ll 1$ , можно разложить функцию распределения в первом порядке по  $\Delta$ :

$$f(v, \theta_0) = f_0(v) + \delta f_\Delta(v, \theta_0), \quad (4.24)$$

где  $f_0(v)$  — изотропное распределение Максвелла при температуре  $T_0$ :

$$f_0(v) = n_e \left( \frac{m_e}{2\pi T_0} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2T_0}\right), \quad (4.25)$$

и анизотропное возмущение

$$\delta f_{\Delta}(v, \theta_0) = \Delta \frac{m_e v^2}{2T_0} \left( \frac{1}{3} - \cos^2 \theta_0 \right) f_0(v). \quad (4.26)$$

Используя уравнения (4.20), (4.21) и (4.26) получаем степень поляризации теплового тормозного излучения в случае малого анизотропного возмущения функции распределения электронов, когда применимо линейное разложение по  $\Delta$  в уравнении (4.24):

$$P(\epsilon, T_0, \theta) = \Delta \sin^2 \theta G(\epsilon, T_0), \quad (4.27)$$

где  $G(\epsilon, T_0)$  становится функцией  $\epsilon/T_0$  для температур  $T_0 \lesssim 10$  кэВ. При  $\epsilon \sim$  нескольких  $T_0$  имеет место  $G(\epsilon, T_0) \sim 1$ . Степень поляризации излучения облака электронов с  $\Delta = 0.25$  и  $T_0 = 8$  кэВ показана на Рис. 4.3 черной сплошной линией для общего бимаксвелловского распределения и красной — в линейном приближении [уравнение (4.27)]. Видим, что линейное приближение справедливо вплоть до  $\Delta \approx 0.25$ .

## 4.3 Применение к холодным фронтам и ударным волнам в межгалактической среде

### 4.3.1 Качественные оценки

Холодные фронты представляют собой разрывы температуры и плотности, которые видны в рентгеновских наблюдениях некоторых скоплений галактик citepMarkevitch2000, Ettori2000, Vikhlinin2001, MarkevitchVikhl2007. Обычно их связывают с обтеканием холодной группы галактик (или меньшего скопления), движущейся в скоплении со скоростью порядка вириальной, окружающим горячим газом скопления. Поток плазмы приводит к драпировке в замороженных силовых линий магнитного поля вокруг холодного облака (например, Lyutikov, 2006; Asai et al., 2007; Dursi & Pfrommer, 2008). Вблизи фронта движение плазмы по сути представляет собой сходящийся поток, который растягивает силовые линии вдоль границы фронта. Это приводит к перпендикулярной ориентации силовых линий и градиента температуры и связанным с ней подавлением потока тепла в направлении градиента. Подавление теплообмена за счет драпировки магнитного поля способно удерживать холодные фронты от нагрева на динамически больших временах (например, Vikhlinin & Markevitch, 2002).

Растяжение силовых линий должно естественным образом создавать анизотропию давления. В части 4.2.1 мы сделали простые оценки величины поляризации для трансзвукового потока плазмы. Они зависят от трех параметров: столкновительной длины свободного пробега  $\lambda$ , характерных масштабов потока  $L_u$  и градиента температуры  $L_T$ . Оценим теперь характерную анизотропию электронов, вызванную эволюцией магнитных полей на границе холодного фронта. Потому как он движется в скоплении примерно с вириальной скоростью, обтекание фронта горячей плазмы

происходит примерно со скоростью звука. Из уравнения (4.11), где  $u \sim v_{th,i}$ , получим  $\Delta_B \sim (1/40)\lambda/L_u \sim 2 \times 10^{-3}$ , где для холодных фронтов электронная длина свободного пробега в горячей плазме составляет  $\lambda \sim 20$  кпк ( $T \sim 8$  кэВ), а масштаб потока  $L_u \sim 200$  кпк (порядка размера фронта; см., например, изображение A3667 в Markevitch & Vikhlinin 2007). Степень поляризации в несколько раз меньше, чем уровень анизотропии, потому что анизотропная плазма занимает только долю объема плазмы, излучающего рентген. Далее мы оценим уровень электронной анизотропии, соответствующую ему степень поляризации и ее пространственную структуру в холодных фронтах, сначала с помощью упрощенной аналитической модели драпировки магнитного поля (часть 4.3.2), затем, с помощью численного МГД-моделирования холодных фронтов (часть 4.3.3). Мы также оценим ионную анизотропию в симулированном холодном фронте в Приложении 4.6.

### 4.3.2 Аналитическая модель драпировки магнитного поля

Задача о стационарном магнитогидродинамическом обтекании сферического тела плазмой с замороженным магнитным полем впервые была решена аналитически в работе Bernikov & Semenov (1979). Они пренебрегли силами Лоренца и взяли в качестве поля скоростей потенциальное обтекание сферы несжимаемой жидкостью. Здесь мы в сжатом виде приводим их вывод, а затем используем полученное магнитное поле вблизи сферического тела, чтобы определить анизотропию давления электронов и степень поляризации тормозного излучения.

В сферических координатах с началом в центре сферы радиуса  $R$  и осью  $z$ , направленной противоположно скорости потока на бесконечности  $v_0$ , потенциальное обтекание сферы запишется как

$$\mathbf{v} = \mathbf{e}_r \left( \frac{R^3}{r^3} - 1 \right) v_0 \cos \theta + \mathbf{e}_\theta \left( \frac{R^3}{2r^3} + 1 \right) v_0 \sin \theta. \quad (4.28)$$

Магнитное поле определяется решением стационарных уравнений идеальной МГД:

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4.29)$$

где в качестве граничного условия задано однородное магнитное поле  $\mathbf{B}_0$ , направленное вдоль оси  $y$  на бесконечности в левом полупространстве ( $z < 0$ ). Нас в первую очередь интересует приближенное решение вблизи сферы ( $r - R \ll R$ ), где растяжение силовых линий максимально. Оно записывается как

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{2}{3} B_0 \sqrt{3(r/R - 1)} \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \sin \phi, \\ B_\theta &= B_0 \frac{\sin \phi}{\sqrt{3(r/R - 1)}}, \\ B_\phi &= B_0 \frac{\cos \phi}{\sqrt{3(r/R - 1)}}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Поле скоростей и магнитное поле изображены в левой части Рис. 4.4.

Теперь можно применить уравнение (4.10), где оставляем лишь первый член в правой части, чтобы определить электронную анизотропию  $\Delta$ . Член  $\Delta_n$  равен нулю,

так как мы рассматриваем несжимаемое течение плазмы. Вклад тепловых потоков в электронную анизотропию  $\Delta_T$  также нулевой, потому как в нашей конфигурации холодное облако полностью изолировано от горячей внешней плазмы силовыми линиями магнитного поля. Мы игнорируем вариации температуры несжимаемого газа снаружи сферы и считаем, что температура снаружи однородна, потому что, так или иначе, в нашей модели эти вариации очевидно переоценены за счет неестественного предположения о несжимаемости. Тогда

$$\Delta = \Delta_B = \frac{\gamma}{v_e}. \quad (4.31)$$

Из уравнения индукции получим темп растяжения силовых линий магнитного поля  $\gamma$ :

$$\gamma \equiv \frac{1}{B} \frac{dB}{dt} = \mathbf{b}\mathbf{b} : \nabla \mathbf{v}, \quad (4.32)$$

где  $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$  — единичный вектор в направлении магнитного поля. Электронная частота столкновений (Spitzer, 1962) в водородной плазме равна

$$v_e \approx 3 \times 10^{-6} \text{ yr}^{-1} \left( \frac{T_e}{8 \text{ keV}} \right)^{3/2} \left( \frac{n_e}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1}. \quad (4.33)$$

Возьмем радиус сферы  $R = 200$  кпк, температуру газа  $T_0 = 8$  кэВ и плотность частиц  $n_0 = 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$  в качестве характерных параметров холодного фронта. Зададим скорость потока плазмы на бесконечности  $v_0$  равной скорости звука  $c_{s0} = (\gamma_{\text{gas}} p_0 / \rho_0)^{1/2} \approx 1400 \text{ km s}^{-1}$ . Комбинируя уравнения (4.28)–(4.33), возможно вычислить электронную анизотропию  $\Delta$ . Она изображена в центральной части Рис. 4.4. Ее величина хорошо согласуется с предыдущими качественными оценками в части 4.3.1.

Последним шагом необходимо получить поляризацию теплового тормозного излучения в линейном приближении (4.27), которое, очевидно, хорошо применимо для получившихся величин электронной анизотропии  $\Delta \sim (1 - 5) \times 10^{-3}$ . Мы рассмотрим лишь случай достаточно энергетичных фотонов ( $\epsilon \sim 2 - 3 T_e$ ) в жестком диапазоне рентгеновского излучения, чтобы избежать зависимости фотонной энергии от электронной температуры и взять  $G \sim 1$  в уравнении (4.27). Чтобы получить карту поляризации, необходимо проинтегрировать вдоль луча зрения уравнение (4.27), взвешенное с мерой эмиссии тормозного излучения  $\kappa_{\text{br}}$ ,

$$\kappa_{\text{br}} \propto n_e^2 T_e^{-1/2} \exp(-\epsilon/T_e), \quad (4.34)$$

учитывая поворот векторов поляризации за счет изменений локальной ориентации магнитного поля вдоль луча зрения<sup>2</sup>. Здесь и далее мы делаем простое допущение, что область плазмы, излучающая рентген, ограничена размером кубической области размером  $5R = 1$  Мпк, игнорируя эффекты геометрии скопления как целого и положения холодного фронта в скоплении. Такое предположение не должно сильно изменить наши результаты, внося лишь крупномасштабный множитель порядка

<sup>2</sup>Точная зависимость меры эмиссии от температуры может незначительно отличаться от данной выше, так как она дополнительно включает в себя гаунт-фактор, зависящий от температуры. Включение гаунт-фактора практически не изменит наших оценок, потому что мы предположили температуру снаружи сферы однородной.

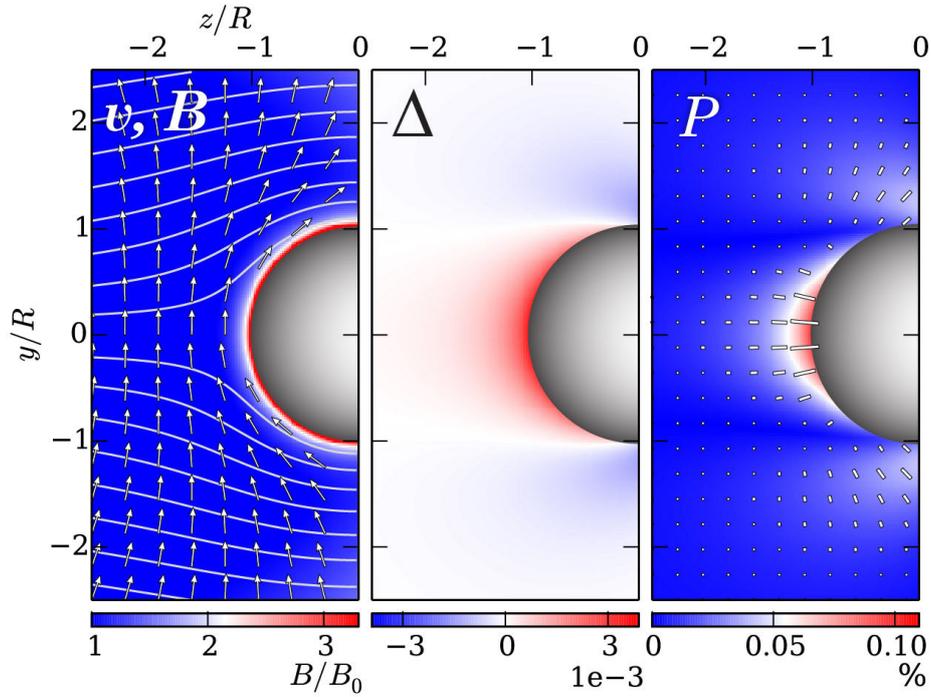


Рис. 4.4: Генерация анизотропии давления электронов и поляризации теплового тормозного излучения в результате кинематической драпировки силовых линий магнитного поля потенциальным обтеканием сферы несжимаемой жидкостью [уравнение (4.28)]. Магнитное поле определяется приближенным решением уравнений идеальной кинематической МГД вблизи сферы [уравнения (4.30)]. Левая и центральная части рисунка представляют собой центральные уз сечения объема плазмы. Слева: величина магнитного поля  $\mathbf{B}$  (цвет) в единицах  $B$  на бесконечности  $B_0$ ; контуры показывают линии тока плазмы, стрелки — единичные вектора в направлении магнитного поля. Центр: анизотропия давления электронов, создаваемая растяжением силовых линий потоком плазмы. Справа: степень (цвет) и направление поляризации (отрезки) теплового тормозного излучения в плоскости уз (луч зрения вдоль оси  $x$ ).

единицы перед величиной степени поляризации. Потому как в нашей модели поток плазмы несжимаемый, а его температуры снаружи сферы принята однородной, мера эмиссии постоянна снаружи. Выберем ось  $x$  за направление луча зрения, потому что в этом направлении поляризация максимальна, и плоскость  $xu$  в качестве опорной. Нам нужно проинтегрировать оба типа линейной поляризации,  $P_1$  и  $P_2$ , где  $P_1$  — поляризация, измеренная в векторном базисе  $(\hat{e}_y, \hat{e}_z)$ , а  $P_2$  — в базисе, повернутом на угол  $\pi/4$  от  $(\hat{e}_y, \hat{e}_z)$ . Локальные поляризации  $P_{1,\text{loc}}$  и  $P_{2,\text{loc}}$  относительно опорной плоскости  $xu$  выражаются через поляризацию  $P_{B,\text{loc}}$  [уравнение (4.27)] относительно плоскости, образованной локальным направлением магнитного поля и лучом зрения (ось  $x$ ):

$$P_{1,\text{loc}} = P_{B,\text{loc}} \cos(2\zeta), \quad (4.35)$$

$$P_{2,\text{loc}} = P_{B,\text{loc}} \sin(2\zeta), \quad (4.36)$$

где  $\zeta$  — угол между проекцией магнитного поля на плоскость  $uz$  и осью  $u$ . Используя уравнение (4.27) для  $P_{B,\text{loc}}$  и интегрируя локальные поляризации вдоль луча зрения, имеем

$$P_1 = \frac{\int \Delta \sin^2 \theta \cos(2\zeta) \kappa_{\text{br}} dx}{\int \kappa_{\text{br}} dx}, \quad (4.37)$$

$$P_2 = \frac{\int \Delta \sin^2 \theta \sin(2\zeta) \kappa_{\text{br}} dx}{\int \kappa_{\text{br}} dx}, \quad (4.38)$$

где  $\theta$  — угол между локальным магнитным полем и лучом зрения [как в уравнении (4.27)]. Углы  $\theta$  и  $\zeta$  могут быть выражены через компоненты единичного вектора в направлении поля  $\mathbf{b}$ :

$$\cos 2\zeta = (b_y^2 - b_z^2)/(b_y^2 + b_z^2), \quad (4.39)$$

$$\sin^2 \theta = 1 - b_x^2. \quad (4.40)$$

Полная линейная поляризация  $P$ :

$$P = (P_1^2 + P_2^2)^{1/2}. \quad (4.41)$$

Позиционный вектор поляризации относительно  $\hat{e}_y$ , задается углом  $\psi$ ,

$$\psi = \frac{1}{2} \text{atan} \frac{P_2}{P_1}. \quad (4.42)$$

Полученная карта поляризации теплового тормозного излучения показана в правой части Рис. 4.4, где цветом показана степень поляризации, а отрезками линий — позиционные углы [вычисленные с помощью уравнения (4.42)] в плоскости  $uz$ . Характерная степень поляризации составляет  $\sim 0.1\%$ . Если мы проинтегрируем поляризацию вдоль луча зрения, составляющего угол  $\theta' \neq 0$  с осью  $x$ , эффект станет меньше на фактор  $\cos^2 \theta'$ , что следует из вида уравнений (4.37) и (4.38).

### 4.3.3 МГД-моделирование холодных фронтов

#### Описание кода и модели

Мы моделируем холодные фронты с помощью магнитогидродинамического кода, основанного на интеграторе ван-Леера, совмещенном с методом ограниченного переноса (constrained transport) (численный метод описан в Stone & Gardiner 2009). Мы реализовали в коде анизотропную теплопроводность, используя полуневяжную расщепленную по направлениям схему с применением монотонизированного центрального (MC) лимитера к тепловым потокам, чтобы избежать появления отрицательных температур. Код решает систему уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}), \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \rho \mathbf{v} \mathbf{v} - \frac{\mathbf{B} \mathbf{B}}{4\pi} \right) + \nabla p = \rho \mathbf{g}, \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ \mathbf{v}(E + p) - \frac{\mathbf{B}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})}{4\pi} \right] = \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathbf{Q}, \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{v}), \quad (4.46)$$

где

$$p = p_{\text{th}} + \frac{B^2}{8\pi}, \quad (4.47)$$

$$E = \frac{\rho v^2}{2} + \varepsilon + \frac{B^2}{8\pi}, \quad (4.48)$$

$$\mathbf{Q} = -\kappa_{\parallel} \mathbf{b} \mathbf{b} : \nabla T, \quad (4.49)$$

где  $p_{\text{th}}$  — давление газа,  $\varepsilon$  — внутренняя энергия газа на единицу объема,  $\mathbf{g}$  — гравитационное ускорение и  $\mathbf{Q}$  — параллельный тепловой поток с параллельным коэффициентом теплопроводности  $\kappa_{\parallel}$ . Плазма описывается уравнением состояния идеального газа с показателем адиабаты  $\gamma_{\text{gas}} = 5/3$  и средним молекулярным весом  $\mu = 0.6$ . Мы принимаем  $\kappa_{\parallel} = \kappa_{\text{Sp}}$ , где  $\kappa_{\text{Sp}}$  — спитцеровский коэффициент теплопроводности в плазме без магнитного поля (Spitzer, 1962). Мы считаем, что параллельная теплопроводность не подавлена, так как наша цель — сделать верхнюю оценку эффекта поляризации в отсутствие каких-либо механизмов подавления (например, магнитными зеркалами; Chandran & Cowley 1998; Komarov et al. 2016 или электронными кинетическими неустойчивостями; Riquelme et al. 2016).

Мы инициализируем трехмерную кубическую область горячей разреженной плазмы ( $T_{\text{out}} = 8$  кэВ,  $n_{\text{out}} = 10^{-3}$  см $^{-3}$ ) размером  $L = 1$  Мпк с холодным ( $T_{\text{in}} = 4$  кэВ) сферическим облаком радиуса  $R = 200$  кпк, расположенном в центре. Распределение плотности в холодном облаке описывается бета-моделью:

$$n_{\text{in}} = n_c [1 + (r/r_c)^2]^{-3\beta'/2}, \quad (4.50)$$

с  $\beta' = 2/3$ , радиусом ядра  $r_c = R/\sqrt{3} \approx 115$  кпк и центральной плотностью  $n_c = 8n_{\text{out}}$ . Гравитационное ускорение  $\mathbf{g}$  моделирует эффект статичного гало темной материи в

центре вычислительной области, и выбирается так, чтобы сбалансировать начальный градиент давления внутри облака. Граница облака на  $r = R$  представляет собой контактный разрыв: температура испытывает разрыв, увеличиваясь в два раза в горячей плазме, окружающей облако, в то время как плотность уменьшается в два раза, чтобы избежать скачка давления. Задача решается в системе отсчета, движущейся вместе с холодным облаком. В начальный момент холодное облако покоится, а скорость горячей плазмы  $v_0$ , окружающей его, выбирается равной скорости звука в горячей плазме,  $c_{s0} = (\gamma_{\text{gas}} p_{\text{out}} / \rho_{\text{out}})^{1/2} = (\gamma_{\text{gas}} k T_{\text{out}} / \mu m_p)^{1/2} \approx 1400 \text{ км с}^{-1}$ . Наша конфигурация во многом схожа с используемой в работе Asai et al. (2007).

Чтобы выполнить подсчет поляризации тормозного излучения, создаваемой анизотропией давления электронов за счет растяжения магнитных силовых линий и за счет тепловых потоков, мы анализируем результаты двух симуляций с разной структурой начального магнитного поля. В обеих симуляциях начальное плазменное  $\beta = 200$ . В первой симуляции начальное магнитное поле однородно и направлено вдоль оси  $y$ , перпендикулярно скорости холодного фронта (или обтекающего горячего газа). Начальное поле во второй симуляции случайно, имеет нормальное распределение и корреляционную длину  $l_B = L/10 \approx 100$  кпк. Статистика магнитных полей в скоплениях галактик, вероятно, не является гауссовой, а полученные из наблюдений фарадеевского вращения корреляционные длины — на порядок короче выбранной нами (например, Vogt & Enßlin, 2005). Поэтому нашу конфигурацию начального поля имеет смысл считать скорее иллюстративной, однако, тем не менее, демонстрирующей основные качественные отличия от случая однородного начального поля.

## Результаты в случае однородного начального поля

Центральные уз. поперечные сечения температуры плазмы  $T$ , поля скоростей  $\mathbf{v}$  и магнитного поля  $\mathbf{B}$  показаны в верхней левой и верхней центральной частях Рис. 4.5 в момент времени  $t \approx 0.3$  гигалет. Распределение анизотропии электронного давления изображено в верхней правой части Рис. 4.5. Анизотропия вблизи границы холодного фронта распределена аналогично ее распределению в аналитической модели магнитной драпировки, с характерной величиной  $\Delta \sim 10^{-3}$ . Используя уравнения непрерывности и индукции, можно выразить уровень анизотропии, создаваемой растяжением магнитных силовых линий и сжатием плазмы как

$$\Delta_B + \Delta_n = \frac{1}{v_e} \left( \mathbf{b}\mathbf{b} : \nabla\mathbf{v} - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} \right).$$

Сжатие вносит вклад за счет ненулевой дивергенции поля скоростей  $\nabla \cdot \mathbf{v}$ . Так как  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  положительна перед холодным облаком, электронная анизотропия на границе облака уменьшена по сравнению с моделью, в которой плазма несжимаема. Резкая граница в распределении анизотропии перед облаком возникает из-за разрыва статического гравитационного ускорения, которое обнуляется снаружи сферы радиуса  $R$ . Это не влияет на нашу оценку степени поляризации и размера поляризованной области. Потому как магнитное поле в начальный момент указывает в направлении  $y$ , потоки тепла через границу холодного облака оказываются сильно подавлены ориентацией поля, хотя там, где магнитное поле не строго перпендикулярно градиенту

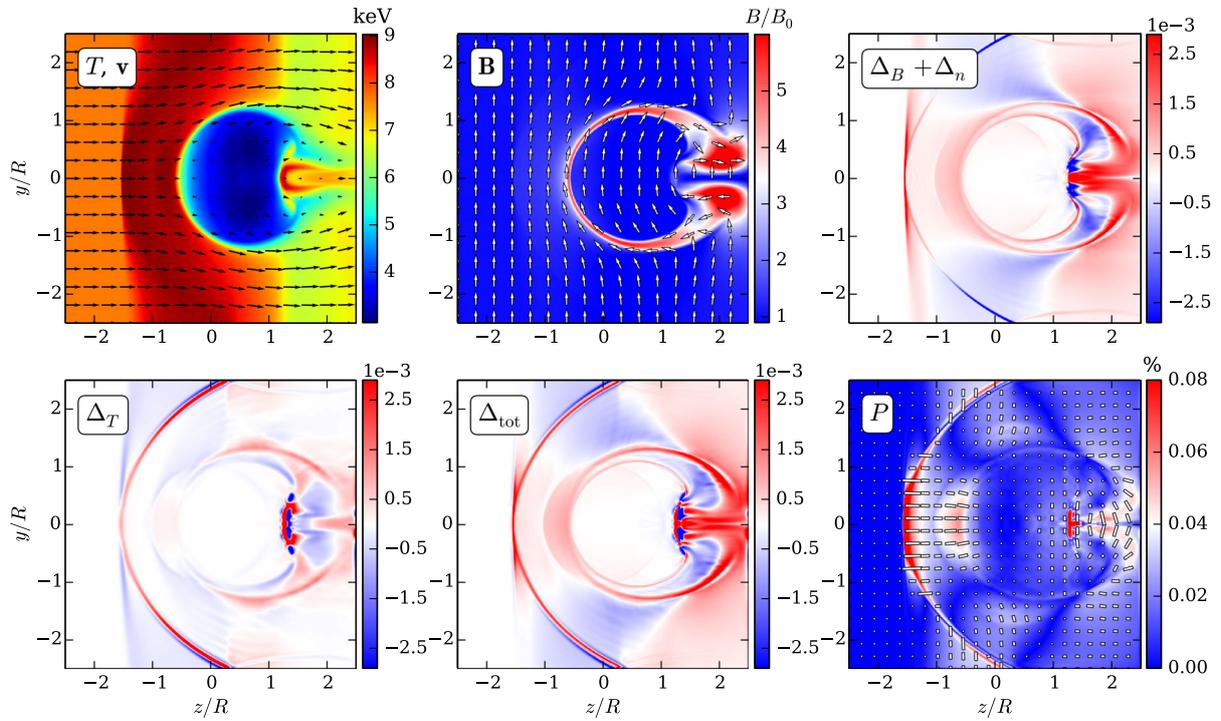


Рис. 4.5: Симуляция холодного фронта с однородным начальным магнитным полем вдоль оси  $y$ . Все части рисунка, за исключением нижней правой, представляют собой центральные уз поперечные сечения вычислительной области в момент времени  $t \approx 0.3$  гигалет. Вверху слева показана карта температуры (цвет) и поле скоростей (стрелки). Магнитное поле  $\mathbf{B}$  показано в верхней центральной части рисунка, где цветом указана его величина, стрелками — направление. Различные компоненты анизотропии электронного давления и полная электронная анизотропия показаны в верхней правой, нижней левой и центральной нижней частях рисунка. Нижняя правая часть изображает карту поляризации для наблюдателя вдоль луча зрения (ось  $x$ ).

температуры, вклад потоков становится заметным (см. нижнюю левую часть радел Рис. 4.5).

Новыми особенностями моделируемого холодного фронта, по сравнению с упрощенной аналитической моделью в части 4.3.2, являются изогнутая ударная волна перед холодным облаком и формирование турбулентных вихрей, эффективно усиливающих магнитное поле, позади облака. Рассмотрим эти особенности более подробно.

В момент времени на Рис. 4.5 ( $t \approx 0.3 \text{ Gyr}$ ) изогнутая ударная волна медленно удаляется от холодного облака со скоростью  $u_{\text{sh}} \approx 250 \text{ км/с}$ . Обсудим сначала вклад сжатия газа в анизотропию электронного давления на ударной волне. Источником анизотропии является скачок нормальной скорости и тангенциальной компоненты магнитного поля на ударной волне вблизи оси  $z$ . Прохождение ударной волны усиливает  $y$ -компоненту магнитного поля за волной. Из уравнения (4.51) с  $\mathbf{bb} : \nabla \mathbf{v} = 0$  (вблизи оси  $z$  скорость меняется только в направлении, перпендикулярном силовым линиям) можно оценить анизотропию  $\Delta_B + \Delta_n$  на ударной волне:

$$\Delta_{B,\text{sh}} + \Delta_{n,\text{sh}} \sim -10^{-2} \frac{v_{z,d} - v_{z,u}}{c_{s0}} \frac{\lambda}{\delta}, \quad (4.51)$$

где  $v_{z,u}$  и  $v_{z,d}$  — нормальные скорости перед и за волной,  $\delta$  — толщина ударной волны и  $\lambda$  — длина свободного пробега. Разрыв нормальной скорости вносит вклад в анизотропию за счет ненулевой дивергенции скорости. Скорость газа перед ударной волной равна скорости звука:  $v_{z,u} = v_0 = c_{s0}$ , а скачок нормальной скорости в системе отсчета ударной волны определяется соотношениями Гюгонио (будем считать магнитное поле динамически слабым):

$$\frac{v_{z,d} + u_{\text{sh}}}{v_{z,u} + u_{\text{sh}}} = \frac{(\gamma_{\text{gas}} + 1)M_1^2}{(\gamma_{\text{gas}} - 1)M_1^2 + 2} \approx 0.8, \quad (4.52)$$

где  $M_1 = (v_{z,u} + u_{\text{sh}})/c_{s0} \approx 1.18$  — число Маха газа перед ударной волной в СО волны. Тогда можно найти скачок скорости в лабораторной СО:  $v_{z,d}/v_{z,u} \approx 0.8$ . Выбирая ширину ударной волны  $\delta \sim \lambda$ , из уравнения (4.51) получаем оценку анизотропии на ударной волне  $\Delta_{B+n,\text{sh}} \approx 2 \times 10^{-3}$ . Результаты численного моделирования хорошо согласуются с полученной оценкой (см. верхнюю правую часть Рис. 4.5). Для углов с осью  $z$ , превышающих  $\pi/4$ , член  $\mathbf{bb} : \nabla \mathbf{v} \approx b_y^2 \partial_y v_y < 0$  начинает преобладать на ударной волне благодаря скачку  $y$ -скорости параллельно силовым линиям, и магнитное поле сжимается в направлении  $y$ , создавая отрицательную анизотропию.

Вблизи оси  $z$  магнитное поле перпендикулярно градиенту температуры, и следовательно, тепло не передается через границу холодного облака. Тем не менее, при удалении от оси  $z$  магнитное поле лишь частично подавляет теплообмен. Хотя большой коэффициент параллельной теплопроводности устраняет градиент температуры, небольшой скачок температуры и ее градиента остается. Скачок  $\delta T/T$  всего порядка 0.5 %, и уровень анизотропии, который он вызывает, имеет такой же порядок величины, потому что из уравнения (4.12)  $\Delta_T \sim (\lambda/L_T)^2 \delta T/T$  (мы взяли  $L_u = L_T$ , потому что тепловой поток меняется на масштабе толщины ударной волны, так же, как и температура). Масштаб градиента  $L_T$  составляет порядка ширины ударной волны, которую можно оценить длиной свободного пробега  $\lambda$ . Тогда анизотропия  $\Delta_T \sim \delta T/T \sim 0.5 \%$ , что видно в нижней левой части Рис. 4.5.

Другой характерной особенностью моделируемого холодного фронта является усиление магнитного поля позади холодного облака (центральная верхняя часть Рис. 4.5), наблюдаемое также в симуляциях Asai et al. (2007). Усиление создается растяжением силовых линий вдоль направления  $z$  вихрями, генерируемыми обтеканием облака горячим газом. Магнитное поле усиливается более эффективно, чем на границе холодного фронта, потому что турбулентные вихри имеют меньший размер по сравнению с размером облака, и поэтому создают больший градиент скорости. Из-за этого вихри приводят к образованию относительно большой анизотропии давления электронов, что хорошо видно в верхней правой части Рис. 4.5.

Полная электронная анизотропия показана в центральной нижней части Рис. 4.5. Соответствующая поляризация теплового тормозного излучения вычисляется с помощью уравнений (4.34)-(4.42), принимая во внимание пространственную зависимость меры эмиссии [уравнение (4.34)], и изображена на в нижней правой части Рис. 4.5. В целом, основной вклад в поляризацию вносит растяжение магнитных силовых линий и эффекты сжатия. Видны три области, где степень поляризации составляет  $\sim 0.1\%$ : (1) вблизи границы холодного фронта, за счет растяжения силовых линий в направлении  $y$ ; (2) на изогнутой ударной волне вблизи оси  $z$ , за счет сжатия из уравнения (4.51); (3) позади холодного облака, за счет усиления магнитного поля турбулентными вихрями вдоль направления  $z$ .

## Результаты в случае случайного начального магнитного поля

Как численное моделирование, так и косвенные наблюдательные факты, указывают на то, что межгалактический газ турбулентен (см., например, Inogamov & Sunyaev 2003; Schuecker et al. 2004; Schekochihin & Cowley 2006; Subramanian et al. 2006; Zhuravleva et al. 2014), и, следовательно, магнитные поля в нем запутаны случайными движениями газа. Мы моделируем эффект случайной топологии силовых линий, используя в качестве начального магнитного поля гауссово поле с длиной корреляции  $l_B = 100$  кпк. Среднее плазменное  $\beta = 2p_{\text{out}}/\langle B^2 \rangle = 200$ , где  $\langle B^2 \rangle = B_0^2$ . Аналогично случаю однородного начального поля, результаты нашего моделирования изображены на Рис. 4.6. Случайная топология магнитного поля уменьшает электронную анизотропию, создаваемую растяжением силовых линий, на границе холодного фронта (верхняя правая часть Рис. 4.6) и практически полностью устраняет ее вклад в поляризацию (см. нижнюю правую часть рисунка). Следует отметить, что из-за численной диффузии противоположные ориентации магнитного поля, образующиеся сжатием и растяжением петель силовых линий вблизи холодного фронта, могут пересоединяться, модифицируя таким образом топологию силовых линий в области, где ожидается формирование анизотропии. Поэтому наши численные оценки в этой области могут быть занижены.

Из-за того, что в этой симуляции ориентация силовых линий на ударной волне случайна, помимо члена, связанного со сжатием [уравнение (4.51)], тепловые потоки также вносят положительный вклад в полную анизотропию везде вдоль ударной волны (см. нижнюю левую часть Рис. 4.6). Уровень анизотропии, вызванной турбулентными вихрями позади холодного фронта остается практически без изменений, по сравнению с первой симуляцией. В случайном магнитном поле этот механизм создания анизотропии становится наиболее эффективным.

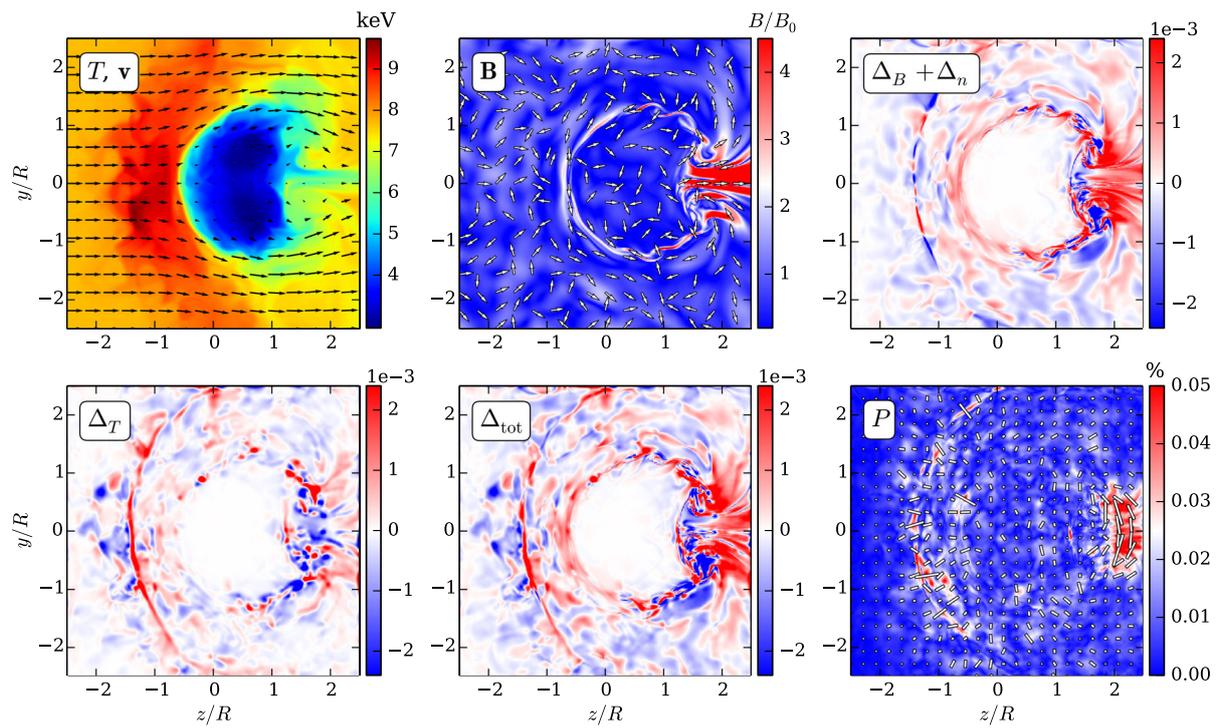


Рис. 4.6: Симуляция со случайным гауссовым начальным магнитным полем с длиной корреляции  $l_B \approx 100$  кпк. Различные части рисунка изображают те же величины, что и на Рис. 4.5.

Результирующая карта поляризации (нижняя правая часть рисунка) имеет следующую структуру. (1) Поляризация на границе холодного фронта практически неразличима. (2) Степень поляризации на ударной волне составляет  $\sim 0.05\%$ . (3) Наибольшая степень поляризации,  $\sim 0.1\%$ , достигается позади холодного фронта за счет усиления магнитного поля турбулентными вихрями.

## 4.4 Обсуждение результатов

В настоящее время единственный астрофизический объект, рентгеновский поляризационный сигнал которого был достоверно обнаружен еще в 70-е годы, — это Крабовидная туманность (Weisskopf et al., 1978). Развитие нового поколения рентгеновских поляриметров (например, Soffitta et al., 2013; Weisskopf et al., 2013; Jahoda et al., 2014) привело к резкому увеличению ожидаемой чувствительности, открывая новое окно наблюдений множества астрофизических объектов. Среди них магнетары, аккрецирующие рентгеновские и радиопульсары, отраженное излучение рентгеновских двойных и активных ядер галактик. Планируются наблюдения этих объектов поляриметрами XIPe, IXPE и PRAXyS.

Для большинства из этих объектов поляризация связана либо с нетепловым излучением (например, синхротронным излучением релятивистских электронов), либо с рассеянием в асферических геометриях. В этой работе обсуждается поляризация *теплового* излучения горячего газа в скоплениях галактик. Она представляет интерес по крайней мере по двум причинам: (i) скопления галактик часто рассматриваются возможными неполяризованными калибровочными целями; (ii) слабая поляризация теплового тормозного излучения может служить индикатором свойств плазмы на крайне малых масштабах, недоступных для современных и будущих рентгеновских обсерваторий.

Как мы продемонстрировали выше, поляризация теплового тормозного излучения естественным образом возникает из анизотропии распределения электронов, которая создается растяжением магнитных силовых линий или тепловыми потоками. Рассеяние по углу наклона орбиты электронов устанавливает степень анизотропии, и даже если оно полностью определяется кулоновскими столкновениями, величина анизотропии всегда мала. Дальнейшее уменьшение поляризационного сигнала возможно, если вдоль луча зрения встречается множество несвязанных областей с разными ориентациями анизотропии, что приводит к эффективному усреднению сигнала. С этой точки зрения, наиболее предпочтительной конфигурацией является область с крупномасштабным движением плазмы, создающим упорядоченные магнитные поля и, соответственно, когерентную анизотропию электронов и поляризационный сигнал. Согласно нашим качественным оценкам, наибольшая ожидаемая степень поляризации составляет порядка  $0.1\%$  в холодных фронтах и на слабых ударных волнах в скоплениях галактик.

Необходимо отметить, что помимо поляризации теплового тормозного излучения, анизотропия давления электронов способна также вызвать малую поляризацию эффекта Сюняева-Зельдовича (Sunyaev & Zeldovich, 1980) и излучения в столкновительно-возбуждаемые рентгеновские линии (например, гелиообразные триплеты кремния, серы и железа; см. Pal'chikov & Shevelko 1995). Тем не менее, оба эффекта подвер-

жены более сильному загрязнению, связанному с томсоновским рассеянием излучения центрального активного ядра галактик и вкладом кинематического эффекта СЗ в первом случае (Sunyaev & Zeldovich, 1980; Sazonov & Sunyaev, 1999; Diego et al., 2003), и с поляризацией, индуцированной резонансным рассеянием, во втором случае (Sazonov et al., 2002; Zhuravleva et al., 2010).

Малая степень поляризации делает скопления галактик подходящими калибровочными (неполяризованными) объектами для грядущего поколения рентгеновских поляриметров. Заметим также, что два других физических механизма могут вносить вклад в поляризацию теплового излучения горячего газа в скоплениях. Один из них — томсоновское рассеяние центрального рентгеновского излучения электронами, другой — резонансное рассеяние фотонов в эмиссионных линиях (Sazonov et al., 2002; Zhuravleva et al., 2010). Оба эффекта имеют яркий отличительный признак: их плоскость поляризации перпендикулярна направлению на центр скопления. Можно примерно оценить степень поляризации за счет томсоновского рассеяния. Учитывая, что томсоновская оптическая толщина в скоплениях составляет порядка  $10^{-3}$ , рассеянное тепловое излучение не должно иметь степень поляризации выше, чем доля этой величины. В случае резонансных линий оптическая толщина больше, однако эффект ограничивается лишь фотонами в линиях и не влияет на континуум. В целом, скопления являются подходящими калибровочными объектами для поляриметров IXPE, XIPE, or PRAxS.

Так или иначе, если в будущем точность поляриметров позволит задетектировать поляризацию в скоплениях, обладающих крупномасштабной субструктурой (например, холодными фронтами), это будет означать возможность наблюдательно ограничить эффективную столкновительность электронов. Конечно, скопления галактик не являются единственными объектами, где существует возможность поляризации теплового тормозного излучения. В качестве примера можно рассмотреть радиационно-неэффективный поток горячего газа вокруг черной дыры или нейтронной звезды, где дифференциальное вращение может способствовать формированию необходимой анизотропии распределения электронов. Этот вопрос может быть исследован отдельно в будущем.

## 4.5 Выводы

Мы исследовали эффект поляризации теплового тормозного излучения в слабо-столкновительной астрофизической плазме вследствие анизотропии давления электронов. К развитию анизотропии в плазме, ларморовский радиус электронов которой много меньше их длины свободного пробега, приводят растяжение магнитных силовых линий, сжатие плазмы либо присутствие тепловых потоков. В случае упорядоченных движений газа электронная анизотропия приводит к поляризации тормозного излучения. Степень поляризации оказывается в несколько раз меньше уровня анизотропии (в зависимости от размера анизотропной области и энергии фотонов тормозного излучения).

Мы оценили верхний предел на степень поляризации в холодных фронтах в межгалактической среде, потому как они представляют собой идеальный пример сходящегося крупномасштабного потока газа и больших градиентов температуры. Холод-

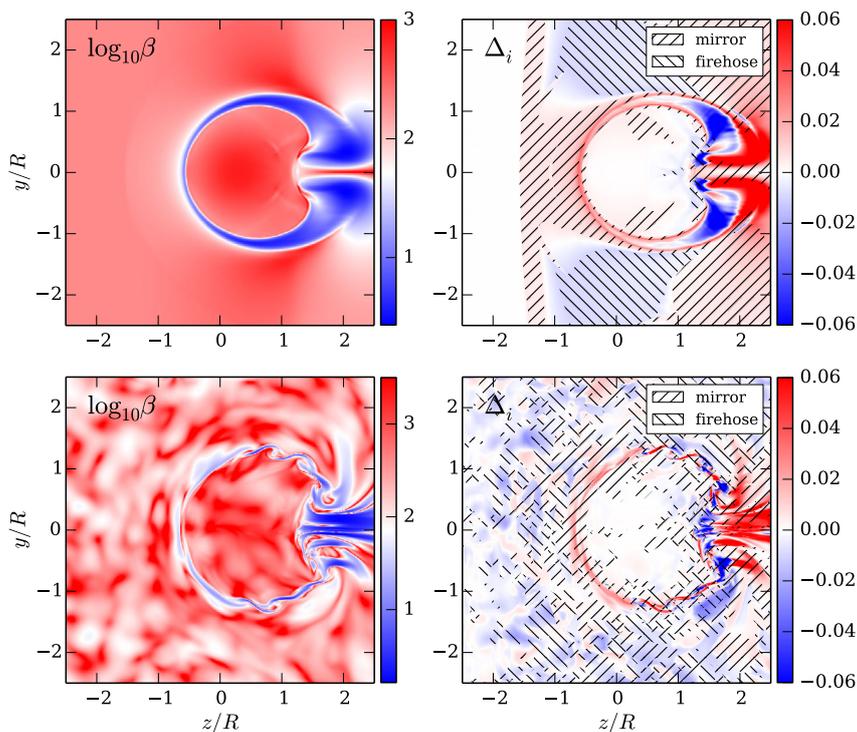


Рис. 4.7: Анизотропия ионного давления в моделируемых холодных фронтах. Слева: плазменное  $\beta$ . Справа: ионная анизотропия  $\Delta_i$ , где неустойчивые области заштрихованы; в неустойчивых областях плазма удерживается в пограничном состоянии ионными неустойчивостями:  $\Delta_i = 1/\beta$  в случае зеркальной,  $\Delta_i = -2/\beta$  в случае шланговой неустойчивости.

ные фронты иногда могут быть также связаны с другими структурами (хотя и не всегда наблюдаемыми): ударными волнами перед фронтами либо турбулентными вихрями позади. Мы определили, что малая поляризация порядка  $\sim 0.1\%$  может создаваться сходящимся потоком на границе холодного фронта, ударными волнами или турбулентностью в хвосте фронта. Хотя в настоящее время точность поляриметров не позволяет измерить настолько малую рентгеновскую поляризацию, будущие наблюдения рассматриваемого эффекта могут дать ценную информацию о микрофизике плазмы. Отсутствие поляризационного сигнала на предсказанном уровне позволит установить нижний предел на столкновительность электронов в межгалактическом газе, которая может быть увеличена за счет аномального рассеяния на магнитных флуктуациях (Riquelme et al., 2016), либо за счет магнитного зеркалирования (Komarov et al., 2016).

## 4.6 Приложение А: ионная анизотропия

В иллюстративных целях вычислим анизотропию давления ионов  $\Delta_i$  с помощью уравнения (4.10) для двух моделируемых холодных фронтов с однородным и случайным начальными магнитными полями. Как видно на Рис.4.7, ионная анизотропия достаточно велика, чтобы вызвать рост шланговой и зеркальной неустойчивостей по всей области вычислений. Плазма оказывается неустойчивой при  $|\Delta_i| \gtrsim 1/\beta$ . Неустой-

чивости удерживают плазму в пограничном состоянии:  $\Delta_i = 1/\beta$  для зеркальной,  $\Delta_i = -2/\beta$  для шланговой неустойчивости. В некоторых областях  $\beta$  становится существенно низким, и, следовательно, стабилизирует достаточно высокую анизотропию. В случае однородного магнитного поля это отчетливо видно вблизи границы холодного фронта в слое с низким  $\beta$ , а также позади фронта, где поле усиливается турбулентными вихрями. В случае случайного магнитного поля стабильные области высокой анизотропии формируются позади фронта.

## 4.7 Приложение Б: дифференциальные релятивистские сечения тормозного излучения

Выражения, описывающие релятивистские дифференциальные сечения тормозного излучения, были впервые даны в работе Gluckstern & Hull (1953). После преобразований, приводящих их к более удобному виду (Bai & Ramaty, 1978), и исправления опечаток они запишутся как

$$d^2\sigma_{\perp} = A \left( B_{\perp} + \frac{L}{pp'} C_{\perp} + \frac{l_0}{p'Q} D_{\perp} - \frac{E}{p^2 \sin^2 \theta} \right), \quad (4.53)$$

$$d^2\sigma_{\parallel} = A \left( \tilde{B}_{\parallel}(\theta) + \frac{L}{pp'} \tilde{C}_{\parallel}(\theta) + \frac{l_0}{p'Q} D_{\parallel} + \frac{E}{p^2 \sin^2 \theta} \right), \quad (4.54)$$

$$A = \frac{Z^2 r_0^2 p' 1}{8\pi 137 p \epsilon}, \quad (4.55)$$

$$B_{\perp} = -\frac{5\gamma^2 + 2\gamma\gamma' + 1}{p^2\delta^2} - \frac{p^2 - k^2}{Q^2\delta^2} - \frac{2k}{p^2\delta}, \quad (4.56)$$

$$B_{\parallel} = -\frac{5\gamma^2 + 2\gamma\gamma' + 5}{p^2\delta^2} - \frac{p^2 - k^2}{Q^2\delta^2} + \frac{2(\gamma + \gamma')}{p^2\delta} - \frac{4l}{p'\delta}, \quad (4.57)$$

$$\tilde{B}_{\parallel}(\theta) = B_{\parallel} + \frac{8(2\gamma^2 + 1)}{p^2\delta^4} \sin^2 \theta, \quad (4.58)$$

$$C_{\perp} = \frac{2\gamma^2(\gamma^2 + \gamma'^2) - (5\gamma^2 - 2\gamma\gamma' + \gamma'^2)}{p^2\delta^2} + \frac{k(\gamma^2 + \gamma\gamma' - 2)}{p^2\delta}, \quad (4.59)$$

$$C_{\parallel} = \frac{2\gamma^2(\gamma^2 + \gamma'^2) - (9\gamma^2 - 4\gamma\gamma' + \gamma'^2) + 2}{p^2\delta^2} + \frac{k(\gamma^2 + \gamma\gamma')}{p^2\delta}, \quad (4.60)$$

$$\tilde{C}_{\parallel}(\theta) = C_{\parallel} + \frac{4\gamma(3k - p^2\gamma')}{p^2\delta^4} \sin^2 \theta, \quad (4.61)$$

$$D_{\perp} = \frac{k}{\delta} - \frac{k(p^2 - k^2)}{Q^2\delta} + 4, \quad (4.62)$$

$$D_{\parallel} = \frac{4}{\delta^2} - \frac{7k}{\delta} - \frac{k(p^2 - k^2)}{Q^2\delta} - 4, \quad (4.63)$$

$$E = \frac{2L}{pp'} \left( 2\gamma^2 - \gamma\gamma' - 1 - \frac{k}{\delta} \right) - \frac{4l_0}{p'Q} (\delta - \gamma')^2 - \frac{2l(\delta - \gamma')}{p'}, \quad (4.64)$$

where

$$\gamma = E/m_e c^2 + 1; \quad \gamma' = \gamma - \epsilon/m_e c^2; \quad (4.65)$$

$$p = \sqrt{\gamma^2 - 1}; \quad p' = \sqrt{\gamma'^2 - 1}; \quad k = \epsilon/m_e c^2; \quad (4.66)$$

$$Q^2 = p^2 + k^2 - 2pk \cos \theta; \quad \delta = \gamma - p \cos \theta; \quad (4.67)$$

$$L = 2 \ln \left( \frac{\gamma\gamma' + pp' - 1}{\gamma\gamma' - pp' - 1} \right); \quad l = \ln \left( \frac{\gamma' + p'}{\gamma' - p'} \right); \quad l_0 = \ln \left( \frac{Q + p'}{Q - p'} \right); \quad (4.68)$$

$r_0 = e^2/(m_e c^2) \approx 2.82 \times 10^{-13}$  см — классический радиус электрона, остальные обозначения были введены в части 4.2.2.

# Литература

- Asai N., Fukuda N., Matsumoto R., 2007, ApJ, 663, 816
- Axford W. I., Leer E., Skadron G., 1977 Vol. 11, Vol 11, The acceleration of cosmic rays by shock waves. in 15th Proc. Int. Cosm. Ray Conf., p. 132
- Bai T., Ramaty R., 1978, ApJ, 219, 705
- Bale S. D., Kasper J. C., Howes G. G., Quataert E., Salem C., Sundkvist D., 2009, Phys. Rev. Lett., 103, 211101
- Bell A. R., 1978, MNRAS, 182, 147
- Bernikov L. V., Semenov V. S., 1979, Geomagn. Aeronomy, 19, 671
- Blandford R. D., Ostriker J. P., 1978, ApJ, 221, L29
- Chandran B. D. G., Cowley S. C., 1998, Phys. Rev. Lett., 80, 3077
- Chandrasekhar S., Kaufman A. N., Watson K. M., 1958, Proc. R. Soc. A, 245, 435
- Chew G. F., Goldberger M. L., Low F. E., 1956, Proc. R. Soc. A, 236, 112
- Diego J. M., Mazzotta P., Silk J., 2003, ApJ, 597, L1
- Dursi L. J., Pfrommer C., 2008, ApJ, 677, 993
- Gluckstern R. L., Hull M. H., 1953, Phys. Rev., 90, 1030
- Hasegawa A., 1969, Phys. Fluids, 12, 2642
- Haug E., 1972, Sol. Phys., 25, 425
- Hellinger P., Trávníček P., Kasper J. C., Lazarus A. J., 2006, Geophys. Res. Lett., 33, 9101
- Inogamov N. A., Sunyaev R. A., 2003, Astron. Lett., 29, 791
- Jahoda K. M., Black J. K., Hill J. E., Kallman T. R., Kaaret P. E., Markwardt C. B., Okajima T., Petre R., Soong Y., Strohmayer T. E., Tamagawa T., Tawara Y., 2014, in Space Telescopes and Instrumentation 2014: Ultraviolet to Gamma Ray Vol. 9144 of Proc. SPIE, X-ray polarization capabilities of a small explorer mission. p. 91440N
- Kasper J. C., Lazarus A. J., Gary S. P., 2002, Geophys. Res. Lett., 29, 1839

- Komarov S. V., Churazov E. M., Kunz M. W., Schekochihin A. A., 2016, MNRAS, 460, 467
- Komarov S. V., Churazov E. M., Schekochihin A. A., ZuHone J. A., 2014, MNRAS, 440, 1153
- Krymskii G. F., 1977, Akademiia Nauk SSSR Doklady, 234, 1306
- Kulsrud R., 1964, in Rosenbluth M. N., ed., Advanced Plasma Theory General stability theory in plasma physics. Academic Press, p. 54
- Lyutikov M., 2006, MNRAS, 373, 73
- Markevitch M., Vikhlinin A., 2007, Phys. Rep., 443, 1
- Melville S., Schekochihin A. A., Kunz M. W., 2016, MNRAS, 459, 2701
- Pal'chikov V. G., Shevelko V. P., 1995, Reference Data on Multicharged Ions. Vol. 16, Springer-Verlag Berlin
- Parker E. N., 1958, Phys. Rev., 109, 1874
- Riquelme M. A., Quataert E., Verscharen D., 2016, ApJ, 824, 123
- Sazonov S. Y., Churazov E. M., Sunyaev R. A., 2002, MNRAS, 333, 191
- Sazonov S. Y., Sunyaev R. A., 1999, MNRAS, 310, 765
- Schekochihin A. A., Cowley S. C., 2006, Phys. Plasmas, 13, 056501
- Schuecker P., Finoguenov A., Miniati F., Böhringer H., Briel U. G., 2004, A&A, 426, 387
- Sharma P., Hammett G. W., Quataert E., Stone J. M., 2006, ApJ, 637, 952
- Soffitta P., Barcons X., Bellazzini R., Braga J., Costa E., Fraser G. W., Gburek S., Huvelin J., Matt G., Pearce M., Poutanen J., Reglero V., Santangelo A., Sunyaev R. A., Tagliaferri G., 2013, Experimental Astronomy, 36, 523
- Spitzer L., 1962, Physics of Fully Ionized Gases. Interscience, New York
- Stone J. M., Gardiner T., 2009, New A, 14, 139
- Subramanian K., Shukurov A., Haugen N. E. L., 2006, MNRAS, 366, 1437
- Sunyaev R. A., Zeldovich I. B., 1980, MNRAS, 190, 413
- Vikhlinin A. A., Markevitch M. L., 2002, Astron. Lett., 28, 495
- Vogt C., Enßlin T. A., 2005, A&A, 434, 67

- Weisskopf M. C., Baldini L., Bellazini R., Brez A., Costa E., Dissly R., Elsner R. F., Fabiani S., Matt G., Minuti M., Muleri F., O'Dell S., Pinchera M., Ramsey B., Rubini A., Sgro' C., Soffitta P., Spandre G., 2013, in UV, X-Ray, and Gamma-Ray Space Instrumentation for Astronomy XVIII Vol. 8859 of Proc. SPIE, A small mission featuring an imaging x-ray polarimeter with high sensitivity. p. 885908
- Weisskopf M. C., Silver E. H., Kestenbaum H. L., Long K. S., Novick R., 1978, ApJ, 220, L117
- Zhuravleva I., Churazov E., Schekochihin A. A., Allen S. W., Arévalo P., Fabian A. C., Forman W. R., Sanders J. S., Simionescu A., Sunyaev R., Vikhlinin A., Werner N., 2014, Nature, 515, 85
- Zhuravleva I. V., Churazov E. M., Sazonov S. Y., Sunyaev R. A., Forman W., Dolag K., 2010, MNRAS, 403, 129

## Глава 5

### Заключение

Межгалактическая среда (МГС) представляет собой турбулентную замагниченную плазму, в которой происходит широкий диапазон физических процессов. Полное самосогласованное описание МГС практически невозможно из-за гигантского разделения физических масштабов и связанных с ними эффектов. Магнитное поле влияет на свойства скоплений различным образом. Во-первых, оно способно модифицировать динамику плазмы за счет действия сил Лоренца, потому как плотность магнитной энергии, оцененная по наблюдениям фарадеевского вращения, оказывается сравнимой с плотностью кинетической энергии турбулентных движений плазмы, оцененной из анализа флуктуаций рентгеновской поверхностной яркости скоплений. Во-вторых, магнитные поля существенно меняют процессы переноса частиц, т.е. теплопроводность и вязкость. Из-за того, что заряженные частицы обращаются в магнитных полях скоплений с ларморовскими радиусами, много меньшими их длин свободного пробега, перенос тепла и импульса становится анизотропным. Наконец, ключевую роль играет тот факт, что межгалактическая среда является слабостолкнувительной плазмой, в которой адиабатическая инвариантность приводит к развитию анизотропии давления. Оказывается, что даже малая анизотропия порядка процента неизбежно приводит к росту кинетических микронеустойчивостей. Неустойчивости еще более усложняют перенос частиц в межгалактическом газе вследствие рассеяния частиц на магнитных флуктуациях на ларморовских масштабах либо магнитного зеркалирования. В данной работе были исследованы некоторые эффекты межгалактических магнитных полей на теплопроводность, а также была рассмотрена возможность наблюдательных проявлений анизотропии давления в форме поляризации теплового тормозного излучения.

Уже в контексте магнитогидродинамической модели задача о теплопроводности становится нетривиальной благодаря запутанной топологии магнитных полей и их эволюции в турбулентности скоплений. В работе было установлено, что флуктуации температуры на масштабе турбулентных вихрей могут иметь динамически долгое время жизни, несмотря на большую величину классического спитцеровского коэффициента теплопроводности в горячей плазме. Это происходит, потому что турбулентное поле скоростей статистически стремится ориентировать вмороженные магнитные силовые линии перпендикулярно локальным градиентам температуры, эффективно подавляя тепловой поток вдоль градиентов, несмотря на то, что градиенты усиливаются. Такой эффект был рассчитан с помощью аналитического метода,

основанного на модели поля скоростей Казанцева-Крайчнана. В наблюдениях скоплений исследуемый эффект должен проявлять себя в наличии корреляции между картами температуры, полученными из рентгеновских наблюдений, и картами поляризации синхротронного излучения (в областях, где оно наблюдается).

Далее был изучен эффект зеркальной неустойчивости на электронный перенос в межгалактической среде. Зеркальная неустойчивость, вероятно, развивается в скоплениях повсеместно, потому что она растет везде, где магнитные силовые линии растягиваются турбулентностью. Она представляет собой резонансную неустойчивость, способную создавать относительные флуктуации величины магнитного поля порядка  $\delta B/B \sim 1$  на масштабах ионного ларморовского радиуса. Для теплопроводящих электронов такие флуктуации играют роль магнитных зеркал, подавляя их поток. Эффект подавления складывается из уменьшения доли свободных частиц, не захваченных магнитными зеркалами, и увеличения столкновительности свободных частиц. Зеркальные магнитные флуктуации ограничены по амплитуде, что приводит к конечному фактору подавления переноса электронов на масштабах скопления. Было показано, что характерная величина фактора подавления теплопроводности составляет  $\sim 1/5$ . Этот результат также применим к любой замагниченной слабо-столкновительной турбулентной плазме, потому что он не зависит от крупномасштабных свойств системы.

Наконец, был исследован вопрос о возможном наблюдательном проявлении микрофизики плазмы за счет того, что электронная анизотропия давления приводит к поляризации теплового тормозного излучения. Анизотропия создается движениями плазмы вследствие сохранения адиабатических инвариантов, а также тепловыми потоками. В случае упорядоченных крупномасштабных движений, характерных для холодных фронтов в скоплениях галактик, предсказанная степень поляризации составляет 0.1%, что находится за пределами чувствительности грядущего поколения рентгеновских поляриметров. Малая величина поляризации позволяет использовать скопления в качестве неполяризованных калибровочных объектов на текущем уровне чувствительности наблюдений. В будущем детектирование (либо отсутствие детектирования) предсказанной поляризации с достаточной точностью способно наложить ограничения на столкновительность электронов, один из ключевых параметров турбулентной плазмы.

Для корректного моделирования межгалактической среды необходимо учитывать эффекты магнитных полей, например, с помощью крайне востребованной подсеточной модели, которая будет заключать в себе всю сложность кинетики плазмы. На данный момент, такую модель сконструировать нельзя из-за недостаточного понимания эволюции микронеустойчивостей в турбулентной плазме. С другой стороны, все более детальные наблюдения свойств скоплений, особенно турбулентности и магнитных полей, способны улучшить наше понимание физики замагниченной слабостолкновительной плазмы. Без сомнения, с запуском новых обсерваторий скопления галактик будут становиться все более увлекательными объектами, которые, с одной стороны, расширяют наше знание о Вселенной как целом, а с другой — углубляют понимание процессов кинетики плазмы.