

## МУЛЬТИФРАКТАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ИОНОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ: МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Ф.И. Выборнов, А.В. Першин, А.В. Рахлин

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
«Научно-исследовательский радиофизический институт»  
E-mail: vybornov@nirfi.sci-nnov.ru

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы практического применения различных методов анализа самоподобной структуры (методы многомерных структурных функций (МСФ), вейвлет-преобразования (ВП), максимумов модулей вейвлет-преобразования (ММВП), MF-DFA (multifractal-detrended fluctuation analysis)) трансionoсферных сигналов бортовых передатчиков искусственных спутников Земли (ИСЗ), которые являются достаточно информативными при изучении свойств ионосферной турбулентности. Приводятся результаты мультифрактальной обработки записей амплитуды сигналов передатчиков ИСЗ на частоте 150 МГц, принятых в естественно-возмущенных условиях.

### Введение

В последние годы в исследованиях различных случайных, в том числе и турбулентных атмосферных процессов, наряду с широко известным методом многомерных структурных функций, применяются статистический метод вейвлет-преобразования, метод максимумов модулей вейвлет-преобразования и метод MF-DFA [1, 2].

Известно, что быстрые флуктуации амплитуды и фазы сигналов искусственных спутников Земли (ИСЗ) в ионосфере обусловлены мелкомасштабной неоднородной структурой ионосферной плазмы. Исследуя мультифрактальную структуру флуктуаций амплитуды или фазы принимаемых на Земле трансionoсферных сигналов ИСЗ, мы имеем возможность определять параметры мультифрактальной структуры ионосферной турбулентности. Применение метода МСФ для этих целей было достаточно подробно рассмотрено нами ранее (см., например [3]). Вопросы практического применения других

методов анализа мультифрактальной структуры ионосферной турбулентности требуют специального рассмотрения.

### Мультифрактальный анализ сигналов с использованием методов ВП и MF-DFA

В методе ММВП из всей записи сигнала  $A(t)$  синтезируется запись из набора максимальных модулей локальных откликов ВП в точках  $t_k - |W(\tau, t_k)|_{\max}$ . При этом на локальном интервале обработки  $T_{loc}$ :

$$|W_{loc}(\tau, t_l)|_{\max}^q = \left[ \sum_{k=1}^{N_k} |W(\tau, t_k)|^q \right] > 0. \quad (1)$$

Здесь  $l_k$  - линия для "мгновенных" максимумов  $|W(\tau, t_k)|$  на  $l$ -ом интервале  $T_{loc}$ . Далее рассчитывается частичная сумма на всем интервале  $T$  ( $T > T_{loc}$ ):

$$Z(q, \tau) = \sum_{i=1}^N |W(\tau, t_i)|_{\max}^q = \sum_{l=1}^{N_l} \left[ \sum_{k=1}^{N_k} |W(\tau, t_k)|_{\max}^q \right] = \sum_{l=1}^{N_l} |W_{loc}(\tau, t_l)|_{\max}^q. \quad (2)$$

Для полного набора данных  $\tau$  - суммарное число "мгновенных"  $i$ -х откликов максимумов модулей ВП на всем интервале  $T$ .

Если на локальном  $l$ -м интервале  $T_{loc}$

$$\overline{|W(\tau, t_l)|_{\max}} \sim \sum_{k=1}^{N_k} |W(\tau, t_{k_l})|_{\max} \sim \tau^{\alpha(t_l)}, \quad (3)$$

то на всем интервале обработки  $T$  соотношение (2) принимает вид (ср. [3])

$$Z(q, \tau) \sim \int \overline{|W_{\max}|}^q \cdot \tau^{-D_A(\alpha)} d\alpha \sim \int d\alpha \tau^{\alpha q} \cdot \tau^{-D_A(\alpha)} \sim \tau^{\varphi_A(q)}. \quad (4)$$

Здесь  $W(\tau) \sim \tau^{-D_A(\alpha)}$  - число локальных интервалов обработки с заданным (фиксированным) значением параметра  $\alpha$  на всем интервале записи  $T$ ;  $D_A(\alpha)$  - фрактальная размерность исследуемого процесса на пространстве  $\alpha$ -параметров;  $\varphi_A(q)$  - обобщенный показатель Гельдера для изучаемого мультифрактального процесса.

Из соотношения (4) следуют известные соотношения для мультифрактального спектра исследуемого процесса  $D_A(\alpha_q)$  и соответствующего показателя Гельдера  $\alpha_q$  [2]:

$$\begin{cases} D_A(\alpha_q) = \alpha_q \cdot q - \varphi_A(q) \\ \alpha_q = \frac{d\varphi_A(q)}{dq} \end{cases} . \quad (5)$$

Напомним, что метод ММВП пригоден в случае  $q \neq 0$ . При  $q \geq 0$  возможно применение более простого метода ВП. Для него берется массив данных  $W(\tau, t_i)$  из расчетов ВП в точках  $t_i$ , взятых с шагом  $\Delta t_{sam} \geq \tau_{qfl}$  (независимые отсчеты для  $\Delta A(t)$ ), на всем интервале анализа  $T$ :

$$W(\tau, t_i) = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi\left(\frac{t' - t_i}{\tau}\right) A(t') dt' \cong \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi\left(\frac{t' - t_i}{\tau}\right) \Delta A(t') dt' . \quad (6)$$

Здесь учтено, что  $A(t) = A_{trend}(t) + \Delta A(t)$  и на локальном интервале  $T_{loc}$   $\overline{W(\tau, t_i)} \cong 0$ .

В эксперименте вычисляется частичная сумма (при  $q > 0$ ):

$$Z(q, \tau) = \sum_{i=1}^N |W(\tau, t_i)|^q = \sum_{l=1}^{N_l} \left[ \sum_{k=1}^{N_k} |W(\tau, t_{l_k})|^q \right] . \quad (7)$$

Если  $[\overline{\Delta A(x\tau)}]^2 \sim [x\tau]^{2\alpha+1}$ , то  $[\overline{W(\tau)}]^2 \sim \tau^{2\alpha}$ . И также как в методе ММВП, носитель мультифрактальной меры  $[\overline{W(\tau)}]^2 = \frac{E(\tau)}{\tau} = \overline{\varepsilon(\tau)}$  – плотность энергии флуктуаций исследуемого случайного процесса на интервале измерений ВП порядка  $\tau$ .

Для простого метода ВП работает стандартная методика мультифрактального анализа сигналов, как и для метода ММВП, но лишь при  $q \geq 0$ .

На рис.1-2 приведены результаты применения метода ВП к исследованию мультифрактальной структуры мелкомасштабной ионосферной турбулентности при трансionoсферном зондировании сигналом бортового передатчика ИСЗ, принятого на частоте 150 МГц в сеансе связи 23 марта 2006 г. (на рис. 1 приведен график обобщенного показателя Гельдера  $\varphi_A(q)$ ).

Мультифрактальный спектр исследуемого процесса  $D_A(\alpha_q)$  (см. рис. 2) получен для  $0 \leq q \leq 6$ .

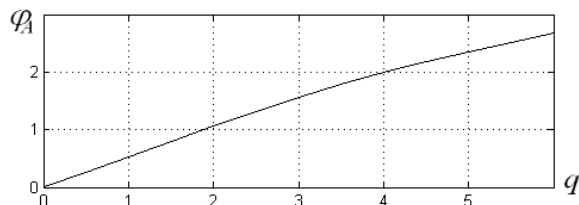


Рис. 1. График обобщенного показателя Гельдера  $\varphi_A(q)$ .

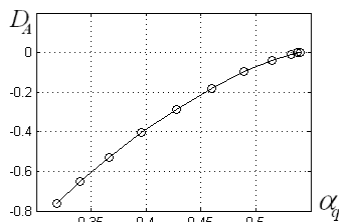


Рис. 2. Мультифрактальный спектр исследуемого процесса  $D_A(\alpha_q)$ .

Представляет интерес обработка трансионосферного сигнала зондирования современным методом анализа нестационарных сигналов – методом MF-DFA. Данный метод основывается на вычислении частичной суммы

$$F(q, \tau) = \left\{ \frac{1}{N_s} \sum_{v=1}^{N_s} [f^2(v, s)]^{q/2} \right\}^{\frac{1}{q}}, \quad (8)$$

где  $f^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s+i] - y_v(i)\}^2$ . Здесь  $y_v(i)$  – аппроксимация сигнала  $Y[(v-1)s+i]$  на интервале  $v$  от 1 до  $N_s$  полиномом степени  $n$ , а  $q$  – порядок частичной суммы [2].

При анализе флуктуаций амплитуды сигнала на частоте 150 МГц метод MF-DFA позволил получить значения показателя скейлинга, близкие к значениям, полученным при использовании метода МСФ. Результаты обработки записи амплитудных мерцаний методом MF-DFA приведены на рисунках (на Рис. 3а –

график частичной суммы  $F$  от времени  $\tau$  в двойном логарифмическом масштабе при  $q=2$  и показателе скейлинга  $h(q=2)\approx 0,19$ ; на Рис. 3b – график мультифрактального спектра  $D_A$ , где  $\alpha$  – показатель гильдервской экспоненты).

Обработка сигналов проводилась как различными методами мультифрактального анализа, так и классическим методом спектрально-корреляционного анализа. При этом метод MF-DFA и метод максимумов модулей вейвлет-преобразования (ММВП) для анализа результатов дистанционного зондирования мелкомасштабной ионосферной турбулентности использовались впервые.

Параллельно проводился анализ данных методом ВП комплексными гауссовым и морле-вейвлетами, а также методом ММВП с использованием действительных вейвлетов Гаусса и Морле. При анализе данных методами ВП были получены близкие значения для показателя скейлинга, но со значительно большей погрешностью. Построение мультифрактального спектра по данным обработки сигнала ИСЗ методами ВП оказалось не всегда возможным и зависело от выбора вейвлета.

Необходимо отметить, что в исследованиях фрактальных свойств ионосферной турбулентности простой метод вейвлет-преобразования может иметь определенные преимущества по сравнению с методом ММВП, поскольку измерения ВП берутся непосредственно на всем интервале обработки и характеризуют весь непрерывный массив данных на этом интервале.

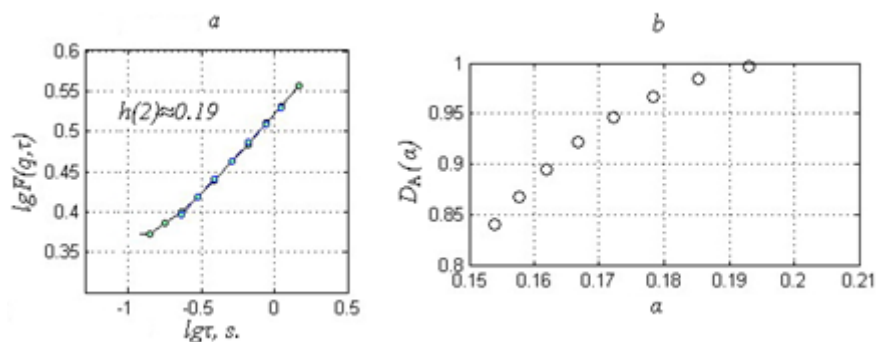


Рис. 3. *a* – график частичной суммы  $F(q=2)$  от времени  $\tau$ ; *b* – мультифрактальный спектр.

## Заключение

Представленные результаты позволяют сделать вывод, что в физических исследованиях фрактальной структуры ионосферной плазмы наряду с использованием метода МСФ целесообразно ориентироваться на простой метод ВП и метод MF-DFA.

При этом следует отметить, что квазиоднородная структура корреляционной функции слабых флуктуаций амплитуды принимаемых сигналов при дистанционном зондировании ионосферы сигналами ИСЗ воспроизводит такую же структуру слабых флуктуаций фазы этих сигналов на выходе неоднородного ионосферного слоя [4,5]. А поскольку быстрые флуктуации фазы сигналов ИСЗ в ионосфере обусловлены мелкомасштабной неоднородной структурой ионосферной плазмы, то, исследуя мультифрактальную структуру флуктуаций амплитуды принимаемых на Земле сигналов, мы фактически можем получить представления о структуре мелкомасштабной ионосферной турбулентности.

## Литература

1. Павлов А.И., Анищенко В.С. // УФН. 2007, Т.177, № 8, С. 859
2. Kantelhardt J.W., Zschiegner S.A., Bunde A., Havlin S., Koscielny-Bunde E., Stanley, H.E., 2002. Physica A 316, 87.
3. Алимов В.А., Выборнов Ф.И., Рахлин А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51, №4. С. 287.
4. Денисов Н.Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4, №4. С. 630.
5. Денисов Н.Г. // Геомагнетизм и аэрономия. 1964. Т. 4, №4. С. 675.