# ДРЕЙФОВАЯ ВОЛНА В ДВУХЖИДКОСТНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Е.Н.Мясников

Волжская государственная академия водного транспорта
E-mail: physic@vgavt-nn.ru

**Аннотация**. Получено решение системы уравнений двухжидкостной магнитной гидродинамики (МГД) при учете индукционного электрического поля, генерируемого квазистатическим диамагнитным током. В отличие от квазигидродинамического приближения, когда учитывается только самосогласованное потенциальное электрическое поле, обеспечивающее квазинейтральность возмущений плазмы, индукционное поле может приводить к генерации волновых структур – дрейфовых МГД-волн, которые описываются параболическим волновым уравнением и образуются за счет прецессии волнового вектора вместе с жестко связанными с ним векторами квазистатических электромагнитных и гидродинамических полей вокруг направления внешнего магнитного поля с частотой порядка дрейфовой. В ионосфере и магнитосфере Земли при наличии возмущений, сильно вытянутых вдоль геомагнитного поля, дрейфовые МГД-волны могут приводить к развитию вращательно неинвариантной турбулентности плазмы.

## 1. Введение

Вращение частиц среды в гидродинамике может приводить к развитию гиротропной турбулентности, которая обладает рядом свойств, принципиально отличающих её от возмущений другого типа. Как показывает анализ существующих в настоящее время физических моделей, необходимыми условиями для развития гиротропной турбулентности являются два фактора – дифференциальное вращение и антисимметрия возмущений.

Магнитоактивная плазма является гиротропной средой, в которой направление момента плотности импульса определяется гировращением наиболее тяжелой – ионной компоненты. В работах [1, 2] было показано, что в условиях верхней ионосферы вращение неоднородностей плотности плазмы сопровождается генерацией индукционного электрического поля, которое может приводить к установлению двуполярного режима диффузии, зависящего только от двух амбиполярных коэффициентов – ионного продольного к магнитному полю электронного поперечного [3].

В настоящей работе получено волновое решение системы уравнений двухжидкостной МГД, которое удовлетворяет однородному параболическому уравнению и описывает вращение возмущений плотности плазмы в однородной магнитоактивной плазме низкого давления. Волны данного типа могут приводить к развитию вращательно неинвариантной (гиротропной) турбулентности.

## 2. Уравнения двухжидкостной МГД

Система уравнений, описывающих двухкомпонентную квазинейтральную плазму, находящуюся в магнитном поле, включает уравнения непрерывности и движения для электронов и ионов:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + div(n\vec{\upsilon}_\alpha) = 0; \qquad (1)$$

$$m_\alpha \frac{\partial \vec{\upsilon}_\alpha}{\partial t} = e_\alpha \vec{E} + \frac{e_\alpha}{c}[\vec{\upsilon}_\alpha \times \vec{B}_0] - \frac{\nabla p_\alpha}{n} - m_\alpha \nu_{en}(\vec{\upsilon}_\alpha - \vec{\upsilon}_n); \qquad (2)$$

и уравнения для индукционного электрического и магнитного полей:

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = rot\vec{E}; \qquad rot\vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}. \qquad (3,4)$$

Здесь введены следующие обозначения: $e_\alpha = e$ – заряд иона при ($\alpha = i$) и электрона $e_\alpha = -e$ при ($\alpha = e$), $n-$ концентрация, $\vec{\upsilon}_\alpha -$ скорости заряженных частиц, $\nu_{\alpha n}-$ эффективные частоты соударений заряженных частиц, $p_\alpha = nT_\alpha -$ газокинетическое давление электронной и ионной компонент, $T_\alpha -$ температуры, выраженные в энергетических единицах, $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{j} = en(\vec{\upsilon}_i - \vec{\upsilon}_e) -$ векторы напряженности электрического, индукции магнитного полей и плотности тока, $\vec{B}_0$ – индукция внешнего однородного магнитного поля. Будем рассматривать холодную сильно замагниченную плазму, в которой: газокинетическое давление значительно меньше плотности энергии магнитного поля

$\beta = 8\pi n(T_e + T_i)/B_0^2 << 1$, частоты соударений частиц $\nu_{in} << \omega_{Bi}$, $\nu_{en} << \omega_{Be}$ меньше гирочастот $\omega_{B\alpha} = \dfrac{eB_0}{m_\alpha c}$ ионов и электронов.

Используя условие непрерывности плотности тока $div\vec{j} = 0$, приходим к скалярному уравнению, определяющему связь между возмущениями концентрации и потенциала [4].

$$\frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - \frac{en}{T_e}\left(\frac{\partial}{\partial z}(n\frac{\partial\varphi}{\partial z})\right) = \mu\left\{\Delta_\perp n + \frac{e}{T_i}\nabla_\perp\left(n\nabla_\perp\varphi\right)\right\}, \qquad (5)$$

где $\mu = \dfrac{T_i}{T_e}\dfrac{\nu_{\mathring{a}n}\nu_{in}}{\omega_{Be}\omega_{Bi}} << 1$ малый параметр. Уравнение (5) в зависимости от соотношения между масштабами возмущений электронной концентрации в направлениях поперек и вдоль магнитного поля $\vec{B}_0$ может иметь два решения:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi_e = -\frac{T_e}{e}\frac{\nabla n}{n} \qquad \text{при} \quad \mu l_z^2 / l_\perp^2 << 1, \qquad (6)$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi_i = \frac{T_i}{e}\frac{\nabla n}{n} \qquad \text{при} \quad \mu l_z^2 / l_\perp^2 >> 1. \qquad (7)$$

Условие (6) отвечает равновесию Больцмана для электронной компоненты (малая степень вытянутости возмущений концентрации вдоль магнитного поля), второе (7) – равновесию для ионной компоненты (большая степень вытянутости).

Дополнительное условие равновесия обеспечивает протекание диамагнитного тока

$$\vec{j}_\perp = en(\vec{\upsilon}_{i\perp} - \vec{\upsilon}_{e\perp}) = \frac{c\left(T_e + T_i\right)}{B_0^2}\left[\vec{B}_0 \times \nabla n\right], \qquad (8)$$

согласно которому плотность силы Ампера уравновешивает поперечный к $\vec{B}_0$ градиент газокинетического давления плазмы.

При движении проводящей среды со скоростью $\vec{\upsilon}_\perp$, меньшей скорости света $c$, электрическое поле $\vec{E}_\perp$ в лабораторной системе отсчета связано с полем $\vec{E}'_\perp$ в локальной системе, движущейся вместе с проводящей средой, преобразованием Лоренца

$$\vec{E}'_{\perp} = \vec{E}_{\perp} + \frac{1}{c}\left[\vec{\upsilon}_{\perp} \times \vec{B}_0\right]. \qquad (9)$$

Рассмотрим равновесие плазмы в приближении двухжидкостной МГД при выполнении условия (6) . Для нахождения электрического поля в приближении двухжидкостной МГД следует пользоваться стационарным уравнением движения для электронной компоненты плазмы [5]. Выразив $\vec{E}_{\perp}$ из (9), подставив его в (3) и пренебрегая $\partial\vec{B}/\partial t \to 0$ приходим к выражению для индукционного электрического поля

$$\vec{E}'_{\perp} = \frac{1}{cen}\left[\vec{j}_{\perp} \times \vec{B}_0\right] = \frac{(T_e + T_i)}{e}\frac{\nabla_{\perp} n}{n}. \qquad (10)$$

Электрическое поле (10) поляризовано строго ортогонально к $\vec{B}_0$ и имеет вихревую компоненту. Результирующее электрическое поле в среде представляет сумму самосогласованного потенциального и индукционного полей $\vec{E} = -\nabla\varphi + \vec{E}'_{\perp}$, с учетом (6), (10) приходим к выражению для электрического поля

$$\vec{E}_{\perp} = -\frac{T_e}{en}\frac{\partial n}{\partial z} \cdot \vec{e}_z + \frac{T_i}{en}\nabla_{\perp} n, \qquad (11)$$

которое является необходимым для протекания в плазме режима двуполярной диффузии [3], который зависит только от двух амбиполярный диффузионных коэффициентов: электронного поперечного $D_{e\perp} = \dfrac{(T_e + T_i)\nu_e}{m_e \omega_{Be}^2}$, ионного продольного $D_{i\parallel} = \dfrac{(T_e + T_i)}{m_i \nu_{in}}$.

### 3. Магнитогидродинамическая дрейфовая волна

Исследуем возможность существования волновых решений в системе уравнений (1 – 4). Для этого рассмотрим возмущения плотности плазмы относительно стационарного однородного значения $n_0$=const в виде плоских волн $\delta n_k = (\tilde{n}_k / n_0) \propto \exp\{i\vec{k} \cdot \vec{r}\}$. В приближении двухжидкостной МГД стационарное уравнение (3) ( $\partial\vec{B}_k / \partial t \to 0$ ) приобретает вид

$$[\vec{\omega}_k \times \vec{B}_0] = -\frac{c(T_e + T_i)}{e}[\vec{k} \times \vec{k}_\perp]. \qquad (12)$$

Будем рассматривать (12) в качестве дисперсионного. уравнения, определяющего связь между вектором дрейфовой частоты $\vec{\omega}_k = i[\vec{k} \times \vec{\upsilon}_{k\perp}]$ и вектором $\vec{k}$. Согласно (12) проекция вектора вращения на направление $\vec{e}_z$ отрицательна $\omega_{kz} < 0$, и волновое решение отсутствует. В этом случае протекание диамагнитного тока обеспечивает ионная компонента плазмы $\vec{j}_\perp = en\vec{\upsilon}_{ki\perp}$.

При выполнении условия равновесия (7) возможно решение, при котором диамагнитный ток как в лабораторной (эйлеровой), так и в локальной (лагранжевой) системах отсчета определяется движением только электронной компоненты $\vec{j}_\perp = -en\vec{\upsilon}_{ke\perp}$. В этом случае вращение (прецессию относительно направления $\vec{B}_0$) осуществляет вектор $\vec{k}$ вместе с жестко связанными с ним гидродинамическими и электромагнитными операторами полей – векторами в $k$-пространстве. Между их направлениями выполняются следующие поляризационные условия:

$$(\vec{\omega}_k \cdot \vec{e}_z) \cdot \vec{e}_z \downarrow\downarrow \vec{B}_0; \quad \vec{\omega}_k \downarrow\uparrow \vec{B}_k; \quad \vec{\upsilon}_{k\perp} \downarrow\uparrow \vec{j}_k. \qquad (13)$$

Данное решение для возмущений круговой поляризации $k_x^2 = k_y^2 = k_\perp^2/2$, усредненное по времени, отвечает положительному значению проекции на ось $z$ оператора дрейфовой частоты

$$\langle \omega_{kz} \rangle = \frac{c(T_e + T_i)}{2eB_0} k_\perp^2, \qquad (14)$$

которое удовлетворяет однородному параболическому уравнению, подобному уравнению Шредингера в квантовой механике, и описывает в магнитоактивной плазме дрейфовую МГД-волну.

Данное решение отвечает состоянию равновесия, при котором электронная компонента оказывается свободной и в направлении, ортогональном полю $\vec{B}_0$ и градиенту плазмы $\nabla n$, увлекает за собой ионную компоненту. В лабораторной системе отсчета электродинамический дрейф возмущений плазмы описывается уравнениями одножидкостной МГД

$$\vec{\upsilon}_{k\perp} = \vec{\upsilon}_{ik\perp} = \vec{\upsilon}_{ek\perp} = \frac{c[\vec{E}_{k\perp} \times \vec{B}_0]}{B_0^2}; \quad \vec{E}_{k\perp} = -\frac{1}{c}[\vec{\upsilon}_{k\perp} \times \vec{B}_0]. \qquad (15)$$

Вращение возмущений плазмы в лабораторной системе отсчета происходит за счет внутреннего индукционного поля $\vec{E}'$, которое при дифференциальном повороте волнового вектора на угол $\delta\psi_k = \delta n_k$ стремится себя компенсировать. Это состояние можно характеризовать как условие «квазивмороженности» возмущений плазмы в поле $\vec{B}_0$.

Согласно (15) направление вращения возмущений плотности плазмы $\delta n_k < 0$ совпадает с направлением гировращения ионов в магнитном поле. Возмущения противоположного знака при условии (6) $\delta n_k > 0$ также вращаются в этом же направлении, однако соответствующее решение не является волновым. Поскольку в магнитоактивной плазме плотность момента импульса ионной компоненты значительно превосходит величину электронного момента импульса, то в данной среде можно ожидать развитие гиротропной – вращательно неинвариантной турбулентности, в которой определяющим окажется дрейфовое движение возмущений плотности плазмы в направлении гировращения ионной компоненты и неустойчивыми будут возмущения $\delta n_k < 0$.

## Литература

1. Ерухимов Л.М., Мясников Е.Н. \\ Известия вузов Радиофизика. 1998. Т. 41. С. 194–211.
2. Мясников Е.Н. \\ Известия вузов Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 691–699.
3. Голант В.Е.\\ УФН. 1963. Т.79, вып. 3.С. 377–440.
4. Гуревич А.В., Цедилина Е.Е.\\ УФН.1967. Т.91, вып. 4. С. 609–643.
5. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. – М.: Наука 1988.