ОБ АТМОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ, СВЯЗАННЫХ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ПОЛЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

ЛХ.Ингель[*], А.А.Макоско[**, ***]

* ФГБУ «НПО «Тайфун» (Росгидромет), г. Обнинск
E-mail: lev.ingel@gmail.com
** Росгидромет, г. Москва
*** Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН

Аннотация. Аналитически рассчитаны линейные возмущения, вызываемые неоднородностями поля силы тяжести в горизонтальном стратифицированном течении с вертикальным сдвигом. Найденные решения показывают, что в определенных ситуациях влияние аномалий силы тяжести на атмосферные течения может быть заметным. Анализируются физические механизмы генерации возмущений.

1. Введение

В современных исследованиях по геофизической гидродинамике (динамической метеорологии) поле силы тяжести обычно принимается однородным. Между тем, известно, что на среднюю силу тяжести у поверхности Земли накладывается широкий спектр аномалий (неоднородностей) силы тяжести (АСТ). Например, в высокоаномальных районах горизонтальные составляющие силы тяжести на масштабах порядка 100 км могут превышать значения 100 мГал (10^{-3} м/с^2) [1]. Тем самым, они могут быть сравнимыми по порядку величины с силами градиента давления в циклонах умеренных широт и другими слагаемыми, необходимость учета которых не вызывает сомнений.

По меньшей мере, с 70-х годов в метеорологической литературе неоднократно высказывались предположения о возможности существенного влияния неоднородностей поля силы тяжести на динамику некоторых атмосферных процессов (см., например, [1-3] и цитируемую там литературу). Опубликованы также некоторые результаты численного моделирования, свидетельствующие о возможности заметных атмосферных эффектов АСТ [4, 5]. Но существует потребность в достаточно строгих и прозрачных аналитических моделях, без которых трудно добиться уверенного понимания физических механизмов влияния АСТ на динамику атмосферы.

Известна теорема, согласно которой в покоящейся идеальной среде изобары и изопикны должны совпадать с эквипотенциальными поверхностями. В этой связи распространено мнение, что неоднородности поля силы тяжести лишь несколько «деформируют», «искривляют» состояние гидростатического равновесия, но не влияют заметно на поле движения. Однако, ситуация должна принципиально меняться при наличии фоновых горизонтальных течений. Пока неоднородности поля силы тяжести отсутствуют и изопикны строго горизонтальны, такие течения, двигаясь касательно к изопикнам, не нарушают состояния гидростатического равновесия. Но искривленные изопикны, связанные с упомянутыми неоднородностями, пересекаются горизонтальными течениями, так что появляется адвекция массы, чему соответствуют ненулевые слагаемые типа $u\partial\rho/\partial x$ в уравнениях переноса (здесь u - скорость в направлении горизонтальной оси x, ρ - плотность воздуха). Таким образом, фоновые горизонтальные течения в этом случае, вообще говоря, должны взаимодействовать с гидростатически равновесным состоянием – нарушать это состояние (деформировать изопикны и изобары) или приспосабливаться к нему (т.е. искривляться); в общем случае – и то, и другое. Заранее нельзя утверждать, что эффекты такого рода метеорологически значимы, но в любом случае имеет смысл их оценить.

2. Постановка задачи

Рассматриваем модель идеальной стратифицированной несжимаемой жидкости, дополненную заданными пространственно-неоднородными объемными силами, описывающими влияние неоднородностей поля силы тяжести и учитывающую эффекты вращения (кориолисовы ускорения).

В отсутствие упомянутых неоднородностей заданы фоновая стратификация плотности $\bar{\rho}(z)$ и направленное вдоль горизонтальной оси x фоновое течение со скоростью $\bar{u}(z)$. Здесь ось z направлена вертикально вверх, чертой обозначаются фоновые значения величин. Если кориолисовы силы не учитываются (рассматриваются возмущения не слишком больших горизонтальных масштабов), то профили $\overline{\rho}(z)$, $\overline{u}(z)$ могут задаваться независимо друг от друга. Для задач больших масштабов будем считать заданным стационарное геострофическое течение, обусловленное постоянным горизонтальным градиентом давления $d\overline{p}/dy$:

$$\overline{u}(z) = -\frac{1}{f\overline{\rho}(z)}\frac{d\overline{p}}{dy}, \tag{1}$$

где f – параметр Кориолиса. В случаях, когда аномалия силы тяжести действует на интенсивный атмосферный вихрь (тропический циклон, полярный мезоциклон), некоторым аналогом параметра Кориолиса является «параметр инерциальной устойчивости», который при твердотельном вращении приблизительно равен удвоенной угловой скорости вращения. В тропических циклонах эта величина может превышать параметр Кориолиса на 1-2 порядка.

В линейном приближении исследуются возмущения, которые вносятся в этот поток двумерными неоднородностями поля силы тяжести. Горизонтальная и вертикальная составляющие этих «дополнительных» сил описываются соответственно величинами $g_x(x,z)$ и $g_z(x,z)$ (имеют размерность ускорения). Полная сила тяжести представляет собой векторную сумму этих возмущений и средней силы тяжести, которая ниже, как обычно, обозначается константой g. Если обозначить потенциал силы тяжести через Φ, то

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -g_x, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = g - g_z, \qquad \frac{\partial g_x}{\partial z} = \frac{\partial g_z}{\partial x}. \tag{2}$$

Линеаризованная система уравнений для стационарных двумерных возмущений имеет вид

$$\overline{\rho}\left(\overline{u}\frac{\partial u'}{\partial x} + w\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p'}{\partial x} + f\overline{\rho}\mathrm{v} + \overline{\rho}g_x,$$

$$\overline{u}\overline{\rho}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial x} = -f\overline{\rho}u' - f\overline{u}\rho', \qquad \overline{u}\overline{\rho}\frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial p'}{\partial z} - g\rho' + \overline{\rho}g_z, \tag{3}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \qquad \overline{u}\frac{\partial \rho'}{\partial x} + w\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial z} = 0.$$

Здесь v, w – искомые возмущения составляющих скорости вдоль оси y и направленной вертикально вверх оси z соответственно; возмущения других величин обозначены штрихом.

Чтобы не смешивать эффекты неоднородностей поля силы тяжести с проявлениями неоднородностей рельефа, ограничимся рассмотрением атмосферных возмущений над водной поверхностью. Следует иметь в виду, что эта поверхность в неоднородном поле силы тяжести, вообще говоря, не является горизонтальной плоскостью. В удовлетворительном приближении она совпадает с эквипотенциальной поверхностью, отклонение которой от горизонтали $h_0(x) \approx -\Phi'(x,0)/g$. Условие непротекания на этой поверхности в линейном приближении можно записать в виде

$$w \approx \bar{u}\frac{\partial h_0}{\partial x} \approx \bar{u}\frac{g_x(x,0)}{g} \qquad \text{при} \quad z = 0. \tag{4}$$

Предполагается также отсутствие возмущений в натекающем потоке – при $x \to -\infty$. Что касается верхних граничных условий, они могут быть различными для моделей полуограниченной среды и в случае слоя конечной толщины.

3. Решение и его анализ

Систему (3) нетрудно свести к системе двух уравнений:

$$-\frac{\bar{u}^2}{N^2}\Delta_2 w + \frac{\bar{u}^2}{g}\frac{\partial w}{\partial z} - \left[\frac{\bar{u}}{g}\left(\frac{d\bar{u}}{dz} - \frac{g}{N^2}\frac{d^2\bar{u}}{dz^2}\right) + 1\right] w = \frac{f\bar{u}}{N^2\bar{\rho}}\frac{\partial(\bar{\rho}\mathrm{v})}{\partial z} - \bar{u}\frac{g_x}{g},$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial x^2} = -f\left[\frac{(\partial\rho'/\partial x)}{\bar{\rho}} + \frac{(\partial u'/\partial x)}{\bar{u}}\right] = \frac{f}{\bar{u}}\left(-\frac{N^2}{g}w + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = \frac{f}{\bar{u}\bar{\rho}}\frac{\partial(\bar{\rho}w)}{\partial z},$$

где Δ_2 – символ двумерного лапласиана, $N = \left[-g(d\bar{\rho}/dz)/\bar{\rho}\right]^{1/2}$ – частота Брента-Вяйсяля. Обозначим пространственный масштаб аномалии силы тяжести через L (из масштабного анализа уравнения Лапласа для отклонений потенциала следует, что вертикальные и горизонтальные масштабы неоднородностей поля силы тяжести – одного порядка). Если рассматривать аномалии, масштаб которых порядка или больше 100 км, то значения числа Фруда $\mathrm{F} \equiv \bar{u}/NL$ при не слишком больших скоростях фонового течения обычно малы. В этом случае масштабный анализ показывает, что имеются основания в первом из полученных уравнений пренебречь слагаемыми, коэффициенты которых квадратичны по $\bar{u}$. Получаем уравнение

$$w = -\frac{f\bar{u}}{N^2\bar{\rho}}\frac{\partial(\bar{\rho}\mathrm{v})}{\partial z} + \bar{u}\frac{g_x}{g} \tag{5}$$

или, исключая v,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{f^2\bar{u}}{N^2\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{1}{\bar{u}}\left[\frac{\partial(\bar{\rho}w)}{\partial z}\right]\right\} = \frac{\bar{u}}{g}\frac{\partial^2 g_x}{\partial x^2}. \tag{6}$$

При масштабировании перед вторым слагаемым появляется безразмерный параметр (обратное число Бургера) $\mathrm{B} \equiv (fL/NH)^2$, где H – характерный вертикальный масштаб. Если не рассматривать интенсивные вихри (учитывать только планетарное вращение), то параметр В обычно мал. Пренебрегая соответствующим слагаемым, из (5) получаем

$$w \approx \bar{u}\frac{g_x}{g} \approx \bar{u}\frac{\partial h}{\partial x} \tag{7}$$

где h – отклонение эквипотенциальной поверхности. Отметим, что это решение приближенно удовлетворяет не только рассматриваемой системе уравнений, но и приведенным выше краевым условиям (несмотря на неучет при выводе уравнения (5) слагаемого с малым коэффициентом при старшей производной по z).

Смысл этого результата вполне прозрачен. При не слишком сильных фоновых ветрах силы инерции относительно малы, и движение воздуха, в основном, определяется архимедовыми силами, т.е. в рассматриваемом приближении имеет место движение по эквипотенциальным поверхностям (изобары и изопикны остаются близкими к этим поверхностям) – в первом приближении течение обтекает неоднородности поля силы тяжести. Из (7) и уравнения неразрывности следует

$$u' \approx -\frac{1}{g}\frac{d\bar{u}}{dz}\int_{-\infty}^{x} g_x dx' - \bar{u}\frac{g_z}{g} = -\frac{d\bar{u}}{dz}h - \bar{u}\frac{g_z}{g}. \tag{8}$$

Видно, что наиболее заметные динамические эффекты неоднородностей поля силы тяжести возможны при достаточно больш***и***х скоростях и сдвигах фонового ветра, например, в струйных течениях, в пограничном слое. Если скорость $\bar{u}$ = 30 м/с,

$|g_x|, |g_z| \sim 10^{-3}$ м/с^2, то $|w| \approx 3 \cdot 10^{-3}$ м/с^2. Амплитуда отклонений геоида h может, как известно, достигать порядка 100 м, вертикальные сдвиги скорости в струйных течениях могут превышать 10 м/с на 1 км. Таким образом, возмущение продольной скорости в принципе может достигать заметных значений порядка 1 м/с.

Если рассматривать ситуацию в интенсивных атмосферных вихрях (тропических циклонах, полярных мезоциклонах), то аналог параметра Кориолиса (удвоенная угловая скорость) может быть достаточно большим, и имеет смысл рассмотреть и предельный случай больших значений параметра B (когда в первом приближении пренебрегается первым слагаемым в (5), (6)). В этом случае нетрудно получить выражение для возмущения вихревой (поперечной к фоновому течению) составляющей скорости:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\mathrm{v})}{\partial z} \approx \frac{N^2\bar{\rho}}{f}\frac{g_x}{g} = -\frac{g_x}{f}\frac{d\bar{\rho}}{dz}.$$

Оценки показывают, что отсюда следует возможность возникновения дополнительных неоднородных радиальных течений в упомянутых интенсивных вихрях со скоростями порядка 0.1 м/с. Такие возмущения, видимо, могут быть статистически значимыми для влияния на интенсивность вихрей.

Работа выполнена при поддержке Программы № 4 фундаментальных исследований Президиума РАН.

Литература

1. Макоско А.А., Панин Б.Д. Динамика атмосферы в неоднородном поле силы тяжести. С.-Петербург: РГГМУ. 2002, 246 с.
2. Ярошевич М.И. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2013, т. 49, № 3, с. 279-284.
3. Yaroshevich M.I. // Trop. Cyclone Res. Rev., 2013, v. 2, № 2, p. 124-130.
4. Макоско А.А., Рубинштейн К.Г., Лосев В.М., Боярский Э.А. Математическое моделирование атмосферы в неоднородном поле силы тяжести. М.: Наука. 2007. 58 с.
5. Бычкова В.И., Макоско А.А., Рубинштейн К.Г., Егорова Е.Н. // Метеорол. и гидрол., 2011, № 7, с. 16-31.