

# ВЛИЯНИЕ КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ С МЕЛКОМАСШТАБНЫМИ СТРУКТУРАМИ

Н.С.Ерохин, В.Е.Захаров, Н.Н.Зольникова, Л.А.Михайловская

E-mail: nzolnik@iki.rssi.ru

**Аннотация.** Рассмотрено безотражательное прохождение поперечной электромагнитной волны через слой неоднородной плазмы с мелкомасштабными структурами большой амплитуды (включая области непрозрачности плазмы) при учете влияния кубической нелинейности. Показано, что при учете кубической нелинейности возможно точное решение одномерной задачи о нелинейном просветлении неоднородной плазмы.

## 1. Введение

В настоящей работе проведен анализ точно решаемых моделей, которые описывают резонансное туннелирование электромагнитной волны через толстый слой неоднородной плазмы с мелкомасштабными структурами большой амплитуды при наличии областей непрозрачности. В рамках точно решаемой модели проведен учет роли кубической нелинейности и на основе численных расчетов установлена возможность полного просветления градиентных барьеров. Показано, что при наличии в линейной задаче областей непрозрачности плазмы, в которых эффективная диэлектрическая проницаемость отрицательна, за счет нелинейности происходит уменьшение толщины зон непрозрачности и высоты волновых барьеров. Наибольший эффект реализуется в областях, где безразмерный волновой вектор достаточно мал и, соответственно, амплитуда волны имеет сильный всплеск с ростом на порядок величины и более. Представлены аналитические модели, описывающие эффект просветления плазмы, изучены возникновение сильных всплесков волнового поля в некоторых слоях при соответствующем выборе исходных параметров задачи, нелокальная связь между пространственными профилями волнового вектора и эффективной диэлектрической проницаемости плазмы, что существенно меняет

традиционные представления о динамике волн в неоднородных средах.

## 2. Результаты анализа

В случае электромагнитной волны s-поляризации в плазме без внешнего магнитного поля либо при распространении волны поперек однородного внешнего магнитного поля в магнитоактивной плазме для волнового поля используем стандартное представление  $E(x,t) = \text{Re} [ F(x) \exp(-i\omega t) ]$ , где  $\omega$  частота волны, а функция  $F(x)$  удовлетворяет следующему уравнению Гельмгольца  $d^2F/dx^2 + k_0^2 \epsilon_{\text{ef}}(x) F = 0$ , где  $\epsilon_{\text{ef}}(x)$  эффективная диэлектрическая проницаемость плазмы (квадрат показателя преломления), определяемая компонентами тензора диэлектрической проницаемости. Введем безразмерный волновой вектор  $p(\xi) = c k_x(x) / \omega$  и переменную  $\xi = k_0 x$ . Точное решение уравнения Гельмгольца записываем в виде

$$F(\xi) = F_0 \exp[i\Psi(\xi)] [1/p(\xi)]^{1/2}, \quad d\Psi/d\xi = p(\xi), \quad F_0 = \text{const.}$$

Тогда с учетом эффективная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_{\text{ef}}(x)$  связана с безразмерным волновым вектором  $p(\xi)$  следующим нелинейным уравнением

$$\epsilon_{\text{ef}}(\xi) = [p(\xi)]^2 + (d^2p/d\xi^2)/2p - 0.75(dp/d\xi)^2/p^2.$$

Эффективная диэлектрическая проницаемость плазмы с учетом кубической нелинейности имеет вид  $\epsilon_{\text{ef}}(\xi) = \epsilon_L(\xi) + \chi |A|^2$ , где для упрощения анализа полагаем, что параметр нелинейности  $\chi$  постоянен, а  $\epsilon_L(\xi)$  линейная часть эффективной диэлектрической проницаемости.

Рассмотрим безотражательное туннелирование поперечной электромагнитной волны через слой плазмы, занимающий область  $0 \leq \xi \leq b$ , который слева ( $\xi = 0$ ) и справа ( $\xi = b$ ) граничит с вакуумом. Одной из моделей, обеспечивающих на границах плазменного слоя условия безотражательной сшивки с падающей из вакуума ( $\xi < 0$ ) и уходящей вправо от плазменного слоя ( $\xi > b$ ) волнами, является  $p(\xi) = 1 - 0.5 f(\xi) [1 - \cos(\gamma \xi)]$ , где  $f(\xi)$  ограниченная функция,  $\gamma = 2\pi / b$ . Множитель  $[1 - \cos(\gamma \xi)]$  обеспечивает выполнение условий безотражательной сшивки поля

волны на границах плазма-вакуум. В качестве примера исследуем следующий вариант выбора функции  $f(\xi)$

$$f(\xi) = 0.25 \mu [1 + 0.5 \cos(\gamma\xi) - \cos(2\gamma\xi) - \cos(3\gamma\xi) + 0.5 \cos(5\gamma\xi)],$$

описывающий мелкомасштабную модуляцию плотности плазмы в слое, которая определяет профили волнового вектора  $p(\xi)$  и функций  $\varepsilon_n(\xi)$ ,  $\varepsilon_L(\xi)$ . Приведем результаты расчетов в случае следующего выбора исходных параметров  $b = 30$ ,  $\mu = 0.6$ ,  $\chi = 0.1$ . Графики функций  $p(\xi)$  и функций  $\varepsilon_n(\xi)$  приведены ниже на рис.1. Согласно рис.1 в центральной части неоднородного плазменного слоя наблюдается корреляция положения экстремумов этих функций. В слое волновой вектор  $p(\xi) \leq 1$ , а нелинейная эффективная диэлектрическая проницаемость плазмы всюду положительна, т.е. области непрозрачности отсутствуют. Минимальное значение  $\varepsilon_n(\xi)$  равно 0.105 при  $\xi = 5.61, 24.39$  и еще в двух точках.

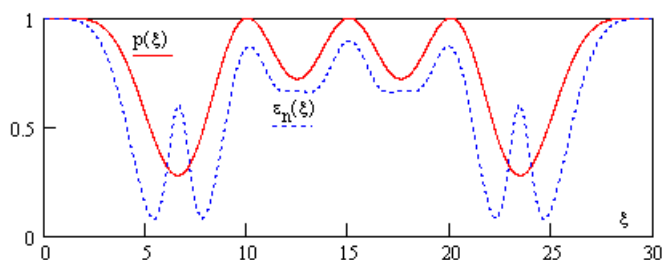


Рис.1.

Для сравнения на рис.2 представлены графики линейной  $\varepsilon_L(\xi)$  и нелинейной  $\varepsilon_n(\xi)$  эффективных диэлектрических проницаемостей плазмы.

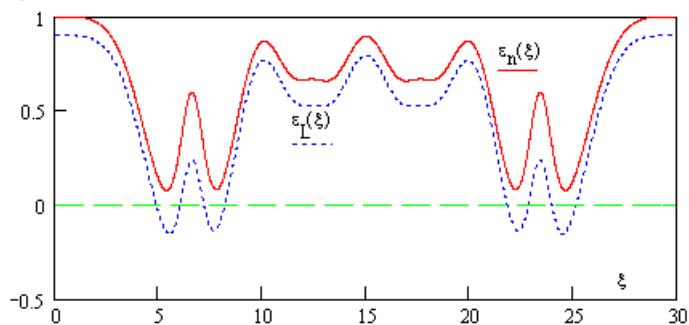


Рис.2.

Согласно графикам рис.2 линейная эффективная диэлектрическая проницаемость плазмы  $\varepsilon_L(\xi)$  имеет в плазменном слое четыре области непрозрачности, в частности,  $\varepsilon_L(5.61) \approx -0.148$ . Для экстремумов  $\varepsilon_L(\xi)$  и  $\varepsilon_n(\xi)$  наблюдается корреляция их положений в неоднородном плазменном слое. По всей толщине плазменного слоя выполняется неравенство  $\varepsilon_L(\xi) < \varepsilon_n(\xi)$ . Описанная картина резонансного туннелирования электромагнитной волны через градиентные барьеры получается и для ряда других значений исходных параметров задачи, а также при выборе функции  $f(\xi)$  с более сложным пространственным профилем, например, вместо косинусов могут быть использованы функции типа ступенек. Представляет интерес также анализ в последующих работах резонансного туннелирования электромагнитных волн при введении в функцию  $f(\xi)$  стохастической компоненты, например, набора пространственных гармоник со случайными фазами.

### 3. Выводы

В настоящей работе на основе точного решения уравнения Гельмгольца аналитически и численно исследован эффект резонансного туннелирования электромагнитной волны через слой неоднородной плазмы с мелкомасштабными неоднородностями плотности, которые могут включать и зоны непрозрачности плазмы, при учете вклада кубической нелинейности в эффективную диэлектрическую проницаемость плазмы. При этом вид пространственного профиля неоднородности плазмы зависит от свободных параметров, определяющих глубину модуляции волнового вектора и диэлектрической проницаемости плазмы, размеры мелкомасштабных структур плотности, толщину слоя неоднородной плазмы, субслоев непрозрачности. Поскольку связь волнового вектора  $p(\xi)$  с диэлектрической проницаемостью плазмы  $\varepsilon_r(\xi)$  описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка, в задаче возникают существенно нелокальные соотношения между профилями  $p(\xi)$  и  $\varepsilon_r(\xi)$  за счет присутствия в плазме субволновых структур большой амплитуды.

На основе точно решаемой модели показано, что возможность резонансного туннелирования волны (просветление градиентных волновых барьеров в плазменном слое) сохраняется и при учете кубической нелинейности. При этом за счет

нелинейности могут исчезнуть области непрозрачности, в которых эффективная диэлектрическая проницаемость плазмы была отрицательна, а высота градиентных барьеров уменьшается. В частности, суммарная толщина зон непрозрачности в профиле  $\epsilon_L(\xi)$  может достигать (30-50) % и более. Для достаточно малой нелинейности ее вклад в  $\epsilon_L(\xi)$  становится существенным в субслоях плазмы, где волновой вектор за счет неоднородности мал, а амплитуда волны резко увеличивается. Таким образом благодаря нелинейности и резонансному туннелированию электромагнитная волна может распространяться через толстые слои неоднородной плазмы без отражения с генерацией в некоторых субслоях сильных всплесков электромагнитного поля.

Здесь важно указать и следующее. Для плазменной неоднородности, включающей случайную компоненту, можно ожидать сохранения рассмотренного выше эффекта просветления волновых барьеров. Однако анализ этой задачи будет проведен в последующих работах.

Необходимо отметить, что рассматриваемые точно решаемые модели уравнения Гельмгольца позволяют выявить новые качественные особенности в динамике волновых процессов в неоднородной плазме с мелкомасштабными структурами достаточно большой амплитуды, а также они могут демонстрировать новые интересные возможности практических приложений при контролируемых изменениях параметров плазмы и волн (см., например, [1-10]). Это представляет большой интерес и для развития новых методов дистанционного зондирования объектов через плотную плазменную оболочку, для генерации электромагнитных волн в неоднородной плазме пучками заряженных частиц и передачи сигналов через слои плотной плазмы, например, от антенн с плотной плазменной оболочкой в космической плазме.

### Литература

- [1]. A.M.Dykhne, A.K.Sarychev, V.M.Shalaev. Phys. Rev. B. 2003, v.67, 195402.
- [2]. Шварцбург А.Б. УФН. 2005, т.175, № 8, с.833.
- [3]. E.Fourkal, I.Velchev, C.V.Ma, A.Smolyakov. Physics Letters A. 2007, v. 361, p.277.

- [4]. Н.С.Ерохин, В.Е.Захаров. Доклады Академии наук. 2007, т. 416, № 3, с.1.
- [5]. М.В.Давидович. Радиотехника и электроника. 2010, т.55, № 4, с.496.
- [6]. S.V.Nazarenko, A.C.Newell, V.E.Zakharov. Physics of Plasmas. 1994, v.1, № 9. p.2827.
- [7]. Б.А.Лаговский. Радиотехника и электроника. 2006, т.51, № 1, с.74.
- [8]. А.С.Шалин. Письма в ЖЭТФ. 2010, т.91, № 12, с.705.
- [9]. А.А.Жаров, И.Г.Кондратьев, М.А.Миллер. Физика плазмы. 1979, т.5, вып.2, с.261.
- [10]. А.Н.Козырев, А.Д.Пилия, В.И.Федоров. Физика плазмы. 1979, т.5, вып.2, с.322.