ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ И ФОРМА ИНТЕГРАЛОВ СТОЛКНОВЕНИЙ В ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ ПЛАЗМЫ

Туганов В.Ф.

Институт космических исследований РАН

Аннотация. Диэлектрическая проницаемость (ДП), будучи объективной характеристикой среды (плазмы), заведомо не может зависеть от методов и подходов к ее исследованию. Касается это и методов нахождения интеграла столкновений в линеаризованных (по внешнему электрическому полю **E**) кинетических уравнениях, приводящих не только к разным его формам, но и к различию в таких его свойствах, как зависимость от частоты ω и волнового вектора **k** поля. И хотя в [1, 19] предложен эксперимент, диагностирующий *адекватность метода линеаризации*, все-таки проще использовать указанную «инвариантность» самой ДП. Действительно, ее вид (форма) и свойства, очевидно, не должны зависеть от того, вычисляется ли она с интегралом столкновений для линейной по полю **E** добавки к *функции распределения частиц*, или с интегралами столкновений для соответствующих ее флуктуаций: не важно каких – линейных по **E** или в нулевом по нему приближению. Здесь показано, что только *флуктуационный подход к проблеме линейного отклика* [1-3] приводит к такой независимости диэлектрической проницаемости. Один и тот же интеграл столкновений, получающийся для разных исследуемых уравнений, существенно разнится от того, что следует из используемого до сих пор «метода вторичной линеаризации». Это когда линейные по **E** кинетические уравнения ищут из уравнений… *нулевого* по нему *приближения* (в [4-6] это предполагают в случае заряженных частиц плазмы, а в [8-10] - для атомов и других систем). То есть, даже не эксперимент (см. [1]), а всего лишь указанная «инвариантность» ДП как фундаментальной характеристики среды, - указывает на *неадекватность* «метода вторичной линеаризации» нулевого приближения, который пока еще повсеместно используется (см., например, [7]).

1. Введение, постановка задачи

Если ограничиться системой, состоящей из атомов, то диэлектрическая проницаемость (ДП), полученная при решении уравнений для их флуктуаций (см. (22) в [11]), примет вид

$$\varepsilon(k) = 1 - \frac{4\pi}{k^2}\int d\mathbf{p}\sum_{mn} G_{mn}(k,\mathbf{p})\frac{|\mathbf{q}\mathbf{d}_{mn}|^2}{\hbar}(N_n - N_m) \qquad (1)$$

Здесь 4-х вектор $k=(\omega,\mathbf{k})$, ω, $\mathbf{k}$ – частота, волновой вектор поля $\mathbf{E}_k$, ω_{mn} – частота перехода атома, $\mathbf{v}$ и $\mathbf{p}$ – его скорость и импульс, $N_n=N_n(p)$ – населенность уровня n, а в функции

$$G_{mn} = G_{mn}(k,\mathbf{p}) = 1/(\mathbf{kv} - \omega + i\omega_{mn} - i0) \qquad (2)$$

- положительная бесконечно малая мнимая часть частоты io определяет правило обхода полюсов (правило Ландау).

С другой стороны, из линеаризованного кинетического уравнения (см. (24) и (13) в [11])

$$i(\mathbf{kv} - \omega + \omega_{mn} - \tilde{\Gamma}_{mn}(k,\mathbf{p}))F_{mn}(k,\mathbf{p}) = \frac{i}{\hbar}(\mathbf{E} - \nabla\Phi)_k\,\mathbf{d}_{mn}(N_n - N_m) \qquad (3)$$

получается формула $\boldsymbol{E}_k = \mathbf{E}_k + \mathbf{e}_k = \mathbf{E}_k/\tilde{\varepsilon}(k)$ ($\mathbf{e}_k$ –самосогласованное поле) для фурье-компоненты среднего поля $\boldsymbol{E}_k$ как отклика на внешнее поле $\mathbf{E}_k$. Но здесь ДП атомной системы

$$\tilde{\varepsilon}(k) = 1 - \frac{4\pi}{k^2}\int d\mathbf{p}\sum_{mn} \tilde{G}_{mn}(k,\mathbf{p})\frac{|\mathbf{q}\mathbf{d}_{mn}|^2}{\hbar}(N_n - N_m), \qquad (4)$$

- как и спектральная плотность $(\delta\varphi^2)_q$ - определены уже функцией

$$\tilde{G}_{mn}(k,\mathbf{p}) = 1/(\mathbf{kv} - \omega + i\omega_{mn} - \tilde{\Gamma}_{mn}), \qquad (5)$$

где учтено влияние столкновений атомов, хотя сам радиационный параметр в (5)

$$\tilde{\Gamma}_{mn} = \tilde{\Gamma}_{mn}(k,\mathbf{p}) = \int dq(\delta\varphi^2)_q\sum_s \frac{[|\mathbf{q}\mathbf{d}_{ms}|^2 G_{sn}(k-q,\mathbf{p}) + |\mathbf{q}\mathbf{d}_{sn}|^2 G_{ms}(k-q,\mathbf{p})]}{\hbar^2}, \qquad (6)$$

задавая уширение ($\gamma_{mn} = \mathrm{Im}\,\hat{\Gamma}_{mn}(k,\mathbf{p})$) и сдвиг ($\Delta\omega_{mn} = \mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}_{mn}(k,\mathbf{p})$) линии, определен «бесстолкновительной» функцией G_{mn} (2); здесь и далее $q=(\Omega,\mathbf{q})$, $dq=d\Omega d\mathbf{q}/(2\pi)^4$).

Ответ на вопрос, почему ДП $\tilde{\varepsilon}(k)$, будучи откликом системы на внешнее поле (см. (4)-(6)), отлична, - чего заведомо не должно быть, - от $\varepsilon(k)$ (1), полученной из уравнений для флуктуаций, очевиден: при решении системы (7), (15) в [11] не учтено влияние столкновений. Здесь та же проблема, которая, - возникнув в задаче уширения плазменных резонансов, - давно решена. Причем так, что разные методики, например, [12-18] приводят (в равных условиях) к одному и тому же оператору интеграла столкновений

$$\hat{\nu}_c\left(k,\mathbf{p}\right)=\partial/\partial\mathbf{p}_s D_{sl}^{(c)}(k,\mathbf{p})\partial/\partial\mathbf{p}_l \qquad (7)$$

А он, кроме того, совпадает еще и с оператором столкновений $\tilde{\nu}_c$ в кинетическом уравнении для линейной по внешнему полю $\mathbf{E}_k$ добавки $F_c= F_c(k,\mathbf{p})$ к функции распределения частиц $f_c=f_c(p)$ сорта c=e,i [1-3]

$$i[\mathbf{kv}-\omega-\tilde{\nu}_c\left(k,\mathbf{p}\right)]F_c(k,\mathbf{p})\ +\ e_c\boldsymbol{E}_k\partial f_c\left(p\right)/\partial\mathbf{p}=0\,. \qquad (8)$$

Коэффициенты диффузии в $\tilde{\nu}_c$ и в $\hat{\nu}_c$ (7), имея одинаковый вид

$$D_{sl}^{(c)}\left(k,\mathbf{v}\right)=e_c^{\ 2}\int\ dq\ q_s q_l(\delta\varphi^2)_q G_c\left(k\text{-}q,\mathbf{v}\right), \qquad (9)$$

без каких-либо ограничений (например, (41.14) в [5]) зависят от 4-х вектора k=(ω,**k**). Но отличаются тем, что функция $G_c\left(k\text{-}q,\mathbf{v}\right)$ в операторе $\tilde{\nu}_c$ уравнения (8) получена в пренебрежении влиянием столкновений, а в $\hat{\nu}_c$ [12-18] – они учтены. Поэтому совпадения $\tilde{\nu}_c\equiv\hat{\nu}_c$, как и $\tilde{\Gamma}_{mn}\equiv\hat{\Gamma}_{mn}$ для функции (5), очевидно, легко достичь, приняв во внимание нелинейные слагаемые в соответствующих уравнениях для флуктуаций (см. далее общий случай в п. 2).

Важный вывод: форма оператора (7), будучи отлична от фоккер-планковской формы интегралов столкновений Ландау-Балеску-Ленарда [4-6] и тождественна интегралу столкновений в линеаризованных кинетических уравнениях [1-3, 19] приводит к одной и той же ДП плазмы. Физика проста: процесс релаксации в линейных по полю уравнениях, а, соответственно, и вид оператора столкновений, определяются исключительно самой системой и характером межчастичных в ней взаимодействий, но никак не ее состоянием (равновесным или турбулентным) и, тем более, не методами ее исследования и спецификой сделанных приближений. При этом тождество оператора (7) с оператором в линейных по полю кинетических уравнениях [1-3, 19], - *напрямую доказывает неадекватность* используемого повсеместно «метода вторичной линеаризации» найденных без поля интегралов столкновений [4-10]. ДП характеристика среды, поэтому физически несостоятельны и получаемая линеаризацией интегралов Ландау-Балеску-Ленарда фоккер-планковская (отличная от (7)) форма, и условие (41.14) [5] ее применимости. К тому же в [1, 19] предложен и эксперимент, диагностирующий *адекватность метода линеаризации*.

Поскольку методики [12-18] приводят к одинаковым (при равных условиях) результатам, обратимся, например, к [15], разрешая противоречия формул (1), (2) и (4), (5) в системе атомов.

2. Об уширении резонансов в атомных системах

Используя систему уравнений для флуктуаций нулевого по полю приближения в пространственно-однородной системе атомов, когда $N_{mn}=N_n\delta_{mn}$, перейдем к соответствующим фурье-компонентам в уравнениях (6)-(7) из [11] ($dq = d\Omega d\mathbf{q}/(2\pi)^4$)

$$i[\mathbf{qv} - \omega + \omega_{mn})\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}) - \frac{i}{\hbar}\delta \mathbf{ed}_{mn}(N_n - N_m) = \frac{\delta N_{mn}(0,\mathbf{q},\mathbf{p})}{i} +$$

$$\frac{i}{\hbar}\int dq'dq''\delta(q - q' - q'')\delta\mathbf{e}_{q'}\sum_s\big[(\mathbf{d}_{ms}\delta N_{sn}(q'',\mathbf{p}) - \mathbf{d}_{sn}\delta N_{ms}(q'',\mathbf{p})) - \qquad (11)$$

$$- < (\mathbf{d}_{ms}\delta N_{sn}(q'',\mathbf{p}) - \mathbf{d}_{sn}\delta N_{ms}(q'',\mathbf{p})) >\big]$$

Нелинейная часть учитывает влияние столкновений атомов на флуктуации, $\delta N_{mn}(0,\mathbf{q},\mathbf{p})$ - начальные флуктуации, <…> - усреднение по бесконечно малым объемам фазового пространства,

$$\delta\mathbf{e}_q = -4\pi\int d\mathbf{p}\sum_{mn}\mathbf{d}_{mn}\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}) \qquad (12)$$

Из названных работ [12-18] используем идеи, изложенные в [15]: хорошо видно, что начальные флуктуации $\delta N_{mn}(0,\mathbf{q},\mathbf{p}) \neq 0$ не играют при этом существенной роли. Добавим в левую и правую части (11) член $(-i\hat{\Gamma}_{mn}(q,\mathbf{p})\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}))$ и ведем оператор $\hat{G}_{mn}(q,\mathbf{p})$

$$\hat{G}_{mn}(q,\mathbf{p})[\mathbf{qv} - \omega + \omega_{mn} - \hat{\Gamma}_{mn})\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}) = \delta N_{mn}(q,\mathbf{p}) . \qquad (13)$$

Подставим формальное решение

$$\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}) = \hat{G}_{mn}(q,\mathbf{p})\Big\{\frac{\delta\mathbf{ed}_{mn}}{\hbar}(N_n - N_m) + \frac{\delta F_{mn}(0,\mathbf{q},\mathbf{p})}{i} +$$

$$+\frac{1}{\hbar}\int dq'dq''\delta(q - q' - q'')\delta\mathbf{e}_{q'}\sum_s\big[(\mathbf{d}_{ms}\delta N_{sn}(q'',\mathbf{p}) - \mathbf{d}_{sn}\delta N_{ms}(q'',\mathbf{p})) - \qquad (14)$$

$$- < (\mathbf{d}_{ms}\delta N_{sn}(q'',\mathbf{p}) - \mathbf{d}_{sn}\delta N_{ms}(q'',\mathbf{p})) >\big]\Big\}$$

в нелинейный (интегральный) член уравнения (11), и выделив в нем пропорциональное $\delta N_{mn}(q,\mathbf{p})$ слагаемое, получим, потребовав его равенства со слагаемым $(-i\hat{\Gamma}_{mn}(q,\mathbf{p})\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}))$

$$\left\{\hat{\Gamma}_{mn} - \int dq'(\delta\varphi^2)_{q'} \sum_s \frac{[|\mathbf{q}'\mathbf{d}_{ms}|^2 \hat{G}_{sn}(q-q',\mathbf{p}) + |\mathbf{q}'\mathbf{d}_{sn}|^2 \hat{G}_{ms}(q-q',\mathbf{p})]}{\hbar^2}\right\}\delta N_{mn} = 0 \quad (15)$$

К условию (15) необходимо добавить уравнение для $\hat{G}_{mn}(q,\mathbf{p})$ - - оператора по импульсам (и индексам m, n)

$$\hat{G}_{mn}(q,\mathbf{p})\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}) = \int d\mathbf{p}' G_{mn}(q,\mathbf{p};\mathbf{p}')\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}') \quad (16)$$

Используя (13), (15)

$$\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}) = \int d\mathbf{p}' G_{mn}(q,\mathbf{p};\mathbf{p}')\Big\{(qv - \Omega + \omega_{mn})\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}') - \int dq'(\delta\varphi^2)_{q'} \times$$
$$\times \int d\mathbf{p}'' \sum_s \frac{[|\mathbf{q}'\mathbf{d}_{ms}|^2 G_{sn}(q-q',\mathbf{p}';\mathbf{p}'') + |\mathbf{q}'\mathbf{d}_{sn}|^2 G_{ms}(q-q',\mathbf{p}';\mathbf{p}'')]}{\hbar^2}\Big\}\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}''), \quad (17)$$

представим уравнение для ядра $G_{mn}(q,\mathbf{p};\mathbf{p}')$ в виде

$$\int d\mathbf{p}''\delta N_{mn}(q,\mathbf{p}'')\Big\{\delta(\mathbf{p}''-\mathbf{p}) - \int d\mathbf{p}' G_{mn}(q,\mathbf{p};\mathbf{p}')\Big[(\mathbf{q}\mathbf{v}' - \Omega + \omega_{mn})\delta(\mathbf{p}''-\mathbf{p}') -$$
$$-\int dq'(\delta\varphi^2)_{q'} \sum_s \frac{|\mathbf{q}'\mathbf{d}_{ms}|^2 G_{sn}(q-q',\mathbf{p}';\mathbf{p}'') + |\mathbf{q}'\mathbf{d}_{sn}|^2 G_{ms}(q-q',\mathbf{p}';\mathbf{p}'')}{\hbar^2}\Big]\Big\} = 0 \quad (18)$$

Или, сделав замену $\mathbf{p} \leftrightarrow \mathbf{p}''$, выражение в $\{\ldots\}$ приведем к виду

$$\int d\mathbf{p}' G_{mn}(q,\mathbf{p}'';\mathbf{p}')\Big[(\mathbf{q}\mathbf{v}' - \Omega + \omega_{mn})\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}') - \int dq'(\delta\varphi^2)_{q'} \times$$
$$\times \sum_s \frac{|\mathbf{q}'\mathbf{d}_{ms}|^2 G_{sn}(q-q',\mathbf{p}';\mathbf{p}) + |\mathbf{q}'\mathbf{d}_{sn}|^2 G_{ms}(q-q',\mathbf{p}';\mathbf{p})}{\hbar^2}\Big] = \delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}'') \quad (19)$$

Откуда при

$$G_{mn}(q,\mathbf{p}';\mathbf{p}) = \hat{G}_{mn}(q,\mathbf{p})\delta(\mathbf{p}'-\mathbf{p}) \quad (20)$$

получим систему уравнений

$$\hat{G}_{mn}(k,\mathbf{p}) = 1/(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega + i\omega_{mn} - \hat{\Gamma}_{mn}(k,\mathbf{p})) \quad (21)$$

$$\hat{\Gamma}_{mn}(k,\mathbf{p}) = \int dq'(\delta\varphi^2)_{q'} \sum_s \frac{|\mathbf{q}'\mathbf{d}_{ms}|^2 \hat{G}_{sn}(k-q',\mathbf{p}) + |\mathbf{q}'\mathbf{d}_{sn}|^2 \hat{G}_{ms}(k-q',\mathbf{p})}{\hbar^2}, \quad (22)$$

где проблема применимости бесстолкновительного приближения (2) в (21), (22) решается отдельно в каждом конкретном случае.

Таким образом, если для плазменных резонансов в турбулентной среде их уширение важно само по себе [12-18], то в проблеме линейного отклика не менее важен еще и вопрос «инвариантности» ДП как фундаментальной характеристики среды. Именно это как раз и доказывает адекватность *метода линеаризации при флуктуационном подходе* в решении *основной задачи физической кинетики* [1-3, 19], в том числе и квантовой [9].

Литература:

1. Туганов В.Ф. Международная конференция МСС-09, 23-25 ноября 2009, Москва, ИКИ РАН. Сб. трудов, с. 147-152. - М.: ЛЕНАНД, 2009
2 Туганов В.Ф. там же, с. 100-105.
3. Туганов В.Ф. Препринт ГНЦ РФ ТРИНИТИ N 0096-А (2002)
4. Ландау Л.Д. ЖЭТФ, 1937. т. **7.** с. 203
5. Лифшиц Е.М., Питаевский В.П. Физическая кинетика, М. Наука, 1979, 2003
6. Александров А.Ф, Рухадзе А.А. Физика плазмы, 1997. т. 23, с. 474.
7. Брантов А.В., Быченков В.Ю., Розмус В. ЖЭТФ, 2008, т. 133 вып. 5, с. 1123-1139
8. Климонтович Ю.Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов. Монография. - М.: Наука. 1980
9. Раутиан С.Г., Смирнов Г.И., Шалагин А.М. Нелинейные резонансы в атомных спектрах. Новосибирск. Наука. 1979
10. Исихара А. Статистическая физика. М.: Мир, 1973
11. Туганов В.Ф. Международная конференция МСС-14, 24-27 ноября 2014, Москва, ИКИ РАН. Сб. трудов, с. 100-105.
12. Dupree T.H., Phys. Fluids. 1966. V. 9. p. 1773
13. Orsag S.A. and Kraichnan R.H. Phys. Fluids, 10, 1720 (1967).
14. Weinstock T. Phys. Fluids, 12, 1045 (1969).
15. Цытович В.Н. Теория турбулентной плазмы. М., Атомиздат, 1971
16. Weinstock T. and Bezzerides B. Phys. Fluids, 16, 2287 (1973).
17. Konom M. and Ichikawa Y.N. Progress of Theoretical Physics, Vol. 49, No. 3, March 1973, p. 754
18. Zasenko V.I., Zagorodny A.G., Weiland J. Ukr. J. Phys. 2011. Vol. 56, No. 7, p. 654
19. Туганов В.Ф. XV Всероссийская конференция (ДВП-15). 3-7 июня 2013 г., Звенигород. Тезисы докладов, с. 123-125