

Секция 1. Взаимодействие волн и заряженных частиц с однородными и неоднородными средами (The interaction of waves and charged particle with homogeneous and inhomogeneous media)

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ АВТОРЕЗОНАНСЕ

Моисеев С. С., Буц В.А.

National Science Center “Kharkov Institute of Physics and Technology”, Kharkov, Ukraine; E-mail: vbuts@kipt.kharkov.ua

Аннотация. Показано, что динамика заряженных частиц в условиях, близких к авторезонансу, обладает рядом важных особенностей. Так, анализ нелинейных циклотронных резонансов показал, что их ширина при приближении к условиям авторезонанса неограниченно растет. Еще быстрее при этом растет расстояние между нелинейными резонансами. В результате перекрытие нелинейных резонансов не происходит. Соответственно, режимы с динамическим хаосом не возникают. Однако показано, что в условиях авторезонанса фазовая динамика заряженных частиц очень чувствительна к флуктуациям. В условиях авторезонанса эти флуктуации аномально растут.

1. Введение

Циклотронные резонансы широко используются в физике плазмы и в физической электронике. На основе этих резонансов разработаны разнообразные схемы нагрева частиц плазмы. Они лежат в основе целого ряда гирорезонансных приборов. Среди циклотронных резонансов особую роль играет авторезонанс [1-3]. Этот резонанс выделяется тем, что при взаимодействии заряженных частиц с электромагнитными полями в условиях этого резонанса, эффективность взаимодействия между частицами и полем не меняется при изменении энергии частиц. Это позволяет, в частности, предложить разнообразные схемы неограниченного ускорения заряженных частиц. Однако, несмотря на такую эффективность и на тот факт, что теория этого резонанса достаточно хорошо разработана, он, насколько нам известно, не нашел должного

использования. Причиной такого положения, возможно, является не до конца выясненные особенности этого резонанса. В настоящей работе мы укажем на одну особенность такого резонанса, которая, возможно, позволит объяснить сложившееся положение.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть частица (электрон) движется в поле электромагнитной волны произвольной поляризации и в постоянном магнитном поле, которое направлено вдоль оси z . Волна имеет следующие компоненты:

$$\vec{E} = \text{Re} \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}, \vec{E}_0 \equiv \{E_0(\alpha_x, i\alpha_y, \alpha_z)\}, \vec{H} = \text{Re}(c/\omega)[\vec{k}\vec{E}], \quad (1)$$

где E_0 — амплитуда напряженности электрического поля волны,

$\vec{\alpha} \equiv \{\alpha_x, i\alpha_y, \alpha_z\}$ — вектор поляризации волны.

Уравнение движения заряженной частицы в этом случае имеет вид:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \equiv \frac{d}{dt}(\gamma m \vec{v}) = e\vec{E} + \frac{e}{mc}[\vec{p}\vec{H}] + \frac{e}{mc}[\vec{p}, \vec{H}_e]. \quad (2)$$

Аналогично работам [4-5] введем следующие безразмерные зависимые и независимые переменные: $\tau = \omega t$, $\omega_H = eH/mc\omega$.

$\vec{p} \rightarrow \frac{\vec{p}}{mc}$, $\vec{k} \rightarrow \vec{k} \frac{c}{\omega}$, $\vec{r} \rightarrow k\vec{r}$, $\varepsilon_0 = \frac{eE_0}{mc\omega}$ и запишем напряженность

электрического поля волны в виде $\vec{\varepsilon} = \text{Re} \vec{\varepsilon} e^{i\Psi}$,

$\vec{\varepsilon} = \{\varepsilon_0(\alpha_x, i\alpha_y, \alpha_z)\}$, $\Psi = \vec{k}\vec{r} - \tau$.

В этих переменных уравнения движения заряженной частицы можно привести к виду:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{p}} &= (1 - \vec{k}\vec{p}/\gamma) \text{Re}(\vec{\varepsilon} e^{i\Psi}) + (\vec{k}/\gamma) \text{Re}(\vec{p}\vec{\varepsilon}) e^{i\Psi} + (\omega_H/\gamma)[\vec{p}, \vec{h}], \\ \dot{\vec{r}} &= \vec{p}/\gamma, \quad \dot{\Psi} = \vec{k}\vec{p}/\gamma - 1, \end{aligned} \quad (3)$$

Система уравнений (3) имеет следующие интегралы:

$$\vec{p} - \text{Re}(i\vec{\varepsilon} e^{i\Psi}) - \vec{k}\gamma - \omega_H[\vec{r}, \vec{h}] = \text{const} \quad (4)$$

Будем рассматривать наиболее интересную и реальную область параметров, когда параметр силы волны мал ($\varepsilon_0 \ll 1$). В этом случае удобно ввести следующие переменные:

$$\begin{aligned}
p_x &= p_\perp \cos \theta, \quad p_y = p_\perp \sin \theta, \quad p_z = p_\parallel, \\
x &= \xi - (p_\perp / \omega_H) \sin \theta, \quad y = \eta + (p_\perp / \omega_H) \cos \theta,
\end{aligned} \tag{5}$$

Отметим, что движение частиц будет происходить по поверхности эллипсоида $\gamma^2 = p_z^2 + p_\perp^2$. Более того, движение будет происходить вдоль линии пересечения этого эллипсоида с интегралами (5). Этот факт позволяет указать на некоторые важные общие закономерности движения частиц. В частности об условиях ее неограниченного ускорения.

Уравнения движения в новых переменных имеют достаточно сложный вид. Однако они легко и существенно упрощаются. Для их упрощения заметим, что эффективное взаимодействие частицы с полем происходит вблизи одного из резонансных условий:

$$R_s = k_z v_z + (s\omega_H / \gamma) - 1 \rightarrow 0, \tag{6}$$

Считая резонансное условие (6) выполненным, вводя резонансную фазу $\theta_s = s\theta - \tau$ и усредняя полученную систему уравнений по быстро меняющимся (нерезонансным) фазам получим следующие уравнения движения:

$$\begin{aligned}
\dot{p}_\perp &= \frac{1}{p_\perp} (1 - k_z v_z) W_s \varepsilon_0 \cos \theta_s; \quad \dot{p}_z = \frac{1}{\gamma} k_z W_s \varepsilon_0 \cos \theta_s; \\
\dot{\theta}_s &= R_s \equiv k_z v_z + s \frac{\omega_H}{\gamma} - 1; \quad \dot{\gamma} = \frac{\varepsilon_0}{\gamma} W_s \cos \theta_s;
\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $W_s \equiv \alpha_x p_\perp \frac{s}{\mu} J_s - \alpha_y p_\perp J_s' + \alpha_z p_z J_s$, $\mu \equiv k_x p_\perp / \omega_H$.

Ограничимся линейными по $\tilde{\gamma}$ членами. Тогда уравнение движения частицы можно переписать в виде:

$$\frac{d^2 \theta_s}{d\tau^2} - \frac{\partial R_{s0}}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_0} \frac{\varepsilon_0}{\gamma_0} W_s \cos \theta_s = 0. \tag{8}$$

Из этого уравнения легко найти значение ширины нелинейного резонанса в энергетических единицах:

$$\Delta \gamma_s = 4 \sqrt{\varepsilon_0 W_s / \left(\gamma_0 \frac{\partial R_s}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_0} \right)}. \tag{9}$$

Используя интегралы (4) и резонансные условия (6) можно найти расстояние между циклотронными резонансами:

$$\delta\gamma = \omega_H / (1 - k_z^2) \quad (10)$$

Учитывая, что $(\partial R_s / \partial \gamma) \sim (1 - k_z)$ можно сделать заключение о том, что при приближении к авторезонансу $((1 - k_z) \rightarrow 0)$ растет как ширина нелинейного резонанса, так и расстояние между ними. Однако видно, что расстояние между резонансами растет значительно быстрее. Это означает, что в условиях авторезонанса нелинейные резонансы не будут перекрываться. Соответственно не будут возникать режимы с динамическим хаосом. Динамика частиц будет регулярной.

3. Влияние флуктуаций

Таким образом, в отсутствие перекрытия резонансов динамика частиц регулярна (мы не рассматриваем частицы вблизи сепаратрис). Ниже мы покажем, что влияние даже малых флуктуаций может существенно изменить динамику в условиях авторезонанса. Для этого рассмотрим наиболее простой случай – случай влияния аддитивного шума. В качестве примера учтем влияние шумовой компоненты внешнего магнитного поля и ограничимся линейным приближением. В этом случае уравнения (7) можно переписать в виде:

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = -B\theta, \quad \frac{d\theta}{d\tau} = \alpha\gamma + f, \quad (11)$$

где $B \equiv \varepsilon_0 W_n / \gamma_0$, $\theta = \theta_n - \pi / 2$, $\alpha \equiv (\partial R / \partial \gamma)_{\gamma_0}$, $f \equiv n\tilde{\omega}_H / \gamma_0$.

Будем считать, что $f(\tau)$ – гауссовский, δ –коррелированный случайный процесс с нулевым средним:

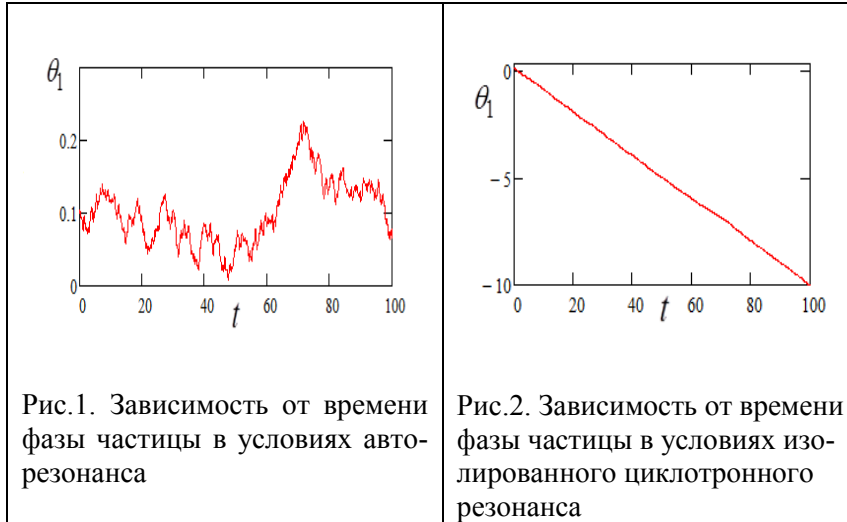
$$\langle f \rangle = 0, \quad \langle f(\tau)f(\tau') \rangle = 2D\delta(\tau - \tau'). \quad (12)$$

В этом случае анализ системы (11) дает возможность получить аналитические выражения как для первых, так и для вторых моментов. В частности можно получить такое выражение для среднего квадрата энергии частицы:

$$\langle \gamma^2 \rangle = \frac{\varepsilon_0 W_n D}{2\gamma_0 (\partial R / \partial \gamma)} \tau \quad (13)$$

Из этого выражения следует, что в условиях авторезонанса

$((\partial R / \partial \gamma) \rightarrow 0)$ даже малые флуктуации могут существенно изменить динамику частиц. Еще более сильное влияние флуктуации оказывают на динамику фазы. На рисунках 1 и 2 представлены временная динамика фазы частицы. На рисунке 1 частица движется в поле волны достаточно умеренной амплитуды ($\varepsilon_0 \sim 10^{-2}$) в условиях близких к авторезонансу ($(1 - k_z) \sim 10^{-4}$). Начальная энергия частиц выбиралась равной $\gamma_0 \sim 100$. Флуктационная сила равнялась 0.1 ($f = 0.1$). Фаза частицы оказывается очень чувствительной к этим флуктуациям. Отметим, что в условиях авторезонанса без внешних сил фаза частицы сохраняет свое значение.



На рисунке 2 частица движется в условиях изолированного циклотронного резонанса. Амплитуда волны, начальная энергия частицы и внешняя флуктационная сила были такими же как и в случае авторезонанса. Единственным различием был уход от условий авторезонанса ($(1 - k_z) \sim 10^{-2}$). Из сравнения этих рисунков следует, что в условиях авторезонанса фаза частицы значительно более чувствительна к флуктуациям, чем фаза частицы в условиях изолированного циклотронного резонанса.

4. Заключение

Таким образом, взаимодействие заряженных частиц с полями внешних электромагнитных волн в условиях авторезонанса обладает некоторыми важными особенностями, которые необходимо иметь в виду. Главной особенностью является тот факт, что в условиях авторезонанса с одной стороны динамический хаос не развивается, а с другой стороны динамика частиц, в особенности фаза частиц, оказывается аномально чувствительна к влиянию малых флуктуаций. Возможно, с этой особенностью связаны известные неудачи в создании эффективных схем гиротронов на авторезонансе. Действительно, фазовая десинхронизация частиц в результате влияния малых флуктуаций не позволяет осуществить эффективные схемы коллективного взаимодействия потоков заряженных частиц с возбуждаемым полем. С другой стороны, наличие этой особенности позволяет рассматривать новые схемы эффективного нагрева заряженных частиц.

Исследования выполнены при частичной поддержке целевой программы: «Перспективні дослідження з фізики плазми, керованого термоядерного синтезу та плазмових технологій». Розпорядження НАН України від 12.03. 2014, N151.

Литература

1. В.Я. Давыдовский О возможности резонансного ускорения заряженных частиц электромагнитными волнами в постоянном магнитном поле. // ЖЭТФ, 1962, т. 43, вып. 9, с. 886–888.
2. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. Авторезонансное движение частицы в плоской электромагнитной волне. // ДАН СССР, 1962, т. 145, № 6, с. 1259–1261.
3. В.П. Милантьев. Циклотронный авторезонанс (к 50-летию открытия). // УФН, 2013, т. 183, № 8, с. 875-884.
4. В.А.Балакирев, В.А.Буц, А.П.Толстолужский, Ю.А.Туркин. Хаотизация движения пучка сфазированных осцилляторов. // ЖЭТФ, 1983, т.84, в. 4, с. 1279-1289.
5. В.А.Балакирев, В.А.Буц, А.П.Толстолужский, Ю.А.Туркин. Динамика движения заряженных частиц в поле двух электромагнитных волн. // ЖЭТФ, 1989, т.95, в. 4, с.1231-1245.