

ISSN 2075-6836

УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ИНСТИТУТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ РАН



С. С. Вениаминов

**ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ПЛАНИРОВАНИЯ
ПОИСКА КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА
ПО НЕТОЧНОЙ АПРИОРНОЙ
ИНФОРМАЦИИ О ЕГО ОРБИТЕ**

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
Р. Р. НАЗИРОВА

СЕРИЯ
МЕХАНИКА, УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА

Москва, 2010

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук *А. В. Багров*, д-р физ.-мат. наук *Л. В. Рышлова*
Учреждение Российской академии наук «Институт астрономии РАН»*Stanislav S. Veniaminov***AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF PLANNING THE SEARCH
FOR A SPACE OBJECT USING IMPRECISE ORBITAL INFORMATION**

The theory of planning the search for a space object using imprecise a-priori information on its orbit parameters was developed. The basis of the theory includes the set-theoretical presentation of the space object current position uncertainty domain and its dynamics, the formulation of the principle of equivalence of the search plan elements for different times, and mathematical description of the phenomenon of the search plan degradation during its realization. All main search situations taking place in the space surveillance practice were considered and investigated in terms of this theory. Some constructive means for compensation of the search plan degradation negative consequences were suggested. The most efficiency can be achieved in terms of this theory for narrow-angle and narrow-beam sensors and for weak signal from the sought for space object.

Keywords: space object, state vector, search plan, search theory, sensor, observation, measurement, detection, efficiency

В монографии развивается теория планирования поиска космического объекта по грубой априорной информации о параметрах его орбиты. Основу теории составляют теоретико-множественное представление области неопределенности текущего положения искомого объекта, формулирование принципа эквивалентности элементов плана поиска для различных моментов времени (также в теоретико-множественной интерпретации), математическое описание явления деградации плана поиска в процессе его реализации. На разработанной теоретической базе построен комплекс методов оптимального и субоптимального планирования поиска космического объекта для самых различных поисковых ситуаций. Планирование поиска космического объекта на основе изложенной теории наиболее эффективно при использовании узкопольных (оптических) и узколучевых (радиолокационных, лазерных) средств наблюдения и при слабом полезном сигнале от искомого объекта.

Ключевые слова: космический объект, вектор состояния, план поиска, теория поиска, средство наблюдения (сенсор), наблюдение, измерение, обнаружение, эффективность.

Редактор: *Корниленко В. С.*Компьютерная верстка: *Комарова Н. Ю.*© Учреждение Российской академии наук
Институт космических исследований (ИКИ) РАН, 2010
© Дизайн обложки Давыдов В. М., Захаров А. Н., 2010**Содержание**

Список принятых сокращений	5
Предисловие	6
Введение	8
1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ	14
1.1. Источники и формы неточной информации об орбите искомого космического объекта	14
1.2. Некоторые основные понятия и определения.	21
1.3. Общая постановка проблемы поиска движущегося космического объекта	23
1.4. Краткий обзор теории поиска, её задач и методов	28
2. ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПОИСКА ЦИКЛИЧЕСКИ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ	32
2.1. Вводные замечания и исходные понятия	33
2.2. Аппарат кривых эквивалентности	34
2.3. Оптимальные условия поиска объекта одним прибором в пределах цикла (общий случай).	37
2.4. Частный вид закона движения объекта.	40
2.5. Оптимизация поиска объекта группой приборов	45
2.6. Планирование поиска группы объектов группой приборов	52
2.7. Планирование поиска по критерию времени обнаружения	56
2.8. Обнаружение объекта в кратчайшее время при неизвестном распределении его положения на интервале поиска	65
2.9. Учет влияния ошибки в периоде движения объекта на планирование его поиска	67
3. ПОИСК ВЫСОКООРБИТАЛЬНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ	73
3.1. Особенности проблемы обнаружения высокоорбитальных космических объектов	73
3.2. Поиск высокоорбитального космического объекта по аргументу широты	79
3.2.1. Постановка задачи и трактовка основных понятий аппарата кривых эквивалентности	79

3.2.2. Дискретные планы поиска и практическое их использование	82
3.2.3. Учет реальных условий наблюдения в плоскости tu	87
3.2.4. Поиск высокоорбитального космического объекта при наличии значительных ошибок в нескольких элементах орбиты	88
3.3. Планирование поиска высокоорбитального космического объекта по критерию времени обнаружения	94
3.4. Планирование поиска высокоорбитального космического объекта после маневра (общий случай).	95
3.5. Учет ошибки в периоде обращения космического объекта при планировании его поиска	102
3.6. Планирование поиска геостационарного космического объекта после коррекции его орбиты.	102
3.7. Оптимизация поиска космического объекта и группы космических объектов группой пунктов наблюдения	107
3.8. Оценка эффективности предлагаемой методологии планирования поиска космического объекта	111
4. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ПОСТАНОВКИ ПРОБЛЕМЫ ПОИСКА КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ПО НЕТОЧНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ	118
4.1. Временная структурная трансформация области неопределённости текущего положения космического объекта	119
4.2. Некоторые основные понятия, определения и обозначения	119
4.3. Временная трансформация точки в картинной плоскости	124
4.4. Явление деградации плана поиска космического объекта в процессе его реализации.	129
4.5. Возможности противодействия явлению деградации плана поиска	133
4.6. Оптимизация планирования поиска космического объекта с частичной компенсацией деградации плана поиска	135
Литература	137

Список принятых сокращений

ВГ	— «ветвей и границ» (схема, метод)
ВОВО	— высокоорбитальный космический объект
ВЭКО	— космический объект на высокоэллиптической орбите
ДПО	— дополнительное правило отсечения
ИСЗ	— искусственный спутник Земли
КА	— космический аппарат
КК	— космический корабль
ККП	— контроль космического пространства
КМ	— космический мусор
КО	— космический объект
КС	— космическая система
КЭ	— кривая эквивалентности
ММД	— малая мерная дуга (орбиты)
НОКО	— низкоорбитальный космический объект
ОКП	— околоземное космическое пространство
ОНТП	— область неопределенности текущего положения
ОПП	— оптимальный план поиска, оптимальное планирование поиска
ПАО	— программно-алгоритмическое обеспечение
ПЗС	— прибор зарядовой связи
ПП	— план поиска
РЛС	— радиолокационная станция
СККП	— система контроля космического пространства
с.к.о.	— среднеквадратическое отклонение
СН	— средство наблюдения
ТП	— теория поиска
ЦУ	— целеуказание
ЭОП	— эффективная отражающая поверхность
ЭПП	— эффективная проконтролированная площадь
ЭПР	— эффективная поверхность рассеивания

Предисловие

Настоящая книга явилась финалом исследований автора в области контроля и инвентаризации околоземного космического пространства, проводившихся в течение последних 30 лет. Стимулом к ее написанию послужило отсутствие единой математической теории планирования поиска космических объектов при наличии лишь грубой исходной информации о векторах их состояния. Такая теория могла бы существенно повысить эффективность поиска и обнаружения КО в околоземном космосе, в чем настоятельную необходимость испытывала практика контроля космического пространства как в России, так и в других космических державах.

Долгое время многочисленные результаты в решении задач поиска КО представляли собой совокупность методов поиска, часто эмпирических, не связанных между собой единым теоретическим фундаментом, который попросту отсутствовал.

Определенных успехов в построении единой теории планирования поиска КО по грубой априорной информации удалось добиться благодаря использованию теоретико-множественного подхода к представлению, анализу и учету в процессе планирования временной структурной трансформации области неопределенности текущего положения искомого КО, формулированию принципа эквивалентности элементов плана поиска в различные моменты времени и разработке аппарата кривых эквивалентности.

В итоге разработанная теория дала возможность математически обоснованно строить планы поиска КО (в том числе и оптимальные) практически при любом характере ошибок исходных данных о векторе состояния КО. Определенную законченность и полноту теории придали обнаружение и математическое описание факта

деградации плана поиска в процессе его реализации и разработка способов смягчения и компенсации негативных последствий этого явления при построении планов поиска.

В то же время принятие некоторых в большинстве случаев вполне оправданных ограничений на характер ошибок (например, допущение превалирующего роста ошибки только вдоль траектории движения КО) приводит к существенному упрощению процедуры планирования и, в результате, к простым и внятным конструктивным схемам построения оптимальных и субоптимальных планов поиска. А очевидное изящество и естественность этих схем свидетельствуют об адекватности разработанной теории. Практические методы планирования поиска КО, построенные на основе этой теории, реализованы на действующих оптико-электронных средствах наблюдения и показали свою эффективность.

Автор выражает свою признательность за помощь в работе над книгой доктору технических наук Р. Р. Назирову, научным рецензентам докторам физико-математических наук Л. В. Рыхловой, А. В. Багрову, сотрудникам и коллегам — кандидатам технических наук В. В. Лапухину, О. К. Рязанову, А. М. Червонову и другим, чьи полезные замечания и советы были автором с благодарностью учтены.

С. Вениаминов

Вениаминов Станислав Сергеевич — ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского центра «Космос» (г. Москва) Министерства обороны, доктор технических наук, профессор

Veniaminov Stanislav S. — Leading scientist, Scientific Research Center “Kosmos”, MoD, Full Doctor of Sciences, Professor

Введение

В 60-х гг. XX в. с началом космической эры в экологии Земли произошло радикальное событие. Появился новый фактор — в околоземном космическом пространстве (Report..., 1989; Interagency Report..., 1995) возникла и стала стремительно наращиваться популяция техногенных космических объектов. Под КО здесь будем понимать, прежде всего, искусственные спутники Земли.

Это явление имело, разумеется, не только негативные экологические последствия (постепенное техногенное засорение ОКП), но и позитивные научные, экономические, социальные, культурные, ради которых, собственно, и создавались ИСЗ. Космос стал насыщаться также космическими аппаратами военного назначения, относительно полезности которых для человечества навряд ли существует единое мнение.

Независимо от характера отношения к этому новому фактору несомненным является следующий вывод: у человечества появилась новая важная забота и даже обязанность — держать процесс техногенного «заселения» ОКП под пристальным вниманием и контролем, т. е. вести космический мониторинг. Технически это означает необходимость иметь постоянно обновляемые кинетические параметры (позиционные координаты и соответствующие компоненты скорости) для как можно большего множества КО. Без этого нельзя поддерживать устойчивую коммуникацию с действующими космическими аппаратами и кораблями, осуществлять оперативное управление ими с Земли, следить за положением и перемещением космического мусора в ОКП с целью предупреждения столкновения его элементов с действующими КА и предсказания возможного падения крупных обломков на Землю, не говоря уже о полноценном научном изучении процесса техногенного засорения ОКП.

С целью систематического и профессионального осуществления этой важной функции в мире начали создаваться системы контроля космического пространства. Первые СККП были построены в России и США. В первой декаде XXI в. началось создание такой системы в Европе под эгидой Европейского космического агентства (ЕКА) (Donath et al., 2005; Schildknecht et al., 2005).

Весомый вклад в реализацию функции контроля космического пространства вносят и самостоятельные (независимые) средства наблюдения (радиолокационные, оптические, оптико-электронные, радиотехнические) различных стран. Главным продуктом этого контроля служит динамический каталог космических объектов, который ведется и обновляется за счет измерений, получаемых от средств наблюдения.

Множество измерений от средств наблюдения служит источником не только обновления кинетических параметров КО, уже внесенных ранее в каталог, но и обнаружения новых КО. Последняя функция обслуживается специальными, поисковыми режимами работы средств наблюдения (в отличие от режимов наблюдения конкретных КО по точным целеуказаниям).

Исторически проблема поиска КО возникла в основном с появлением высокоорбитальных КО. Для обнаружения низкоорбитальных КО она была неактуальна. Существующая сеть радиолокационных средств непрерывно контролирует обширную область космического пространства. Большое число прохождений НОКО через зоны контроля РЛС, обусловленное значительным количеством последних, высокой их производительностью и малым периодом обращения НОКО, легко решает вопрос о получении достаточно плотного потока измерений по всем НОКО для реализации принципа их пассивного обнаружения (без поиска). В соответствии с этим принципом параметры орбит новых КО получаются как «отходы производства» уточненных параметров орбит каталогизированных КО, и не требуется специальных, поисковых режимов работы средств наблюдения.

Однако дальность действия РЛС довольно ограничена. Поэтому совершенно иначе обстоит дело с решением проблемы обнаружения ВОКО. Невозможность создания достаточно мощного сплошного и непрерывного во времени электромагнитного поля в дальнем космосе, которое перекрывало бы все возможные траектории

движения ВОКО, оставляет единственно приемлемым решением проблемы обнаружения ВОКО принцип активного поиска их с помощью оптических, оптико-электронных и узколучевых радиолокационных средств.

Действие ряда специфических для области высоких орбит факторов усложняет организацию контроля ВОКО, приводит к возникновению поисковых ситуаций не только на этапе первоначального обнаружения новых ВОКО, но и на последующих этапах контроля их движения, обуславливает труднодоступность и дефицит измерений, чрезмерную энергоемкость и трудоемкость процесса контроля высокоорбитальных КО, его большую неустойчивость. Такими факторами являются:

- массовые коррекции орбит (маневрируют все действующие КА);
- фактор малой мерной дуги (обусловленный слишком большими периодами обращения ВОКО и выражающийся в необходимости использования весьма продолжительных во времени и протяженных в пространстве мерных интервалов для достижения приемлемой точности определения орбит);
- метеоусловия и фаза освещенности КО (существенные для оптических средств);
- значительная удаленность и большой объем области высоких орбит (в сотни и тысячи раз превышающий объем низкоорбитальной области);
- сужение поля зрения средств с увеличением дальности объектов наблюдения;
- сравнительно низкий уровень полезного сигнала;
- ограниченная производительность средств наблюдения и др.

Таким образом, методология обнаружения и устойчивого массового контроля движения ВОКО должна существенно отличаться от таковой для НОКО. До последнего времени она не была систематически разработана. Универсальный математический аппарат и теория оптимального планирования поиска ВОКО, которые должны лежать в основе этой методологии, также отсутствовали. Если одна из основных проблем контроля движения ВОКО — создание математической модели движения ВОКО с учетом всех существенных возмущений и определения их орбит по совокупности измерений — решена вполне удовлетворительно в работах (Вашковьяк, 1971, 1983; Аксенов, 1977; Бахшиян и др., 1980; Лидов, 1978; Соло-

вьев, 1974; Сочилина, 1981, 1984а, б; Саврасов, 1981; Назаренко, Скребушевский, 1981; Бажинов, Почукаев, 1976; Эльясберг, 1965, 1976; Эрик, 1963), то проблема оптимального планирования поиска ВОКО на основе эффективного учета неполной априорной информации об орбите до сих пор оставалась не решенной (Veniaminov et al., 1998).

Методы поиска КО можно условно разбить на две категории:

- обзоры некоторых областей небесной сферы с целью обнаружения всех доступных данному средству наблюдения КО, находящихся в этой области;
- поиск конкретного КО по имеющейся, как правило, неточной априорной информации о параметрах его движения.

В первом случае СН осуществляют сканирование заданной области небесной сферы (обычно довольно обширной и неподвижной в каждом цикле поиска) по некоторой заранее выбранной стратегии и обнаружение всех попадающихся КО, сигнал от которых имеет энергию, достаточную для восприятия его приемником СН. Методы регулярного просмотра (сканирования) заданной области пространства и постановки оптических и радиолокационных барьеров, достаточно полно разработанные в трудах (Абчук, Суздаль, 1977; Здор, Широков, 1973; Катус, 1966, 1970), имеют все же ограниченную сферу применения — прежде всего, на начальной стадии каталогизации КО, когда практически отсутствует априорная информация об орбитах большинства КО, затем — в режиме периодических обзоров.

Применение этих методов ограничивается их недостаточной экономичностью, большой продолжительностью и связностью цикла сканирования, неизбежностью получения и идентификации множества лишних измерений, низкой эффективностью при обнаружении слабых полезных сигналов и просто непригодностью в ряде важнейших поисковых ситуаций. Они не могут обеспечить высокой оперативности обнаружения КО, достаточной точности определения орбит КО при поступлении первого сигнала в конце рабочего цикла, обнаружения КО с малой эффективной отражающей поверхностью (эффективной поверхностью рассеивания), предъявляют слишком высокие требования к производительности СН. Методы регулярного просмотра и постановки барьеров оставляют нетронутым большой резерв повышения эффективности использования СН.

Во втором случае СН просматривают (также по определенному плану) обычно довольно ограниченную непрерывно перемещающуюся в пространстве область неопределенности текущего положения искомого КО. Размеры, положение и параметры движения ОНТП КО в пространстве определяются известной априорной информацией об орбите КО, ее качеством.

Итак, необходимость разработки методов оптимального планирования поиска КО на основе эффективного использования неточной априорной информации обусловлена

- требованиями высокой эффективности и устойчивости контроля движения КО;
- повышением требований к оперативности и надежности обнаружения новых и совершивших маневр КО;
- экономическими соображениями и требованиями более эффективного использования СН;
- потребностями планового обеспечения наблюдения ВОКО средствами с малым полем зрения (узким зондирующим лучом) и наведения средств «подсветки» КО;
- сложностью проблем поиска, обнаружения и наблюдения КО с малой ЭОП (ЭПР) и быстро перемещающихся в поле зрения СН;
- наличием проблемы гарантированного контроля орбит особо важных КО при выводе их на орбиту, после совершения ими маневра, при ухудшении условий наблюдения и в аварийных ситуациях.

Понятие «неточная орбитальная информация» довольно условно. Одна и та же информация может быть точной для одного СН и неточной для другого. Это зависит, в частности, от размеров поля зрения или луча последнего. Для определенности, условимся считать априорную орбитальную информацию об искомом КО точной, если поле зрения используемого для поиска СН полностью* покрывает ОНТП КО, и неточной в противном случае. Понятно, что при наличии точной априорной информации поиск КО вырождается в его частный случай — в наблюдение КО по точному целеуказанию. Именно в этом смысле можно не делать различия между этими режимами.

* Термин «полностью» здесь нельзя воспринимать абсолютно, но об этом позже.

Настоящая монография посвящена исследованию второй категории методов поиска КО — поиска по грубой априорной информации о его орбите — и разработке основ соответствующей теории планирования поиска. Именно эта категория представляется наиболее актуальной и интересной с математической точки зрения.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ

1.1. Источники и формы неточной информации об орбите искомого космического объекта

Априорная информация для планирования поиска КО может иметь различную форму и происхождение, например:

- информация о времени и месте запуска КО;
- проектные или целесообразные номинальные значения параметров орбиты КО;
- статистические данные о параметрах орбит КО различных классов (например, по назначению);
- оценка параметров орбиты по грубым измерениям или по малому их числу, или по измерениям на малой мерной дуге орбиты;
- устаревшая информация об орбите;
- информация о коррекции орбиты КО, о его маневре;
- информация об орбитальной структуре космической системы.

Начнем с того, что параметры орбиты со временем стареют вследствие эволюции ошибок вектора состояния КО. И если по каким-либо причинам прекратился приток новых измерений по данному КО, то его орбитальная информация постепенно теряет точность по отношению к текущему времени. Это один из наиболее естественных случаев получения неточной орбитальной информации.

Далее, заметим, что сам каталог КО, ведущийся в СККП, служит другим естественным источником грубой априорной орбитальной информации о КО хотя бы потому, что даже информация, считающаяся очень точной с многих точек зрения, оказывается грубой для узкопольных и узколучевых устройств или для выполнения специальных операций с соответствующим ИСЗ.

В отсутствие публикации значений параметров орбит при необходимости обнаружения, например, ВОКО на высокоэллиптической

орбите целесообразно воспользоваться следующей априорной информацией.

1. Положение плоскости орбиты (долгота восходящего узла Ω) при известном стартовом полигоне определяется по времени и дате старта исходя из условия оптимальной энергетики вывода.

2. В интересах стабильности положения апогея высокоэллиптической орбиты ее наклонение i должно быть близко к критическому (*Эльясберг*, 1965). Гистограммы распределения значений начальных наклонений орбит ВОКО серий SDS, пр. 711, «Навстар», «Молния», «Космос» приведены на рис. 1.1.1.

3. С точки зрения обеспечения наилучших условий радиовидимости и обзора северного полушария Земли значение аргумента перигея ω орбиты должно быть в интервале $270...290^\circ$ (*Чернявский, Бартенев*, 1978).

4. Практически все задачи, решаемые ВЭКО, требуют периодического повторения трассы КА на поверхности Земли, что может

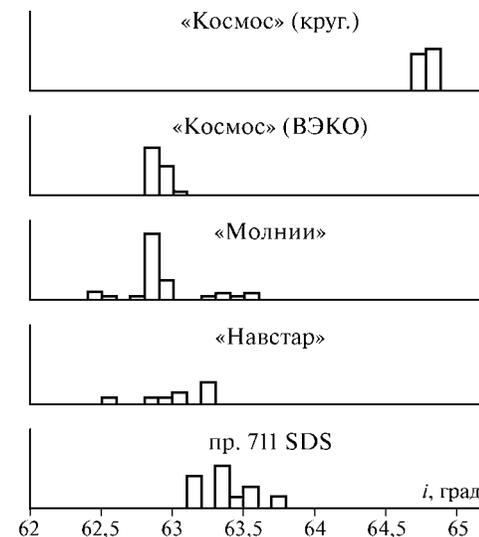


Рис. 1.1.1. Гистограммы распределения начальных наклонений орбит ВОКО

быть достигнуто лишь при кратности драконического периода обращения КА T_{Ω} звездным суткам без учета эволюции значений орбитальных параметров ($T_{зв}/T_{\Omega} = 1, 2, \dots$). Из соображений обеспечения больших размеров зоны оптической или радиовидимости, достаточной продолжительности нахождения в ней определенной территории, лучших условий радиосвязи и т. д. предпочтительными являются полусуточные орбиты, изомаршрутность трасс которых обеспечивается при $T_{\Omega} = 11^h 57^m 45^s$.

5. Для того чтобы перигей орбиты с таким периодом обращения находился вне плотных слоев атмосферы, эксцентриситет орбиты e не должен превышать величины

$$e_{кр} = 1 - \frac{R_3 + h_a}{a} \approx 0,74,$$

где $e_{кр}$ — критическое значение эксцентриситета; R_3 — радиус Земли; h_a — высота атмосферы (условная).

В интересах же увеличения рабочего участка орбиты и уменьшения энергетики вывода на опорную круговую орбиту эксцентриситет следует выбирать максимально возможным. Поэтому большинство высокоэллиптических орбит с полусуточным периодом обращения КО имеют значение эксцентриситета в интервале $0,7 \dots 0,74$.

6. Значение аргумента широты также может быть грубо найдено по априорной информации о программе вывода ВЭКО на рабочую орбиту. Можно приближенно определить время t_a прихода КА в апогей орбиты, исходя из типичной схемы вывода (с минимальным временем фазирования на переходной орбите), зная эпоху старта $t_{ст}$ и полигон запуска:

$$t_a = t_{ст} + \Delta t_{акт} + \Delta t_{оп} + \Delta t_{пер} + \frac{T_{выб}}{2},$$

где $\Delta t_{акт}$ — время активного движения ($\approx 8 \dots 10$ мин); $\Delta t_{оп}$ — время движения по опорной орбите; $\Delta t_{пер}$ — время движения по переходной орбите; $T_{выб}$ — начальный период обращения ИСЗ.

Сумма трех слагаемых $\Delta t_{акт} + \Delta t_{оп} + \Delta t_{пер}$ составляет приблизительно 27 мин, например, для ВЭКО, запускаемых с базы Ванденберг (США, Калифорния) (КА серий SDS, пр. 711 и т. п.).

Наконец, следует помнить, что обычно при выводе ВЭКО разгонные блоки движутся по тем же высокоэллиптическим орбитам. При выводе КА на геостационарную орбиту разгонный блок остается на переходной высокоэллиптической орбите, имеющей наклонение, равное широте полигона запуска, аргумент перигея, равный ~ 0 или 180° , или же выводится на геостационарную орбиту. Априорная информация о месте и времени старта для поиска круговых ВОКО с полусуточным периодом обладает, как правило, большей определенностью, чем в случае ВЭКО.

Таким образом, с учетом особенностей эволюции ошибок вектора состояния ВОКО обнаружение ВЭКО и полусуточных круговых КО сводится к поиску КО по аргументу широты u . Строгая постановка этой задачи и оптимальные методы ее решения изложены в разд. 3. При наличии значительной неопределенности в других элементах орбиты задача сводится опять-таки к поиску по аргументу широты в несколько проводок (см. п. 3.2.4) либо к поиску в более общей постановке (см. разд. 4).

К поиску по аргументу широты сводится и задача поиска ВОКО по информации другого происхождения, например, по слишком старому вектору параметров орбиты. Эта поисковая ситуация часто возникает в практике массового контроля движения КО при отсутствии по тем или иным причинам измерительной информации в течение длительного времени. В этом случае быстрее всего растет ошибка положения КО вдоль касательной к орбите, или, что качественно то же самое, в аргументе широты (*Назаренко, Скребушевский, 1981*). Это видно из табл. 1.1.1, в которой представлена эволюция ошибок вектора состояния по радиус-вектору (r), вдоль орбиты (l) и по бинормали (b) при прогнозировании движения синхронного ВОКО по вектору параметров его орбиты, определенному по четырём высокоточным трехмерным измерениям (дальность и два угла) на дуге 360° . Возникновение задачи поиска ВОКО по параметру u при заданных плоскости орбиты и ее положении в пространстве в данном случае очевидно.

Типичным для контроля движения ВОКО является планирование его наблюдения по грубой эфемериде, для расчета которой использован начальный вектор состояния, определенный по измерениям на малой мерной дуге. Такая ситуация часто возникает, например, из-за зависимости успешной работы оптических средств от времени суток и прозрачности атмосферы, в случае кратковременного

пребывания КО в зоне действия РЛС (например, на краю зоны), ввиду зависимости эффективности радиотехнических средств от продолжительности работы излучающей бортовой аппаратуры КА и т. п. Здесь условия для применения методов поиска по аргументу широты еще более благоприятны. Это подтверждается данными табл. 1.1.2, в которой представлена эволюция ошибок прогнозирования положения синхронного ВОКО по начальному вектору состояния, определенному по четырём двумерным угловым измерениям со среднеквадратической ошибкой 2" на дуге 45°.

В аналогичной постановке задача поиска может возникнуть и при других обстоятельствах, например, когда из предполагаемой структуры космической системы известны плоскость и конфигурация орбиты входящего в нее искомого КО, но не известно его точное положение на орбите или же известна орбитальная структура КС и положение хотя бы одного из составляющих ее ВОКО. Например, зная структуру системы Navstar, по положению одного ее КА можно вычислить приближенные орбитальные параметры всех остальных (Паркинсон, Гилберт, 1983).

Таблица 1.1.1. Эволюция ошибок по радиус-вектору (r) вдоль касательной к орбите (l) и по бинормали (b) при прогнозировании положения ВОКО по точному начальному вектору параметров орбиты (мерная дуга — 360°)

с.к.о.	Интервал прогнозирования, сут								
	0	1	2	3	10	20	30	60	180
по r , км	0,123	0,124	0,124	0,125	0,129	0,134	0,138	0,153	0,207
по l , км	0,5	0,6	1,0	1,45	4,8	9,7	14,6	29,1	87,3
по b , км	1,43	1,43	1,43	1,43	1,44	1,46	1,47	1,51	1,69
по \dot{r} , см/с	3,44								
по \dot{l} , см/с	0,9								
по \dot{b} , см/с	10								
по T_{Ω} , с	0,16								
Смещение оценки	0	1	2	3	10	20	30	60	180
$M\Delta r$, км	0,004	0,004	0,004	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,006
$M\Delta l$, км	0,017	0,09	0,17	0,25	0,77	1,53	2,29	4,5	13,5
$M\Delta b$, км	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,12
$M\Delta T_{\Omega}$, с	0,025								

Таблица 1.1.2. Эволюция ошибок по r , l , b при прогнозировании положения ВОКО по грубому начальному вектору состояния (мерная дуга — 45°)

с.к.о.	Интервал прогнозирования, сут					
	0	1	2	3	5	10
по r , км	3,67	3,64	3,36	4,36	6,3	9,7
по l , км	0,08	155	310	465	755	1552
по b , км	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38	0,39
по \dot{r} , см/с	6,8					
по \dot{l} , см/с	29,5					
по \dot{b} , см/с	2,9					

Одной из основных особенностей динамики всей популяции ВОКО (в отличие от НОКО) являются массовые орбитальные коррекции, проводимые периодически для каждого действующего КА, и способность его к внезапному маневру. В п. 3.4 будет показано, что задача обнаружения ВОКО после маневра или орбитальной коррекции допускает удобную формализацию в терминах аппарата кривых эквивалентности (см. п. 2.2 и 3.2.1) и также может быть сведена к поиску по параметру u с привлечением некоторых корректирующих операций.

Предлагаемый в п. 3.2 метод поиска КО по параметру u может быть использован и для решения задачи обнаружения быстрых КО малой яркости. Как показывает опыт работы оптико-телевизионных средств и средств с ПЗС-матрицами, ослабление регистрируемого сигнала вследствие относительного движения полезного сигнала и приемника может достигать нескольких звездных величин. Основная проблема обнаружения таких объектов связана с обеспечением благоприятных условий концентрации и накопления энергии слабого полезного сигнала. Компенсация скорости ВОКО (см. п. 3.2.2 и 3.8) должна существенно расширить возможности средств наблюдения (как оптических, так и радиолокационных) в направлении повышения их чувствительности.

Ввиду возможных значительных угловых скоростей относительного движения наблюдательных средств космического базирования и искомым ВОКО введение в программно-алгоритмическое обеспечение этих средств алгоритмов оптимального планирования поиска особенно уместно. Именно вследствие сложного характера

относительного движения СН и цели следует ожидать высокой эффективности применения алгоритмов ОПП, особенностью реализации которых явится специальный вид функции $\varphi[\vec{u}(t)]$ (см. п. 3.2.1). Последнее, однако, не затрагивает принятых здесь основных принципов планирования поиска и касается лишь этапа пересчета элементов плана поиска в бортовые ЦУ средствами наблюдения, что не представляет принципиальных затруднений.

К поиску по параметру u сводится и весьма актуальная задача поиска ВЭКО после начального их обнаружения РЛС в приперигейной области. Космический объект может находиться в зоне действия РЛС меньше минуты (а на краю зоны — всего несколько секунд), что обуславливает крайне низкую точность определения периода обращения КО при сравнительно малых ошибках определения плоскости орбиты. Очередное прохождение того же ВЭКО через эту зону обычно имеет место только через сутки (т. е. через два витка), и взаимная идентификация двух таких последовательных измерений крайне затруднена, а часто невозможна. Вместе с тем, после прохождения КО зоны РЛС создаются благоприятные условия для организации его оперативного поиска оптическими средствами в приапогейной области на том же витке с использованием полученной грубой оценки вектора состояния в качестве априорной информации и с применением предлагаемых здесь методов оптимального планирования поиска.

Задача поиска ВОКО по параметру u возникает также при следующей стратегии обнаружения новых ВОКО. При запуске КА на геостационарную или высокоэллиптическую орбиту он сначала выводится на низкую опорную орбиту (орбиту фазирования), на которой обнаруживается сетью РЛС и сопровождается до тех пор, пока не будет переведен на переходную высокоэллиптическую орбиту (для ВЭКО она будет финальной). Если финальная орбита геостационарная, то импульс перевода КА на переходную прилагается в одном из узлов опорной, который становится перигеем переходной. Если финальная орбита высокоэллиптическая, то ее перигей обычно совпадает с южной апсидой опорной орбиты, где и прилагается импульс коррекции. Определить момент времени его приложения (и, следовательно, конкретизировать узел) можно, сопоставив момент времени последнего наблюдения КА с моментом констатации факта его потери радиолокационными средствами. Далее задача сводится к поиску КА по аргументу широты на переходной высокоэллиптической орбите и затем, возможно, на гео-

стационарной. В случае неопределенности ввиду ограниченности числа возможных вариантов можно построить и последовательно реализовать ОПП для каждого варианта.

Поскольку стадию опорной низкой орбиты проходят при запуске все ВОКО, то описанная возможная стратегия обнаружения новых ВОКО является всеобъемлющей. При этом она весьма эффективна как в экономическом отношении (к режиму регулярного сканирования практически не придется прибегать, поиск будет осуществляться на основе ОПП в ограниченной области пространства), так и в оперативно-тактическом (время обнаружения ВОКО будет минимальным при его сопровождении на всех этапах вывода).

Особый класс составляют задачи планирования поиска ВОКО и группы ВОКО для группы средств наблюдения.

Таким образом, поисковые ситуации возникают как на этапе начального обнаружения ВОКО, так и в процессе их сопровождения. Имеет смысл и негативная постановка задачи обнаружения: гарантированно доказать (экономично и/или в кратчайший срок) факт отсутствия КА на заданной орбите или в данной ее точке (при контроле маневра, факта разрушения КА и т. п.).

Развитые здесь основы планирования поиска КО позволяют с единой теоретической точки зрения систематически охватить все рассмотренные поисковые ситуации, возникающие в практике контроля космического пространства, и построить эффективную систему методов поиска ВОКО.

1.2. Некоторые основные понятия и определения

Для устранения неоднозначности используемой в настоящей монографии терминологии уточним некоторые понятия и определения. В литературе нет единогласия в определении понятия ВОКО. В зависимости от преследуемой цели и контекста в понятие высоких орбит вкладывается различный смысл. При изучении влияния атмосферы Земли на движение КО круговая орбита высотой 500...700 км уже может рассматриваться как высокая. При исследовании влияния Луны и Солнца на движение КО высокими называют орбиты, для математического описания которых этим влиянием пренебречь нельзя. Это орбиты высотой более 10 000...20 000 км.

Многие американские специалисты называют низкими орбиты в диапазоне высот 150...1500 км, средними — орбиты с высотами 1500...35 800 км и высокими — орбиты выше 35 800 км.

В настоящей монографии под ВОКО будем понимать ИСЗ с периодом обращения $T_{\Omega} \geq 3$ ч, устойчивый контроль движения которых по измерениям существующей широкой сети РЛС не может быть обеспечен. Именно в этом смысле высокие орбиты приобретают законченный комплекс специфических особенностей, заставляющий рассматривать их контроль как самостоятельную актуальную проблему. С принятием такого определения ВЭКО с перигеем в южном полушарии следует рассматривать как ВОКО. Заметим, однако, что многие полученные здесь результаты справедливы для более широкого класса орбит.

Под движением КО везде будем понимать движение по орбите его центра масс.

Термин «обнаружение» будет употребляться в двух различных смыслах. Обнаружение в широком смысле — положительный результат поиска, т. е. установление факта присутствия КО в поле зрения СН. Обнаружение в узком смысле — внесение значений параметров орбиты некаталогизированного КО в каталог сопровождаемых с точностью, достаточной для организации последующего его устойчивого сопровождения (или с точностью, заданной потребителем координатной информации). Не будем смешивать определенное таким образом понятие обнаружения с теоретико-информационным или технологическим, означающим процесс выявления на фоне шумов полезного сигнала от искомого КО, заведомо находящегося в поле зрения СН.

Термин «поиск» следует в дальнейшем понимать как процесс обследования какой-либо области пространства, имеющий целью обнаружение (в узком и/или широком смысле) определенного КО или получение информации о его отсутствии в этой области.

Под контролем движения КО будем понимать комплекс мер, позволяющий потребителю информации в определяемые им моменты времени получать значения параметров орбит контролируемых КО с точностью не хуже заданной (потребителем), что практически означает возможность ведения каталога орбитальных параметров КО с заданной потребителем точностью.

1.3. Общая постановка проблемы поиска движущегося космического объекта

Решением проблемы поиска КО было бы создание методологии, позволяющей в каждой поисковой ситуации выбирать гарантирующую обнаружение КО последовательность условных эфемерид, оптимальную в смысле некоторого критерия эффективности, при ограничениях, налагаемых астро-метео-баллистическими условиями наблюдения и техническими возможностями СН.

Почему последовательность эфемерид и почему условных? Поскольку речь идет о поиске КО при значительной неопределенности априорной информации об орбите, то ясно, что одной эфемеридой не обойтись. А поскольку их несколько или даже много, то все они условные, кроме, возможно, одной настоящей, с помощью которой и будет обнаружен искомый объект.

К концу монографии такая методология будет построена.

Канонический общетеоретический подход к поиску движущейся цели (например, Хеллман, 1985) отличается излишней общностью и абстрактностью, игнорирует ряд важнейших особенностей нашей проблемы, оперирует избыточной размерностью пространства поиска, не предлагая конструктивных механизмов перехода от одной размерности к другой, и вообще не имеет необходимой конструктивности для построения практических методов планирования поиска КО.

В основе решения проблемы поиска КО должен лежать принцип эффективного использования априорной информации об орбитах искомого КО, учета динамики области неопределенности их текущего положения и ее структуры с одновременным учетом конкретных возможностей и особенностей СН.

Задание априорной информации об орбите КО равнозначно заданию в 6-мерном фазовом пространстве X_6 области неопределенности текущего положения КО $D_6(t_0)$, т. е. области возможных значений вектора параметров движения КО (вектора состояния) на момент времени t_0

$$R_6(t_0) = \|x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3\|^T \in D_6(t_0)$$

и соответствующей функции плотности распределения вероятностей $f_{t_0}(R_6)$ на области $D_6(t_0)$.

Законы небесной механики определяют на ОНТП КО $D_6(t_0)$ гомеоморфное отображение F , ставящее в соответствие каждой точке области в момент времени t_0 некоторую другую точку фазового пространства X_6 в момент времени t_1 :

$$R_6(t_1) = F[t_0, R_6(t_0), t_1],$$

т. е. область $D_6(t_0)$ взаимно однозначно и в обе стороны непрерывно переводится с помощью F в область $D_6(t_1)$ (Veniaminov, 1993):

$$D_6(t_1) = \bigcup_{R_6 \in D_6(t_0)} F[t_0, R_6(t_0), t_1] = F[t_0, D_6(t_0), t_1].$$

Соответственно трансформируется и функция $f_{t_0}(R_6)$.

Таким образом, контроль точки $R_6(t_0)$ в момент времени t_0 эквивалентен контролю точки $R_6(t_1)$ в момент времени t_1 , т. е. достаточно проконтролировать лишь одну из этих точек. (Напомним, что это пока справедливо лишь в 6-мерном фазовом пространстве.) Аналогично, контроль области $D_6(t_0)$ в момент времени t_0 эквивалентен контролю области $D_6(t_1)$ в момент времени t_1 .

По определению, *планом поиска* является любое множество пар $M_6 = \{(R_6, t)\}$, $R_6 \in X_6$, выбранное по какому-либо принципу или критерию, причем каждая пара (R_6, t) означает контроль точки R_6 в момент времени t . План поиска M_6 определяется как *полный*, если для отыскания КО достаточно реализовать только его элементы. План поиска M_6 будем называть *неизбыточным*, если он не содержит лишних элементов, т. е. исключение из него любой пары делает его неполным.

До сих пор мы имели дело только с точками 6-мерного фазового пространства $R_6 \in X_6$, т. е. с векторами орбитального (кинетического) состояния КО, точнее, его центра масс. Однако реальное СН обследует не 6-мерную область $D_6(t)$, а ее k -мерную проекцию $D_k(t)$ ($k = 2$ для оптических средств, $k = 3$ — для радиолокационных). При этом

$$\begin{aligned} D_k(t_1) &= PD_6(t_1) = \\ &= P \bigcup_{R_6 \in D_6(t_0)} F[t_0, R_6(t_0), t_1] = \bigcup_{R_6 \in D_6(t_0)} PF[t_0, R_6(t_0), t_1] = \\ &= \bigcup_{R_6 \in D_6(t_0)} F_k[t_0, PR_6(t_0), t_1] = \bigcup_{R_k \in D_k(t_0)} F_k[t_0, R_k(t_0), t_1]. \end{aligned}$$

Здесь $P \equiv P_{6 \rightarrow k}$ — оператор проецирования из 6-мерного пространства в k -мерное ($PR_6(t) = R_k(t)$, $k = 2, 3$), а F_k (k -мерная «проекция» отображения F) уже не есть гомеоморфизм, так как

$$1) \quad F_k[t_0, R_k(t_0), t_1] = \bigcup_{R_6: PR_6=R_k(t_0)} PF[t_0, R_6(t_0), t_1] = D_k^*(t_1), \quad (1.3.1)$$

т. е. точка k -мерного пространства $R_k(t_0)$ с течением времени переводится не в точку (как это было в 6-мерном пространстве), а в некий домен $D_k^*(t_1)$,

$$2) \quad R_k(t_0) \neq R_k^*(t_0) \Rightarrow F_k[t_0, R_k(t_0), t_1] \cap F_k[t_0, R_k^*(t_0), t_1] = \emptyset, \quad (1.3.2)$$

т. е. образы разных точек, взятых в момент времени t_0 , в момент времени $t_1 \neq t_0$ могут пересекаться. Итак, F_k неоднозначно в обе стороны, не говоря уже о непрерывности.

Соответственно преобразуется и принцип эквивалентности (Veniaminov, 2009). Здесь речь идет уже не об эквивалентности проекций векторов состояния для двух моментов времени (что справедливо только для векторов 6-мерного фазового пространства), а о мажорировании контроля k -мерной точки $R_k(t_0)$ в момент времени t_0 контролем области (домена) $D_k^*(t_1)$ в момент времени t_1 .

Такое существенное топологическое различие между отображениями F и F_k значительно затрудняет переход от эквивалентности ПП в виртуальном 6-мерном фазовом пространстве к эквивалентности (точнее, мажорированию) ПП в реальном 2-мерном или 3-мерном пространстве поиска.

Действительно, технические возможности узкопольного (узколучевого) средства наблюдения позволяют ему контролировать в каждый момент времени t компактную элементарную k -мерную область (домен) $d_k^0(t)$, практически инвариантную по форме во

времени и пространстве, тогда как при переходе от t_0 к t_1 эквивалентная (точнее, мажорирующая) область $d_k^0(t_1) = F_k[t_0, d_k^0(t_0), t_1]$ может существенно деформироваться ввиду известных закономерностей трансформации ошибок (Назаренко, Скребушевский, 1981; Veniaminov et al, 1998; Veniaminov, 2009) (рис. 1.3.1 и 1.3.2). Кроме того, согласно (1.3.2) в $d_k^0(t_1)$ могут переводиться точки, не входящие в $d_k^0(t_0)$.

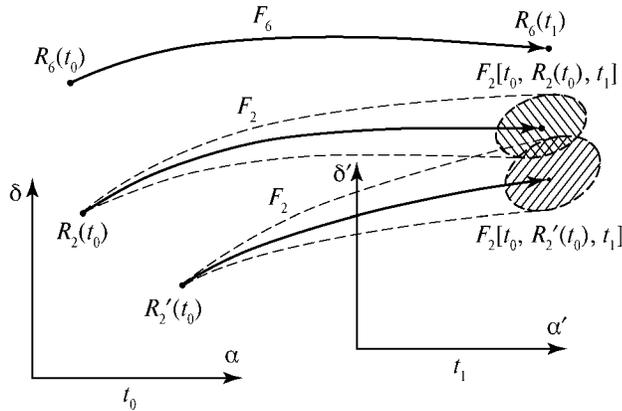


Рис. 1.3.1. F_6 - и F_2 -преобразования

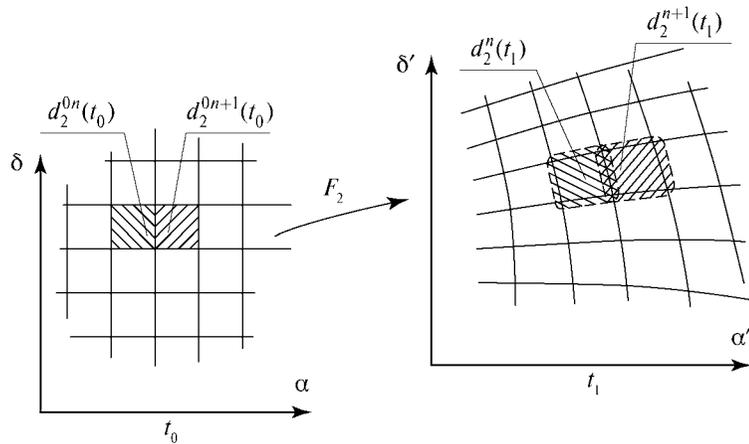


Рис. 1.3.2. Деформация эквивалентных областей

Есть сложности и другого рода. Для достижения удовлетворительного эффекта при обнаружении и распознавании слабого полезного сигнала от движущегося объекта, а также при решении некоторых задач наведения узкого луча на удаленный подвижный объект необходимо в течение определенного интервала времени выдерживать точное направление на движущийся объект, т. е. нужна достаточно точная компенсация его движения. А это оказывается весьма проблематичным в условиях наличия лишь грубой априорной информации о параметрах движения КО. Отсюда ясны ограничения для применения с целью обнаружения КО (и прежде всего ВОКО) известных методов сканирования и постановки оптических барьеров.

Строго говоря, контроль точки $R_k(t_0) \in D_k(t_0)$ не эквивалентен контролю области $D_k^*(t_1) = F_k[t_0, R_k(t_0), t_1]$, в которую она переводится. Но ввиду (1.3.1) контроль области $D_k^*(t_1)$ в момент времени t_1 заменяет (мажорирует) контроль точки $R_k(t_0)$ в момент времени t_0 (обратное неверно ввиду (1.3.2)). Аналогично, контроль области $d_k^0(t_1) = F_k[t_0, d_k^0(t_0), t_1]$ в момент времени t_1 заменяет (мажорирует) контроль области $d_k^0(t_0)$ в момент времени t_0 (но не наоборот).

Итак, в общем виде основная задача планирования поиска КО состоит в выборе последовательности

$$T = (t_1, t_2, \dots, t_n, \dots, t_{\bar{n}})$$

и соответствующей ей последовательности k -мерных доменов

$$d = \{d_k^{01}(t_1), d_k^{02}(t_2), \dots, d_k^{0n}(t_n), \dots, d_k^{0\bar{n}}(t_{\bar{n}})\},$$

для которых

$$\Phi(T, d) \Rightarrow \text{extr}, \quad (1.3.3)$$

$$\psi_m(d_k^{0n}(t_n)) \leq \psi_m^{0n}, \quad n = 1, 2, \dots, \bar{n}, \quad m = 1, 2, \dots, \bar{m}, \quad (1.3.4)$$

$$t_n - t_{n-1} \leq \Delta t_n, \quad n = 1, 2, \dots, \bar{n}, \quad (1.3.5)$$

$$\forall R_k(t_0) \in D_k(t_0) \exists d_k^{0n(R_k)}(t_n) : F_k[t_0, R_k(t_0), t_n] \in d_k^{0n(R_k)}(t_n). \quad (1.3.6)$$

Здесь Φ — принятый критерий эффективности поиска; выражения (1.3.4) и (1.3.5) — ограничения, налагаемые техническими

возможностями средств; (1.3.6) — условие гарантированности обнаружения КО (полноты контроля ОНТП КО).

Создание методологии конкретной постановки и решения задачи (1.3.3)–(1.3.6) в различных поисковых ситуациях требует предварительной разработки теоретических основ и удобного математического аппарата для представления, эквивалентных преобразований, оценки и сравнительного анализа планов поиска.

Назначение такой теории планирования поиска состоит в следующем:

- в отличие от постановки проблемы в терминах просмотра (последовательного сканирования) обширной области пространства сформулировать проблему активного поиска конкретного КО при эффективном использовании априорной информации об орбите;
- создать научную основу для реализации наилучших условий регистрации полезного сигнала и, тем самым, расширения оперативных возможностей СН;
- определить оптимальные по важнейшим критериям условия поиска КО и дать конструктивные способы реализации этих условий в виде ОПП;
- указать границы возможностей планирования поиска КО с учетом свойств области поиска, класса КО и характеристик СН;
- создать единую теоретическую платформу для эффективного решения задач поиска КО в самых разнообразных поисковых ситуациях, возникающих на практике контроля ОКП.

1.4. Краткий обзор теории поиска, её задач и методов

В самом широком смысле теория поиска — понятие неоднозначное, неопределенное, и содержание его очень неоднородно. Как поисковые формулируются задачи самой различной природы, не имеющие между собой почти ничего общего ни по физическому смыслу, ни по методам решения.

Это объясняется большой растяжимостью понятий «поиск», «обнаружение». То, что относят к ТП, строго говоря, не представляет единой теории. В лучшем случае — это совокупность различных по природе теорий и методов. Более того, вряд ли возможно построить

всеобъемлющую ТП, отличающуюся единством аксиоматики и метода исследования. Нет смысла укладывать в «Прокрустово ложе» общей формальной схемы множество разнородных по физическому и математическому смыслу задач. Этого же мнения придерживаются и известные в области поисковых задач ученые Р. Альсведе и И. Вегенер, именно из данных соображений назвавшие свою книгу (*Альсведе, Вегенер, 1982*) не «Теория поиска», а «Задачи поиска». Успех всегда сопутствовал теориям, построенным при разумном ограничении круга охватываемых задач.

Ограничимся обзором публикаций, имеющих хотя бы некоторое отношение к рассматриваемой здесь проблеме.

Первые фундаментальные разработки в этой старейшей отрасли исследования операций были предприняты Б. Купманом и его коллегами из группы исследования операций по борьбе с подводными лодками (ВМФ США) во время Второй мировой войны. По иронии судьбы, в последующих работах в области ТП чаще других рассматривались задачи поиска кораблей и подводных лодок (*Stone, 1975; Абчук, Суздаль, 1977; Альсведе, Вегенер, 1982*).

Б. Купманом, его учениками и последователями была разработана ТП как теория оптимального распределения поисковых усилий (*Koopman, 1953, 1957; Charnes, Cooper, 1958; Guenin, 1961; Mela, 1961; Miehle, 1954*).

Наиболее полно итог достижений в этой области за 20 лет представлен в монографии Стоуна (*Stone, 1975*). В теории Купмана принят байесовский подход, в силу которого должны быть известны априорное распределение вероятностей пребывания искомого объекта в точках или ячейках заданной области $p(x)$, $x \in \Omega$, объем поисковых усилий Φ , функция $q(\varphi)$, связывающая условную вероятность обнаружения цели, объективно находящейся в данной точке (ячейке) x , с величиной прикладываемых в этой точке поисковых усилий $\varphi(x)$. Задача состоит в отыскании функции $\varphi(x)$, максимизирующей суммарную вероятность обнаружения цели:

$$P(\varphi) = \int_{\Omega} p(x) q(\varphi(x)) dx$$

при заданном объеме поисковых усилий $\Phi = \int_{\Omega} \varphi(x) dx$ и при условии $\varphi(x) \geq 0$.

Первостепенное значение уделялось неподвижной цели. Если движение допускалось, то простейшее (как правило, линейное (Stone, 1975)).

Требование априорного задания функций $p(x)$ и $q(\varphi)$, а во многих постановках задачи и других функций уже ограничивает применение купмановской теории, что признают и ее классики. Например, Стоун замечает, что нет общих методов получения информации о функции $p(x)$ и ее обычно строят субъективно (Stone, 1975).

Ограниченность класса задач, решаемых методами теории Купмана, и малые возможности ее обобщения постепенно снизили первоначально широкую ее популярность. Дж. Данскин, пытаясь решить такую на первый взгляд купмановскую задачу, как задача распределения усилий фоторазведки при поиске ракетных установок на заданной территории, пришел к выводу, что для ее решения ТП Купмана не годится. Для своих целей он развил новую теорию — теорию разведки (Danskin, 1962).

Дальнейшее развитие методов ТП проходило в следующих направлениях:

- учет стоимости поисковых усилий в зависимости от места их применения (Charnes, Cooper, 1961 и др.);
- поиск подвижного объекта (Вениаминов, 1984; Veniaminov et al., 1998; Stone, 1975; Абчук, Суздаль, 1977; Бакут и др., 1980; Новожилова, 1979);
- обнаружение множества перемещающихся объектов (Вениаминов, 1984; Абчук, Суздаль, 1977; Вениаминов, 1983; Вениаминов, Соколов, 1975);
- случай марковского движения цели (Stone, 1975; Новожилова, 1979; Хеллман, 1985);
- использование априорной и апостериорной информации об объекте для повышения эффективности поиска (Вениаминов, 1983; 1984; Здор, Широков, 1973; Veniaminov, Lapukhin, 2007; Veniaminov et al., 2005a, b; Veniaminov, 1993);
- оптимизация обработки информации в процессе поиска и обнаружения (Ширяев, 1969; Бакут и др., 1980).

В ряде работ изложение ведется с позиций теории статистических решений (Ширяев, 1969; Бакут и др., 1980; Альсведе, Вегенер, 1982).

С развитием инфракрасной, оптико-электронной, радиоэлектронной, телевизионной техники значительно возрастает число работ, посвященных вопросам селекции (прежде всего в технологическом смысле) полезных сигналов, увеличения помехозащищенности поисковых систем (Катыс, 1966, 1970; Бакут и др., 1980; Ширяев, 1969).

Много работ посвящено изучению и синтезу процедур обследования изображения в поле зрения СН и технической реализации этих процедур. Значительное внимание в литературе уделено исследованию закономерностей поиска при недостоверном обнаружении объектов (Бакут и др., 1980; Абчук, Суздаль, 1977; Ширяев, 1969; Здор, Широков, 1973), чувствительности средств обнаружения и связи ее со стохастическими свойствами полезного сигнала и помех (Абчук, Суздаль, 1977; Бакут и др., 1980), оптимизации методов обнаружения целей, появляющихся в различных точках заданной области по случайному закону (Stone, 1975; Хеллман, 1985; Новожилова, 1979), определению направлений и вероятностных характеристик появления целей на рубеже зоны действия средств обнаружения (Абчук, Суздаль, 1977).

Проблеме планирования поиска циклически движущихся объектов и поиску их в реальной среде с использованием неполной априорной информации посвящен цикл работ в основном лишь в последние десятилетия (Вениаминов, 1975, 1983, 1984, 1987; Здор, Широков, 1973; Veniaminov, Lapukhin, 2007; Veniaminov et al., 1998, 2005a, b; Veniaminov, 1993).

Основным аргументом в пользу разработки самостоятельной теории планирования поиска КО по неполной априорной информации служит то обстоятельство, что известные теории и методы, в рамках которых, в принципе, возможно сформулировать задачи поиска КО, не учитывают многие важные особенности проблемы и прежде всего — циклического характера движения КО (часто существенно нелинейного даже в пределах малых временных интервалов), возможностей использования грубой априорной информации, особенностей СН, позволяющих их обнаруживать.

Основательный анализ проблемы привел к выводу о необходимости погружения на более глубокий теоретический уровень для существенного повышения эффективности и надежности поиска. Это касается прежде всего необходимости учета структурной динамики ОНТП КО в процессе реализации плана поиска.

2. ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПОИСКА ЦИКЛИЧЕСКИ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ

Отталкиваясь от самой общей трактовки проблемы поиска, будем постепенно сужать ее, приближаясь к нашей конкретной проблеме.

Важнейшей кинематической особенностью движения ИСЗ является его цикличность и замкнутость траектории. Исторический научный опыт показывает, что, чем больше специфических особенностей проблемы используется при выборе подхода к ее решению, тем эффективнее в практическом смысле оказывается последнее. С другой стороны, здесь есть опасность переусердствовать, так как учет слишком большого числа конкретных особенностей проблемы сильно ее сужает. Иными словами, следует соблюдать определенный баланс. Теоретическая база решения должна обладать достаточной общностью, чтобы ее аппарат можно было распространить и на родственные или изоморфные вопросы. В то же время, она должна позволять легко строить конструктивные методы решения конкретных задач в рамках данной проблемы.

В этом разделе разрабатываются аксиоматика и теоретические основы планирования поиска объекта, движущегося циклически по замкнутой траектории. Этот материал обладает достаточной самостоятельностью и общностью и может служить теоретической платформой для синтеза и анализа оптимальных планов поиска произвольных физических объектов, законы движения которых отвечают принятым здесь аксиомам. В то же время, развитые здесь положения представляют общетеоретическую базу для построения теории планирования поиска ИСЗ по неточной априорной информации об орбите искомого КО. Сюда включены также объемные доказательства необходимых теорем, которые, будучи помещены в разделы, касающиеся непосредственно планирования поиска ИСЗ, нарушили бы наглядность и прикладную стройность изложения.

2.1. Вводные замечания и исходные понятия

По замкнутой траектории, на которой введена система отсчета, циклически движется объект, т. е. закон его движения $s(t)$ есть, вообще говоря, неоднозначная периодическая по модулю S функция с периодом T :

$$[s(t)]_{\text{mod } S} = [s(t + nT)]_{\text{mod } S} \quad \forall t, \quad \forall n, \quad (2.1.1)$$

где t — время; s — координата положения объекта на траектории; S — изменение координаты положения за один цикл; n — произвольное целое положительное.

Допустим, что функция $s(t)$ монотонно возрастает, непрерывна, дифференцируема (точнее, приводится к такому виду). Априори известно, что объект в момент времени t_0 находится на интервале $[s_n, s_k]$, который назовем базовым. Закон движения $s(t)$ дан либо в явном виде, либо алгоритмически, либо определен заданным дифференциальным уравнением (или системой уравнений) и известен с точностью до начальных условий.

Далее, мы располагаем одним или совокупностью приборов, с помощью которых по какому-либо плану можем контролировать точки траектории с целью обнаружения объекта, например, перемещая область контроля вдоль траектории, разумеется, соблюдая определенные ограничения, диктуемые физическими возможностями осуществления такого контроля (скажем, по скорости перемещения, дуге траектории, доступной одновременному контролю и т. п.).

Вообще говоря, для обнаружения объекта достаточно, например, непрерывно контролировать точку траектории s_k в течение времени $\tau(s_n, s_k)$, начиная с момента времени t_0 , где $\tau(s_n, s_k)$ — время движения объекта из точки s_n в точку s_k в пределах цикла M_{s_k} — см. п. 2.2).

Можно также в момент времени t_0 контролировать одновременно все точки дуги $[s_n, s_k]$ (план поиска M_{t_0} — см. п. 2.2). Но такие привлекательные своей простотой решения, кроме того, что оказываются неоптимальными по многим естественным критериям, рискуют вступить в противоречие с ограничениями задачи.

Для более строгой формулировки задачи и удобства представления и анализа планов контроля точек траектории введем ряд понятий и определений.

2.2. Аппарат кривых эквивалентности

Пусть точка $\langle t, s \rangle$ в плоскости ts обозначает возможность (или акт) контроля точки траектории с координатой s в момент времени t . Контроль координаты s_1 в момент времени t_1 эквивалентен контролю любой другой координаты s_2 в момент времени

$$t_2 = t_1 + \tau(s_1, s_2) \pm nT.$$

Эквивалентность здесь понимается в следующем смысле: объект наблюдаем (не наблюдаем) в точке s_1 в момент времени t_1 в том и только том случае, если он наблюдаем (не наблюдаем) в точке s_2 в момент времени t_2 .

Точки $\langle t_1, s_1 \rangle$ и $\langle t_2, s_2 \rangle$ плоскости ts назовем эквивалентными $\langle \langle t_1, s_1 \rangle \sim \langle t_2, s_2 \rangle \rangle$, если

$$[t_2 - t_1]_{\text{mod } T} = \tau(s_1, s_2) \quad \text{или} \quad [t_1 - t_2]_{\text{mod } T} = \tau(s_2, s_1).$$

Любое множество $M = \{ \langle t, s \rangle \}$ в плоскости ts будем называть планом поиска. Рассмотренные выше тривиальные ПП запишутся соответственно как

$$M_{s_k} = \{ \langle t, s_k \rangle : t \in [t_0, t_0 + \tau(s_n, s_k)], s_k = \text{const} \},$$

$$M_{t_0} = \{ \langle t_0, s \rangle : t_0 = \text{const}, s \in [s_n, s_k] \}.$$

Планы M_1 и M_2 назовем эквивалентными ($M_1 \sim M_2$), если

$$\forall \langle t_1, s_1 \rangle \in M_1 \exists \langle t_2, s_2 \rangle \in M_2 : \langle t_1, s_1 \rangle \sim \langle t_2, s_2 \rangle$$

и

$$\forall \langle t'_2, s'_2 \rangle \in M_2 \exists \langle t'_1, s'_1 \rangle \in M_1 : \langle t'_2, s'_2 \rangle \sim \langle t'_1, s'_1 \rangle,$$

т. е., если оба плана совпадают с точностью до эквивалентности точек. Очевидно, $M_{s_k} \sim M_{t_0}$.

Будем называть план M *полным*, если для отыскания объекта достаточно реализовать только его элементы, и *неизбыточным*, если он не содержит лишних элементов, т. е. исключение из M любой пары $\langle t, s \rangle$ делает его неполным. Планы M_{s_k} и M_{t_0} , несмотря на свою тривиальность и неоптимальность, обладают этими важными свойствами. Очевидно, любой план M , состоящий во взаимно однозначном соответствии по введенной эквивалентности элементов с планами M_{s_k} и M_{t_0} ($M \sim M_{s_k} \sim M_{t_0}$), также является полным и неизбыточным.

Геометрическое место точек плоскости ts , эквивалентных некоторой произвольной фиксированной точке $\langle t_0, s_0 \rangle$, назовем *кривой эквивалентности* этой точки и обозначим $\tilde{s}_{t_0, s_0}(t)$. Корректность такого определения является следствием того, что $\tilde{s}_{t_0, s_0}(t)$ суть закон движения искомого объекта при условии, что в момент времени t_0 он находился в точке s_0 .

При фиксированном t_0 КЭ образуют по параметру $s_0 \in [s_n, s_k]$ семейство $\Sigma_{t_0}^{s_n, s_k} = \{ \tilde{s}(t) \}_{t_0}^{s_n, s_k}$, обладающее следующими свойствами:

- 1) для любых фиксированных s' и s'' величина $\tau(s', s'')$ не зависит от начальных условий;
- 2) любая $\tilde{s}(t) \in \Sigma_{t_0}^{s_n, s_k}$ монотонно возрастает (по многозначности приводится к монотонному непрерывному виду);
- 3) при $s' \neq s''$ КЭ $\tilde{s}_{t_0, s'}(t)$ и $\tilde{s}_{t_0, s''}(t)$ не пересекаются;
- 4) для любых фиксированных t_0 , s' и s'' ($s' < s''$) величина $\Delta t_{s', s''} = \tilde{s}_{t_0, s'}^{-1}(s) - \tilde{s}_{t_0, s''}^{-1}(s)$ не зависит от s ;
- 5) при любом фиксированном s^* значение производной $\left. \frac{d\tilde{s}}{dt} \right|_{t: \tilde{s}(t) = s^*}$ не зависит от конкретно выбранной $\tilde{s}(t) \in \Sigma_{t_0}^{s_n, s_k}$.

Каждое из этих пяти свойств имеет четкий физический смысл.

Первое свойство следует из (2.1.1) и неизменности закона движения. Второе свойство — из монотонности $s(t)$ (объект движется по

траектории только вперед). Третье означает, что из двух движущихся по общей траектории объектов ни один не догонит другой, что следует из заданного характера движения. Четвертое свойство является следствием первого, причем $\Delta t_{s',s''} = \tau(s', s'')$. В силу этого свойства любую КЭ семейства можно считать производящей, так как любая другая получается сдвигом ее вдоль оси t до погружения в нее соответствующей образующей точки. Существование обратной функции для $\tilde{s}_{t_0,s}(t)$ следует из ее монотонности. Пятое свойство является следствием независимости от начальных условий величины $d\tau = \tau(s^*, s^* + ds)$ при фиксированных s^* и ds .

План M_{t_0} в плоскости ts представлен отрезком прямой с координатами концов $\langle t_0, s_n \rangle$ и $\langle t_0, s_k \rangle$, а M_{s_k} — перпендикулярным ему отрезком с концами $\langle t_0, s_k \rangle$ и $\langle t_0 + \tau(s_n, s_k), s_k \rangle$ (рис. 2.2.1). Любая дуга $\bar{s}(t)$ непрерывной кривой в плоскости ts , соединяющая какую-либо точку КЭ $\tilde{s}_n \equiv \tilde{s}_{t_0,s_n}(t)$ с какой-либо точкой КЭ $\tilde{s}_k \equiv \tilde{s}_{t_0,s_k}(t)$, представляет ПП, эквивалентный M_{s_k} и M_{t_0} , полный и избыточный, так как $\bar{s}(t) \sim M_{s_k} \sim M_{t_0}$. Это следует из свойства 3 семейства КЭ, позволяющего легко установить взаимно однозначное соответствие по эквивалентности между этими множествами.

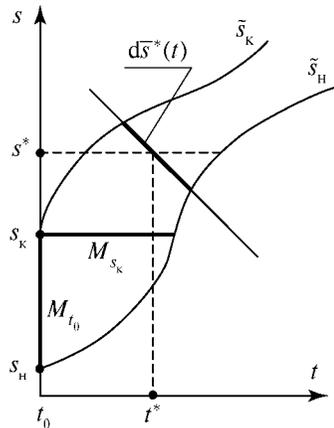


Рис. 2.2.1. Представление планов поиска в плоскости ts

На основании этого свойства и по смыслу КЭ справедливо и более общее утверждение: любое множество точек плоскости ts , с которым пересекаются все КЭ, заключенные между \tilde{s}_n и \tilde{s}_k , представляет полный (возможно, избыточный) ПП. Для его избыточности необходимо и достаточно, чтобы соответствующее множество пересекалось с каждой КЭ ровно в одной точке. И обратно, любой полный избыточный ПП представлен в плоскости ts множеством точек, заключенным между КЭ \tilde{s}_n и \tilde{s}_k . Таким образом, строить ПП вне этой области плоскости не имеет смысла.

Эти последние свойства важны, прежде всего, с теоретической точки зрения. Для практики такая общность вывода обычно излишня, ибо, как правило, физически осуществимыми бывают непрерывные и кусочно-непрерывные ПП. Именно такими, причем полными и избыточными, ПП мы ограничимся в дальнейшем, если не будет оговорено противное и если в этом возникнет необходимость.

2.3. Оптимальные условия поиска объекта одним прибором в пределах цикла (общий случай)

Выше было показано, в какой области плоскости ts и какого рода ПП (полные и избыточные) имеет смысл строить. Всякое отклонение от этих условий неизбежно влечет либо повышение риска не выполнить задачу, либо неэкономичность действий. С другой стороны, при соблюдении указанных условий все же остается резерв для дальнейшего повышения эффективности поиска.

Рассмотрим сначала случай, когда в каждый момент времени может контролироваться лишь одна точка траектории, а закон контроля во времени задан непрерывно дифференцируемой функцией $\bar{s}(t)$. На эту функцию практика обычно налагает ограничения, например, вида

$$|\bar{s}'| \leq c_0, \quad c_0 > 0 \tag{2.3.1}$$

(иногда $|\varphi'_t[\bar{s}(t)]| \leq c_0$).

Будем считать ПП оптимальным, если проекция представляющего его отрезка кривой (в частном случае, прямой) $\bar{s}(t)$, заключенного между КЭ \tilde{s}_n и \tilde{s}_k , на ось t имеет минимальную длину, т. е., если поиск реализуется за минимально гарантированное время.

Ввиду явной неэкономичности перемещения точки контроля в направлении движения объекта, тогда как возможно перемещение ее во встречном направлении с теми же скоростями, ОПП следует искать лишь среди монотонно убывающих функций $\bar{s}(t)$. С учетом этого замечания условие (2.3.1) примет более частный вид:

$$-c_0 \leq \bar{s}' \leq 0. \tag{2.3.1'}$$

Лемма 1. Всякое решение $\bar{s}(t)$, удовлетворяющее ограничению (2.3.1'), лежит в плоскости ts под прямой с коэффициентом наклона $-c_0$ и проходящей через точку $\langle t_{\bar{H}}, s_{\bar{H}} \rangle$ пересечения $\bar{s}(t)$ с КЭ $\tilde{s}_{\bar{H}}$, если не совпадает с ее отрезком.

Доказательство очевидно.

Уравнение названной прямой имеет вид

$$s^L(t) = s_{\bar{H}} - c_0(t - t_{\bar{H}}), \quad (2.3.2)$$

а ее отрезок $\bar{s}^L(t)$, заключенный между $\tilde{s}_{\bar{H}}$ и $\tilde{s}_{\bar{K}}$, является ПП (полным и неизбыточным).

Лемма 2. Любое решение $\bar{s}(t)$, удовлетворяющее ограничению (2.3.1'), не лучше линейного $\bar{s}^L(t)$ вида (2.3.2).

Доказательство. По лемме 1 и ввиду монотонности $\tilde{s}_{\bar{K}}$ (свойство 2) точка $\langle t_{\bar{K}}, s_{\bar{K}} \rangle$ пересечения $\bar{s}(t)$ с КЭ $\tilde{s}_{\bar{K}}$ должна быть связана с точкой $\langle t_{\bar{K}}^L, s_{\bar{K}}^L \rangle$ пересечения $\bar{s}^L(t)$ с КЭ $\tilde{s}_{\bar{K}}$ соотношениями

$$s_{\bar{K}} \leq s_{\bar{K}}^L, \quad t_{\bar{K}} \leq t_{\bar{K}}^L. \quad (2.3.3)$$

Проекция $\bar{s}^L(t)$ на t имеет длину $t_{\bar{H}} - t_{\bar{K}}^L$, а проекция $\bar{s}(t)$ — $t_{\bar{H}} - t_{\bar{K}}$, которая в силу (2.3.3) не может быть меньше первой.

Следствие из леммы 2. Для отыскания оптимального решения достаточно рассмотреть только линейные ПП, причем только с коэффициентом наклона $-c_0$.

Далее временно ограничимся элементарным интервалом поиска $[s_{\bar{H}}, s_{\bar{H}} + ds]$. Пусть, таким образом, $\tilde{s}_{\bar{H}} = \tilde{s}_{t_0, s_{\bar{H}}}(t)$, $\tilde{s}_{\bar{K}} = \tilde{s}_{t_0, s_{\bar{H}} + ds}(t)$. Для элементарного интервала поиска докажем следующую лемму.

Лемма 3. Среди линейных ПП, удовлетворяющих ограничению (2.3.1'), лучшее проходит через точку $\langle t_{opt}, s_m \rangle$, где s_m — точка траектории, в которой производная $\tilde{s}'(t)$ минимальна, а

$$t_{opt} = \frac{\tilde{s}_{\bar{H}}^{-1}[s_m] + \tilde{s}_{\bar{K}}^{-1}[s_m]}{2}.$$

Доказательство. Рассмотрим величину $\tilde{s}'_t[s^*] \equiv \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t: \tilde{s}(t)=s^*}$, где $\tilde{s}(t)$ — произвольная КЭ из семейства $\Sigma_{t_0}^{s_{\bar{H}}, s_{\bar{H}} + ds}$, а $s^* \in [0, S]$. В силу свойства 5 семейства КЭ значение этой величины не зависит от конкретной $\tilde{s}(t)$ и определяется только значением s^* . С величиной s^* свяжем (см. рис. 2.2.1) линейный ПП $d\bar{s}^*(t)$ с коэффициентом наклона $-c_0$, проходящий через точку $\langle t^*, s^* \rangle$, где

$$t^* = \frac{\tilde{s}_{\bar{H}}^{-1}[s^*] + \tilde{s}_{\bar{K}}^{-1}[s^*]}{2}. \quad (2.3.4)$$

Таким образом, $d\bar{s}^*(t)$ — отрезок прямой $s^*(t) = s^* - c_0(t - t^*)$, заключенный между $\tilde{s}_{\bar{H}}$ и $\tilde{s}_{\bar{K}}$. Элементарному интервалу $[s_{\bar{H}}, s_{\bar{H}} + ds]$ соответствует элементарное приращение dt_{HK} аргумента t — с точностью до знака расстояние вдоль оси t между КЭ $\tilde{s}_{\bar{H}}$ и $\tilde{s}_{\bar{K}}$, которое по свойству 4 семейства КЭ постоянно для всех s :

$$dt_{\text{HK}} = \tilde{s}_{\bar{H}}^{-1}[s] - \tilde{s}_{\bar{K}}^{-1}[s] = \tilde{s}_{\bar{H}}^{-1}[s^*] - \tilde{s}_{\bar{K}}^{-1}[s^*].$$

Заменив в малой окрестности отчек $t = \tilde{s}_{\bar{K}}^{-1}[s^*]$ и $t = \tilde{s}_{\bar{H}}^{-1}[s^*]$ (в которых производные обеих КЭ равны одной и той же величине $\tilde{s}'_t[s^*]$) дуги кривых $\tilde{s}_{\bar{K}}$ и $\tilde{s}_{\bar{H}}$ отрезками касательных, получим систему

$$\begin{aligned} dt_{\text{HK}} &= 2(x + y), \\ \tilde{s}'_t[s^*]y &= c_0x, \end{aligned}$$

где x и y — вспомогательные переменные, смысл которых достаточно ясен из рис. 2.3.1. Отсюда длина проекции элементарного плана $d\bar{s}^*(t)$ на ось t определится как

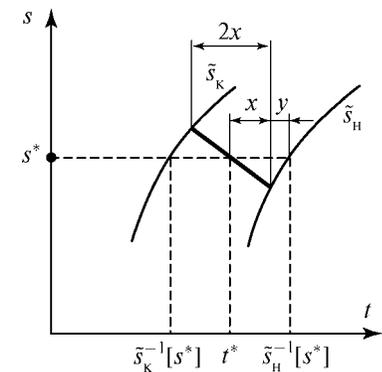


Рис. 2.3.1. Представление временных параметров x и y

$$d\Pi \equiv \Pi[d\tilde{s}^*(t)] = 2x = \frac{dt_{\text{нк}}}{1 + \frac{c_0}{\tilde{s}'_t[s^*]}}.$$

Так как числитель правой части не зависит от выбора величины s^* , то минимум величины $d\Pi$ совпадает с минимумом производной $\tilde{s}'_t[s^*]$. Таким образом, $s_{\text{opt}} = s_m$. Подставляя это значение s^* в (2.3.4), получим $t^* = t_{\text{opt}}$. Итак, доказана и лемма 3. Тем самым для элементарного интервала поиска доказана следующая теорема.

Теорема. Оптимальным ПП $\bar{s}_{\text{opt}}(t)$, удовлетворяющим ограничению (2.3.1), является заключенный между КЭ \tilde{s}_H и \tilde{s}_K отрезок $\bar{s}_{\text{opt}}^L(t)$ прямой $s = s_m - c_0(t - t_{\text{opt}})$, где s_m — точка траектории, в которой производная $\frac{ds(t)}{dt}$ минимальна, и

$$t_{\text{opt}} = \frac{\tilde{s}_H^{-1}[s_m] + \tilde{s}_K^{-1}[s_m]}{2}. \quad (2.3.5)$$

На основе доказанной теоремы при общем виде закона движения $s(t)$ можно дать следующие практические рекомендации для построения непрерывных и дискретных ПП: ПП или его элементы целесообразно размещать в окрестностях локальных минимумов производной \tilde{s}'_t .

2.4. Частный вид закона движения объекта

В общем случае (для произвольного вида функции $s(t)$) этой теоремой можно пользоваться при относительно малых интервалах поиска (в пределах которых изменение производной $\frac{ds(t)}{dt}$ невелико).

Однако в одном важном случае теорема оказывается справедливой и для произвольного интервала поиска, а именно, когда $s(t)$ обладает свойством

$$s'_t[s_m - \Delta s] = s'_t[s_m + \Delta s], \quad (2.4.1)$$

т. е. скорость движения объекта по траектории распределена симметрично относительно точки s_m . Докажем это для случая, когда

скорость монотонно возрастает при удалении от точки s_m до точки с максимальным ее значением. Таким свойством обладают, например, орбиты спутников небесных тел и вообще одного материального тела, движущегося пассивно в поле притяжения другого.

Для произвольного интервала поиска показатель оптимальности плана определится как

$$\Pi[\bar{s}^L(t)] = \int_{\frac{s_K^*}{c_0}}^{\frac{s_H^*}{c_0}} d\Pi = \int_{s^{**} + \Delta s_2}^{s^{**} - \Delta s_1} \frac{1}{1 + \frac{c_0}{\tilde{s}'_t[s^*]}} dt^* = I(s^{**}),$$

где $\langle t^*, s^* \rangle$ — точка привязки элементарного интервала; $\langle t^{**}, s^{**} \rangle$ — точка привязки суммарного интервала и

$$t^{**} = \frac{\tilde{s}_H^{-1}[s^{**}] + \tilde{s}_K^{-1}[s^{**}]}{2},$$

а Δs_1 и Δs_2 зависят от s^{**} .

Перейдем под знаком интеграла полностью к переменной s^* . Поскольку точки $\langle t^*, s^* \rangle$ и $\langle t^{**}, s^{**} \rangle$ лежат на прямой $s^*(t^*) = s^{**} - c_0(t^* - t^{**})$, то $dt^* = -\frac{1}{c_0} ds^*$ и

$$I(s^{**}) = -\frac{1}{c_0} \int_{s^{**} + \Delta s_2}^{s^{**} - \Delta s_1} \frac{1}{1 + \frac{c_0}{\tilde{s}'_t[s^*]}} ds^* = \frac{1}{c_0} \int_{s^{**} - \Delta s_1}^{s^{**} + \Delta s_2} \frac{1}{1 + \frac{c_0}{\tilde{s}'_t[s^*]}} ds^*. \quad (2.4.2)$$

Сравним значения интеграла (2.4.2) для $s^{**} = s_m$ и $s^{**} \neq s_m$. Ввиду симметричности изменения производной $\tilde{s}'_t[s^*]$ при отклонении s^* от значения s_m в обе стороны (рис. 2.4.1), интервал интегрирования для случая $s^{**} = s_m$ также будет симметричным, и, с учетом монотонного возрастания производной при удалении от точки s_m (в пределах одного цикла) смещение s^{**} , например, влево от s_m , влечет более быстрое уменьшение нижнего предела интегрирования, чем

верхнего. Подынтегральная функция, так же как и производная $\tilde{s}'_t[s^*]$, имеет на интервале $[s_m - S/2, s_m + S/2]$ единственный минимум в точке s_m , при удалении от которой монотонно возрастает вслед за производной $\tilde{s}'_t[s^*]$, и симметрична относительно вертикали $s^* = s_m$ (см. рис. 2.4.1).

Пусть для определенности точка s^{**} смещена влево от s_m . Тогда по указанным выше свойствам производной $\tilde{s}'_t[s^*]$ и подынтегральной функции справедливы неравенства

$$(s_m - \Delta s) - (s^{**} - \Delta s_1) > (s_m + \Delta s) - (s^{**} + \Delta s_2),$$

$$P[(s^{**} - \Delta s_1); (s_m - \Delta s)] > P[(s^{**} + \Delta s_2); (s_m + \Delta s)],$$

где $P[\dots]$ — площадь под кривой над соответствующим интервалом (см. рис. 2.4.1). Таким образом, $I(s^{**}) > I(s_m)$. Итак, оптимальный ПП линеен и симметричен относительно точки $\langle t_{opt}, s_m \rangle$.

Теорема доказана и для этого случая. При ее доказательстве не налагалось никаких ограничений на процесс контроля траектории, кроме неравенств (2.3.1).

Однако в действительности контроль бывает возможен не в любое время. Кроме того, в каждый момент времени контролю может быть доступна лишь некоторая часть траектории. Первое условие представляется в плоскости ts вертикальными полосами Q , восстановленными над временными интервалами, в пределах которых возможен контроль.

Второе условие может быть представлено более произвольными по конфигурации областями R в плоскости ts (рис. 2.4.2). Пересечение $\Omega = Q \cap R$ представляет благоприятные условия контроля точек траектории: реализована может быть только часть ПП, принадлежащая области Ω .

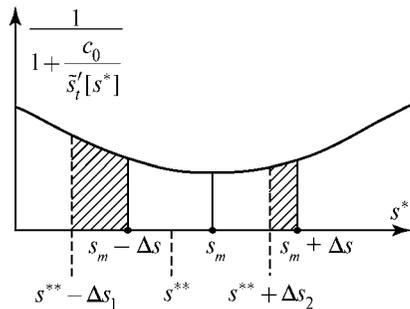


Рис. 2.4.1. Форма подынтегральной функции выражения (2.4.2)

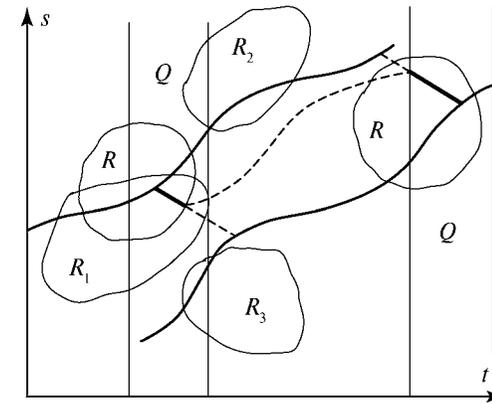


Рис. 2.4.2. Представление в плоскости ts условий возможности контроля области поиска

Если в рассматриваемом цикле реализуется часть ПП, то в следующем цикле из соответствующего ПП нужно исключить ее отображение на него по эквивалентности и т. д. (см. рис. 2.4.2).

Можно рекомендовать еще один практический прием: ценой некоторого отступления от оптимальности попытаться погрузить ПП в область Ω и тем самым решить задачу уже в ближайшем цикле по субоптимальному плану.

До сих пор ПП $\bar{s}(t)$ предполагался имеющим вид однозначной и непрерывной функции. Однако существуют приборы, осуществляющие контроль сразу некоторой дуги траектории размером Δs в дискретные моменты времени с шагом Δt . В плоскости ts ПП для такого прибора представляет собой «лесенку», соединяющую КЭ \tilde{s}_H и \tilde{s}_K , с постоянной шириной и высотой ступенек Δs и Δt соответственно. Переходы между ступеньками осуществляются вдоль КЭ (рис. 2.4.3).

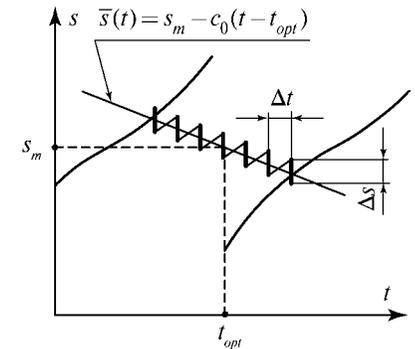


Рис. 2.4.3. Кусочно-непрерывный план поиска типа «лесенка»

Оптимальный план поиска строится начиная со средней ступеньки, центр которой совмещен с точкой $\langle t_{opt}, s_m \rangle$, и достраивается в обе стороны до КЭ \tilde{s}_H и \tilde{s}_K . Наклон директрисы «лесенки» определяет значение параметра c_0 .

Переход к кусочно-непрерывному виду функции $\bar{s}(t)$ допускает дальнейшее улучшение ПП (в смысле уменьшения суммарной длины проекции его составляющих на ось t).

Пусть \bar{s}_1 и \bar{s}_2 — равные подотрезки непрерывного ОПП, на которые он разбивается прямой $s(t) = s_m$. Применив теорему оптимальности к \bar{s}_1 и \bar{s}_2 независимо, улучшим каждый из них и получим \bar{s}_{1opt} и \bar{s}_{2opt} (рис. 2.4.4). Процесс улучшения ПП можно продолжить путем дальнейшего его дробления. При этом контролируемая область сужается, так что на некотором этапе отпадает необходимость в перенацеливании прибора. А в случае фотографического прибора при этом достигается экономия фотоматериалов.

Таким образом, мы пришли к стратегии поиска, которую в дальнейшем будем называть поиском «на рубеже». Ниже будут рассмотрены прикладные достоинства этой стратегии (см. п. 3.2.2, 3.4, рис. 3.2.2.1, 3.4.2, 3.4.5).

Теперь несколько слов о критериях оптимальности. В идеальных условиях, когда есть возможность прекратить поиск сразу после

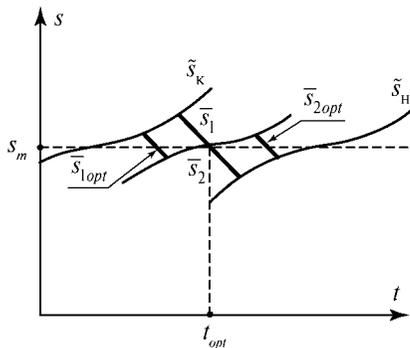


Рис. 2.4.4. Способ дальнейшего улучшения ПП путем его дробления

попадания искомого объекта в поле зрения прибора, длина проекции всего ПП на ось t не является удовлетворительным показателем его качества, так как практически всегда достаточно реализовать лишь часть ПП для обнаружения объекта. Более объективным показателем здесь было бы математическое ожидание времени поиска. Более детально этот случай будет рассмотрен в п. 2.7. Нетрудно видеть, что ПП, минимизирующие

этот критерий, независимо от плотности распределения положения объекта на интервале поиска заключены между двумя отрезками — оптимальным ПП в смысле прежнего критерия (отрезок $[a, b]$ на рис. 2.4.5) и параллельным ему отрезком прямой между КЭ \tilde{s}_K и \tilde{s}_H , проходящим через точку пересечения \tilde{s}_K с горизонталью $s(t) = s_m$ (отрезок $[d, e]$ на рис. 2.4.5).

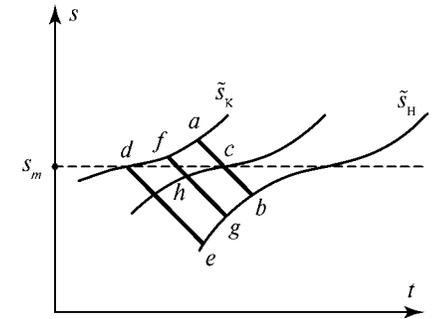


Рис. 2.4.5. Влияние критерия оптимальности на положение лучшего ПП

Оптимальные ПП для симметричных относительно середины интервала поиска распределений начального положения объекта близки к отрезку прямой, равноудаленному от планов $[a, b]$ и $[d, e]$.

Что касается прежнего критерия, то он в упомянутых идеальных условиях служит гарантированным показателем в расчете на самый неблагоприятный случай и идеальным критерием в случае, когда мы вынуждены реализовать ПП полностью (как, например, при применении фотографических средств, а также когда нельзя исключить возможности обнаружения наряду с искомым и других, «посторонних» объектов).

2.5. Оптимизация поиска объекта группой приборов

Пусть имеется \bar{j} приборов, с помощью которых требуется обнаружить объект, на что отводится \bar{i} циклов его движения. Для каждого j -го прибора в каждом i -м цикле построим оптимальный или субоптимальный ПП с учетом благоприятных условий контроля и спроецируем его вдоль КЭ на исходный (базовый) интервал поиска $[s_H, s_K]$, заданный на момент времени t_0 , или эквивалентный ему более удобно расположенный интервал. Полученные таким образом КЭ-проекции назовем интервалами возможностей контроля и будем их кодировать парой индексов (j/i) , соответствующих прибору и циклу (рис. 2.5.1).

Тем самым задача поиска объекта с помощью \bar{j} приборов за \bar{i} циклов сводится к разбиению интервала поиска на подынтервалы, каждый из которых погружен в какой-либо интервал возможностей.

Введем необходимые понятия и обозначения:

j — номер прибора, $j = 1, 2, \dots, \bar{j}$;

i — номер цикла, $i = 1, 2, \dots, \bar{i}$;

δ_j — стоимость привлечения («проката») j -го прибора;

μ_i — штраф за работу в i -м цикле;

ω_i — поощрение за работу в i -м цикле;

γ_{ji} — стоимость работы j -го прибора в i -м цикле;

$z = \|z_{ij}\|$ — бинарная матрица, в которой $z_{ij} = 1$ тогда, когда j -й прибор работает в i -м цикле, и $z_{ij} = 0$ — в противном случае;

z_j — j -й элемент вектора-столбца $V_j z^{(i)}$, равного логической сумме столбцов $z^{(i)}$ матрицы z ;

z^i — i -й элемент вектора-строки $V_j z_{(j)}$, равного логической сумме строк $z_{(j)}$ матрицы z .

В зависимости от конкретных условий задачи бывает предпочтительным либо скорейшее обнаружение объекта («любой ценой»), либо отыскание его наиболее экономичным способом, либо в различной степени и то, и другое. В соответствии с этим и критерии оптимальности решения задачи поиска можно разделить на три группы.

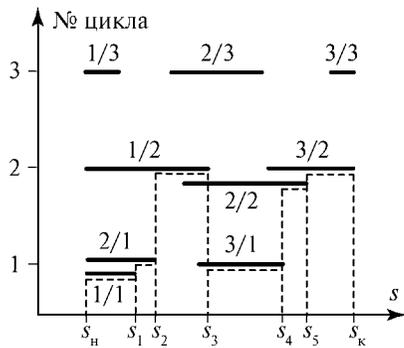


Рис. 2.5.1. Интервалы возможностей как исходные данные для планирования поиска

Критерием в случае предпочтения скорейшего (с дискретностью, равной циклу) обнаружения объекта может служить функционал

$$\Phi = \max_i \mu_i z^i$$

или

$$\Phi = \sum_{i=1}^{\bar{i}} \mu_i z^i, \quad \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_{\bar{i}}, \quad (2.5.1)$$

или, если известна плотность $f(s)$ распределения положения объекта на траектории в момент времени t_0 , функционал

$$\Phi = \sum_m \int_{I_m} f(s) \omega_i ds, \quad \omega_1 > \omega_2 > \dots > \omega_{\bar{i}}, \quad (2.5.2)$$

где I_m — элемент разбиения интервала поиска, а i_m — номер цикла, в котором он контролируется.

В случае предпочтения наиболее экономичного отыскания объекта в качестве критерия оптимальности можно взять функционал

$$\Phi = \sum_j \delta_j z_j + \sum_{j,i} \gamma_{ji} z_{ji}, \quad (2.5.3)$$

который следует обратить в минимум, а в качестве критерия смешанного типа — функционал

$$\Phi = \sum_j \delta_j z_j + \max_i \mu_i z^i + \sum_{j,i} \gamma_{ji} z_{ji} \quad (2.5.4)$$

или

$$\Phi = \sum_j \delta_j z_j + \sum_{i=1}^{\bar{i}} \mu_i z^i + \sum_{j,i} \gamma_{ji} z_{ji}. \quad (2.5.5)$$

Первое слагаемое здесь представляет собой стоимость привлечения контролирующих приборов, второе — штраф за длительность поиска, третье — стоимость текущей эксплуатации приборов по плану.

Функционал (2.5.2), который можно переписать еще в виде

$$\Phi = \sum_m \omega_{i_m} \int_{I_m} f(s) ds = \sum_m \omega_{i_m} p_m, \quad (2.5.6)$$

где p_m — вероятность нахождения объекта на интервале I_m , есть не что иное как математическое ожидание поощрения, которое надлежит обратить в максимум.

(Таким образом, смысл критерия (2.5.6) полностью определяется идеологией назначения поощрений.) Для полной строгости этого утверждения необходимо, чтобы вероятность нахождения объекта вне интервала поиска равнялась нулю, либо нужно в качестве слагаемого в (2.5.6) условно включить и интеграл по дополнению к интервалу поиска с весом $\omega_0 = 0$.

Обращение в максимум функционала (2.5.6) не представляет труда. Для этого необходимо использовать все возможности контроля в первом цикле, исключив лишь дублирование. Затем на не подвергшейся контролю части интервала поиска реализовать все возможности второго цикла, исключив дублирование, и так далее.

Задача минимизации функционалов (2.5.4) и (2.5.5) уже не является столь тривиальной, и мы ее будем решать при следующем допущении: конец (правый) элемента разбиения совпадает с концом содержащего его в соответствии с ПП интервала возможностей. В случае критерия (2.5.4) или (2.5.5) это допущение не является ограничительным и вместе с тем доставляет полезное упрощение: точками разбиения интервала поиска могут служить только концы интервалов возможностей. Эта задача изоморфна классической задаче дискретной оптимизации о разбиении заданного отрезка $I = [a, b]$ на подотрезки I_n , каждый из которых погружен в какой-либо интервал λ_q заданной системы интервалов $\Lambda = \{\lambda_q\}$, покрывающей I . Ее удобно решать методом «ветвей и границ» (Land, Doig, 1960; Корбут и др., 1977, 1983). Именно в этом методе легко учитывается требование принадлежности каждого I_n некоторому $\lambda_q \in \Lambda$, тогда как в рамках других методов формализовать его трудно. Кроме того, если структуру дерева решений выбрать так, чтобы на n -м ярусе фиксировалось значение элемента I_n разбиения, то для ускорения вычислительного процесса можно эффективно использовать дополнительное правило отсечения ветвей дерева решений (Вениаминов, 1984, 1986).

Перейдем к построению дерева решений. Первый ярус дерева включает вершины, сопоставленные с интервалами возможностей, накрывающими точку s_n . Последние, как и соответствующие вершины, кодируются двумя индексами (j/i) . Вершине первого яруса (j_{k_1}/i_{k_1}) соответствует множество решений с интервалом (j_{k_1}/i_{k_1}) в качестве первого (левого) элемента разбиения. Второй ярус де-

рева включает вершины $(j_{k_1 k_2}/i_{k_1 k_2})$, ответвляющиеся от каждой вершины первого яруса (j_{k_1}/i_{k_1}) и сопоставленные с интервалами возможностей, накрывающими конец (правый) интервала (j_{k_1}/i_{k_1}) . При этом вторым элементом разбиения является интервал $(j_{k_1 k_2}/i_{k_1 k_2}) \setminus (j_{k_1}/i_{k_1})$. Вершине n -го яруса $(j_{k_1 k_2 \dots k_n}/i_{k_1 k_2 \dots k_n})$ соответствует множество решений с фиксированным составом элементов разбиения интервала поиска слева до конца интервала $(j_{k_1 k_2 \dots k_n}/i_{k_1 k_2 \dots k_n})$, которые определяются кодами вершин, лежащих на ветви дерева, ведущей от корня к данной вершине n -го яруса (рис. 2.5.2):

$$(j_{k_1}/i_{k_1}); (j_{k_1 k_2}/i_{k_1 k_2}) \setminus (j_{k_1}/i_{k_1}); \dots; (j_{k_1 k_2 \dots k_n}/i_{k_1 k_2 \dots k_n}) \setminus (j_{k_1 k_2 \dots k_{n-1}}/i_{k_1 k_2 \dots k_{n-1}})'$$

Штрих означает расширение вычитаемого интервала влево до совмещения его начала с точкой s_n .

Оценка снизу $\widehat{\Phi}$ функционала Φ для множества решений, соответствующего некоторой вершине дерева $(j_{k_1 k_2 \dots k_n}/i_{k_1 k_2 \dots k_n})$, строится следующим образом:

$$\widehat{\Phi}[\eta(s^0)] = \widehat{\Phi}_1 + \widehat{\Phi}_2;$$

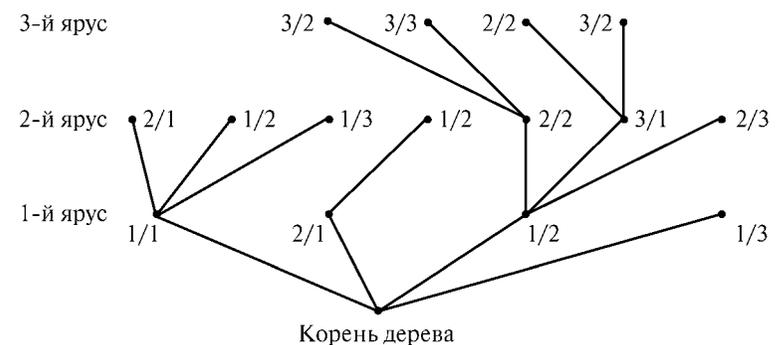


Рис. 2.5.2. Дерево решений

$\hat{\Phi}_1$ — оценка составляющей $\hat{\Phi}$ на определенной части решения;
 $\hat{\Phi}_2$ — оценка составляющей $\hat{\Phi}$ на неопределенной части решения;
 $\eta(s^0)$ — совокупность уже назначенных элементов разбиения, последний из которых (правый) оканчивается в точке s^0 (конец интервала $(j_{k_1 k_2 \dots k_n} / i_{k_1 k_2 \dots k_n})$);

$$\hat{\Phi}_1 = \sum_{j \in J^H} \delta_j z_j + \sum_{i \in I^H} \mu_i z^i + \sum_{\substack{j \in J^H \\ i \in I^H}} \gamma_{ji} z_{ji}; \quad (2.5.7)$$

J^H — множество номеров уже назначенных приборов; I^H — множество номеров уже запланированных циклов;

$$\hat{\Phi}_2 = \sum_{v=1}^{\bar{v}^\delta} \tilde{\delta}^v + \sum_{v=1}^{\bar{v}^\mu} \tilde{\mu}^v + \sum_{v=1}^{\bar{v}} \gamma^v; \quad (2.5.8)$$

\bar{v} — оценка снизу минимального числа еще не назначенных элементов разбиения оставшейся части интервала поиска — например, количество покрывающих ее в один слой самых длинных интервалов возможностей;

$$\bar{v}^\delta = \min \bar{\chi} : \sum_{\chi=1}^{\bar{\chi}} k[j_\chi] \geq \bar{v};$$

$k[j_1], k[j_2], \dots$ — убывающая последовательность величин $k[j]$; $k[j]$ — кратность повторения индекса j интервалов возможностей, оканчивающихся правее точки s^0 ;

$$\bar{v}^\mu = \min \bar{\psi} : \sum_{\psi=1}^{\bar{\psi}} k[i_\psi] \geq \bar{v};$$

$k[i_1], k[i_2], \dots$ — убывающая последовательность величин $k[i]$; $k[i]$ — кратность повторения индекса i интервалов возможностей, оканчивающихся правее точки s^0 ; $\{\gamma^v\}$ — последовательность упорядоченных по возрастанию величин γ_{ji} с индексами j и i интервалов возможностей, оканчивающихся правее точки s^0 ; $\{\tilde{\delta}^v\}$ — последовательность упорядоченных по возрастанию величин $\tilde{\delta}_j$ с индексами j интервалов возможностей, оканчивающихся правее точки s^0 ;

$\{\tilde{\mu}^v\}$ — последовательность упорядоченных по возрастанию величин $\tilde{\mu}_i$ с индексами i интервалов возможностей, оканчивающихся правее точки s^0 ;

$$\tilde{\delta}_j = \begin{cases} 0, & \text{если } j \in J^H, \\ \delta_j & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad \tilde{\mu}_i = \begin{cases} 0, & \text{если } i \in I^H, \\ \mu_i & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Для применения отсекающего правила по оценке $\hat{\Phi}$ необходимо иметь какое-либо конкретное решение. Чтобы его получить, рассмотрим одну приближенную процедуру решения задачи.

Интервалы возможностей расположим слоями (см. рис. 2.5.1). Если штраф за работу в i -м цикле резко возрастает с ростом i , а стоимость проката приборов относительно мала, то в нижнем слое размещаются интервалы, относящиеся к первому циклу, во втором слое — ко второму циклу и так далее. Если же стоимость проката превалирует над штрафами, то нижний слой образуют интервалы возможностей прибора с наименьшим значением δ_j , второй слой — с ближайшим большим значением δ_j и так далее. Простейшая приближенная процедура состоит в том, что состав разбиения наращивают слева направо, прижимаясь по возможности к оси s , т. е. по окончании очередного интервала переходят на самый нижний из возможных. Полученное решение используют в качестве рекорда для отсекаания бесперспективных ветвей дерева.

Нетрудно видеть, что эту процедуру можно улучшить, введя дополнительную проверку и этап коррекции после очередного перехода. Проверка состоит в установлении следующего факта: не накрывает ли интервал возможностей, на который осуществлен переход, какие-либо из уже назначенных элементов разбиения. Коррекция заключается в ассимиляции таких элементов данным интервалом возможностей.

Процесс отыскания точного решения состоит в развитии ветвей там, где это возможно, и в отсекании бесперспективных ветвей по сформулированному правилу. Наряду с последним для данной структуры дерева с целью дальнейшего сокращения перебора решений можно применить ДПО (Вениаминов, 1984): если две вершины имеют одинаковый код, то ветвление вершины с большим значением оценки $\hat{\Phi}_1$ можно пресечь.

Действительно, пусть для первой вершины $\hat{\Phi}_1 = \hat{\Phi}_1^1$, а для второй — $\hat{\Phi}_1 = \hat{\Phi}_1^2$, причем $\hat{\Phi}_1^1 \leq \hat{\Phi}_1^2$. Ввиду независимости продолжения разбиения от уже построенной части каждому решению из первого множества соответствует решение из второго, имеющее такое же продолжение, и наоборот. Для первого из взаимно соответствующих таким образом решений $\Phi = \hat{\Phi}_1^1 + \Phi_2$, а для второго $\Phi = \hat{\Phi}_1^2 + \Phi_2$, так что первое всегда не хуже второго. Следовательно, множество решений, связанное со второй вершиной, можно исключить из дальнейшего рассмотрения. Процесс решения будет закончен тогда, когда не останется перспективных вершин.

Изложенный здесь метод решения позволяет легко учесть уже проконтролированные ранее участки базового интервала поиска $[s_n, s_k]$. Если выяснено, что на участке $[s^*, s^{**}] \subset [s_n, s_k]$ искомый объект отсутствует, то задачу следует решить для исходного интервала поиска $[s_n, s^*]$, а затем, исключив использованные для ее решения интервалы возможностей, — для исходного интервала $[s^{**}, s_k]$.

2.6. Планирование поиска группы объектов группой приборов

В п. 2.4 будет указан путь дальнейшего улучшения непрерывного ОПП посредством перехода к кусочно-непрерывному виду функции $\bar{s}(t)$. Будем продолжать этот процесс дробления ПП для каждого k -го объекта из данной группы до тех пор, пока не будет выполнено неравенство $\Delta s \leq \Delta s_0$, где Δs_0 — размер поля зрения наблюдательного прибора, а Δs — высота вертикального элементарного плана, эквивалентного оптимальному элементарному плану.

В результате для каждого объекта (в одном цикле) будет получен набор моментов времени $\{t_i\}$ привязки элементарных планов, реализация которых обеспечивает обнаружение объектов за наименьшее суммарное время экспозиции (рис. 2.6.1). Множество $\{t_i\}$ обладает следующим свойством:

$$\sum_{\forall i: k_i = k^*} k_i = k^* m_{k^*},$$

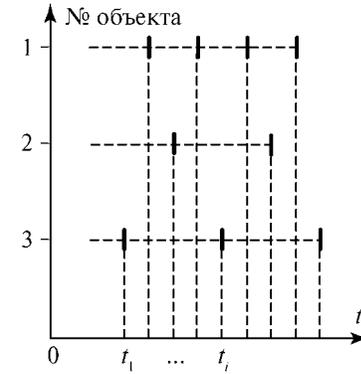


Рис. 2.6.1. Временная привязка элементарных ПП из ОПП

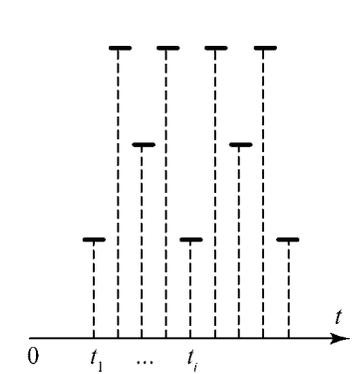


Рис. 2.6.2. Исходные данные для составления программы наблюдений

где k_i — индекс объекта, к которому относится момент времени t_i ; m_k — количество элементов в кусочно-непрерывном ОПП k -го объекта. Каждый такой момент времени t_i окружим интервалом Δt , равным продолжительности однократной экспозиции (рис. 2.6.2). Совокупность этих последних интервалов времени реализации кусочно-непрерывных линейных ОПП вместе с данными о реализуемости интервалов различными наблюдательными приборами представляет исходную информацию для составления программы наблюдений. Задача состоит в распределении всех интервалов между способными реализовать их приборами некоторым оптимальным образом.

В качестве критерия оптимальности примем суммарную стоимость привлечения приборов

$$\Phi = \sum_{j \in J} w_j x_j. \tag{2.6.1}$$

Здесь J — множество индексов приборов; w_j — стоимость применения (загруженность и т. д.) j -го прибора;

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{если } j\text{-й прибор привлекается,} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Решением служит матрица $Y = \|y_{ij}\|$,

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j\text{-й прибор должен реализовать } i\text{-й интервал,} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

При этом $x_j = x_j(Y)$ — не что иное как j -й элемент вектора-строки $V_j Y$, представляющей собой логическую сумму строк матрицы Y .

Требуется найти минимум функции Φ при условии

- 1) $z_{ij} = 1 \forall i, j: y_{ij} = 1$, где $z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й интервал реализуем} \\ & j\text{-м прибором,} \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$
- 2) интервал времени между смежными контролируруемыми j -м прибором интервалами разбиения должен превышать заданную величину $\Delta t_{\text{доп}}^j$;
- 3) все (или приоритетные) интервалы должны быть проконтролированы.

Без последнего условия решение было бы тривиальным: $Y = 0$.

Сформулированная задача сводится к задаче обслуживания \bar{k} абонентов \bar{r} системами в следующей формализации:

$$\sum_{j \in J} w_j x_j(Y) \Rightarrow \min, \quad (2.6.2)$$

$$\sum_{\forall j, \forall i: k_i = k^*} z_{ij} y_{ij} = m_{k^*}, \quad k^* \in K \subseteq \{1, 2, \dots, \bar{k}\}, \quad (2.6.3)$$

$$|t_i y_{ij} - t_l y_{lj}| \geq y_{ij} y_{lj} \Delta t_{\text{доп}}^j, \quad i \neq l, \quad l = 1, 2, \dots, \bar{l}, \quad \forall j. \quad (2.6.4)$$

Если критерий (2.6.2) допускает неоднозначное решение, то целесообразно поставить дополнительное оптимизационное условие:

$$\sum_{i,j} y_{i,j} \Rightarrow \max_Y. \quad (2.6.5)$$

В качестве целевой функции вместо (2.6.2) можно использовать математическое ожидание взвешенного числа обнаруженных объектов, а также ввести дополнительное ограничение снизу на вероятность благоприятных условий поиска каждого объекта.

Принятая матричная структура решения Y подсказывает естественную и удобную форму дерева решений, которое строится следующим образом. Без потери общности предполагаем, что интервалы пронумерованы в хронологическом порядке следования их центров. Вершинам n -го яруса дерева соответствуют множества решений, в которых уже фиксированы приборы, контролирующие первые n интервалов.

Построим теперь оценку снизу функционала Φ для вершин дерева в следующем виде:

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_1 + \hat{\Phi}_2 + \dots + \hat{\Phi}_m + \dots + \hat{\Phi}_{\bar{m}}.$$

Первое слагаемое определим как

$$\hat{\Phi}_1 \sum_{j \in J_0} w_j,$$

где J_0 — множество уже привлеченных приборов для реализации фиксированной части плана.

Введем ряд вспомогательных величин:

K^1 — множество номеров еще не фиксированных интервалов, каждый из которых может контролироваться лишь одним прибором;
 $J(K^1)$ — множество приборов, способных контролировать совокупность интервалов K^1 ;

$$J^{(1)} = J(K^1) \setminus J_0;$$

K^2 — множество номеров еще не фиксированных интервалов, каждый из которых может контролироваться ровно двумя приборами;
 $J(K^2)$ — множество приборов, способных контролировать совокупность интервалов K^2 ;

$$J^{(2)} = J(K^2) \setminus (J(K^1) \cup J_0).$$

По индукции можно определить таким образом $J^{(m)}$ для произвольного $m \in \{2, 3, \dots, \bar{j}\}$. Тогда

$$\hat{\Phi}_2 = \sum_{j \in J^{(1)}} w_j, \quad \hat{\Phi}_{m+1} = \min_{j \in J^{(m)}} w_j, \quad \text{если } J^{(m)} \neq \emptyset,$$

$$\hat{\Phi}_{m+1} = 0, \quad \text{если иначе.}$$

Легко видеть, что повышение точности расчета $\widehat{\Phi}$ достигается ценой увеличения трудоемкости вычислений. Поэтому обычно следует остановиться на некотором \bar{m} ($1 < \bar{m} < \bar{j}$), оптимальное значение которого определяется, например, экспериментально по набору контрольных вариантов с использованием в качестве критерия времени решения задачи.

И здесь, наряду с традиционными отсекающими правилами, характерными для методов ВГ, может быть применено ДПО в следующей трактовке: на n -м ярусе дерева решений среди вершин с одинаковым составом уже фиксированных приборов \bar{G} -сравнимыми (Вениаминов, 1984, 1986) будут те, для которых

$$t_n y_{nj} - t_l y_{lj} \geq t_n y_{nj} - t_l y_{lj}, \quad i < n, \quad l < n, \quad \forall j$$

или для которых ограничения (2.6.4) в окрестности момента времени t_n заведомо не нарушатся. Из \bar{G} -сравнимых вершин дальнейшему ветвлению подлежит лишь вершина с наименьшим значением $\widehat{\Phi}_1$.

Рассмотренная постановка задачи естественна в отсутствие жестких требований к оперативности поиска и при достаточно высоких вероятностях реализации элементов ПП. Альтернативные критерии (в отличие от (2.6.1)) и дальнейшие модификации постановки задачи будут рассмотрены в п. 3.8.

2.7. Планирование поиска по критерию времени обнаружения

Рассмотрим теперь задачу построения дискретного ПП, минимизирующего математическое ожидание времени обнаружения объекта. Этот критерий (в основе которого лежит требование обнаружить объект в кратчайший срок, не считаясь с экономическими затратами) обычно вступает в противоречие с рассмотренными ранее критериями, носящими преимущественно экономический характер. Например, наступления условий оптимальности критерия (2.4.2) иногда приходится ожидать в течение времени, сопоставимого с периодом обращения объекта T , при среднем времени ожидания $T/2$. Если T велико, то упомянутое противоречие становится очевидным. Таким образом, ПП, оптимальный в смысле нового критерия, как правило, не будет оптимальным в смысле старого и наоборот.

Тем не менее аппарат КЭ удобен для решения задач оптимального планирования поиска практически по любому критерию.

В прежней постановке задачи поиска закон распределения положения объекта не имел значения. Достаточно было задать интервал поиска $[s_n, s_k]$. В то же время свойство цикличности движения использовалось существенно. В новой постановке на текущий момент времени t_0 заданы интервал поиска $[s_n, s_k]$ и плотность распределения вероятностей нахождения на нем объекта $f_0(s)$. Требуется обнаружить объект как можно скорее. Пусть t_1 — самый ранний момент времени, с которого практически можно начать наблюдение точек траектории ($t_1 > t_0$), а t_2, t_3, \dots — моменты времени, следующие за t_1 с шагом Δt . $\mu_n = \mu_n(t_n)$ — элемент ПП, связанный с моментом времени t_n , представляющий собой вертикальный отрезок прямой высотой Δs ; $\mu_n(t_0)$ — его КЭ-проекция на момент времени t_0 .

Качество ПП $M = \bigcup_n \mu_n$ определим критерием

$$\Phi(M) = (t_1 - t_0) + \sum_{n=1}^{\bar{n}} (n-1) \Delta t \int_{\mu_n(t_0)} f_0(s) ds \quad (2.7.1)$$

(математическое ожидание времени обнаружения объекта при условии начала наблюдения в момент t_1), который надлежит обратить в минимум. Поскольку в (2.7.1) от ПП зависит только правое слагаемое, то его и будем далее рассматривать в качестве минимизируемого функционала. Ограничения в формулировке задачи присутствуют неявно:

- 1) области интегрирования $\mu_n(t_0)$ получаются КЭ-проецированием на момент времени t_0 элементов ПП μ_n , привязываемых строго к моментам времени t_n , $n = 1, 2, \dots, \bar{n}$;
- 2) ПП должен пересекаться со всеми КЭ семейства $\Sigma_{t_0}^{s_n, s_k}$.

Если допустить переменный шаг Δt (например, зависящий от угла перенацеливания прибора при переходе от элемента ПП μ_{n-1} к элементу μ_n), то вид функционала изменится:

$$\Phi(M) = \sum_{n=1}^{\bar{n}} \left(\sum_{i=0}^{n-1} \Delta t_i \right) \int_{\mu_n(t_0)} f_0(s) ds \quad (2.7.2)$$

при условии, что $\Delta t_0 = t_1 - t_0$.

Дерево решений может иметь по крайней мере две следующие естественные структуры (Вениаминов, 1987).

Структура 1. На n -м ярусе фиксируются элементы μ_n ПП с учетом уже построенной части ПП на более ранних ярусах.

Структура 2. Синтез решения ведется последовательно по слоям КЭ, начиная с верхнего, нижнего или любого среднего слоя. На n -м ярусе дерева решений фиксируется элемент ПП μ_{m_n} , контролирующий n -й слой в момент времени t_{m_n} .

Каждая из приведенных структур имеет свои достоинства и недостатки. Реализация структуры 1 не требует априорной конкретизации количества элементов ПП \bar{m} , при выборе же структуры 2 заданное \bar{m} необходимо. В то же время, текущая, уже синтезированная часть ПП при структуре 2 дерева обладает компактностью, односвязна. Построение очередного элемента ПП μ_{m_n} производится от единственно возможной опорной КЭ — нижней (верхней) границы уже построенной части ПП, если начинают с верхнего (нижнего) слоя, и от двух возможных опорных КЭ — верхней или нижней границы уже построенной части ПП, если начинают с какого-либо среднего слоя (рис. 2.7.1).

Благодаря этому структура 2 гарантирует от возникновения неудобных, нерациональных систем КЭ, имеющих вид «узких проливов», которые часто образуются при использовании структуры 1, допускающей большое число опорных КЭ в промежуточном частичном ПП (рис. 2.7.2).

Недостаток структуры 1 можно преодолеть, отказавшись от точного решения. Синтез приближенного решения будет описан ниже в данном подразделе.

Недостаток структуры 2 лишь на первый взгляд кажется критическим. Дело в том, что практически всегда можно указать границу сверху для максимального числа элементов ПП и положить \bar{m} равным этой границе. В «хороших» ПП действительное число «рабочих» элементов будет автоматически получаться меньше назначенного \bar{m} за счет того, что развитие соответствующих ветвей дерева решений будет заканчиваться на более ранних ярусах, чем \bar{m} -й, а ветви с излишне высокими индексами m_n элементов μ_{m_n} ,

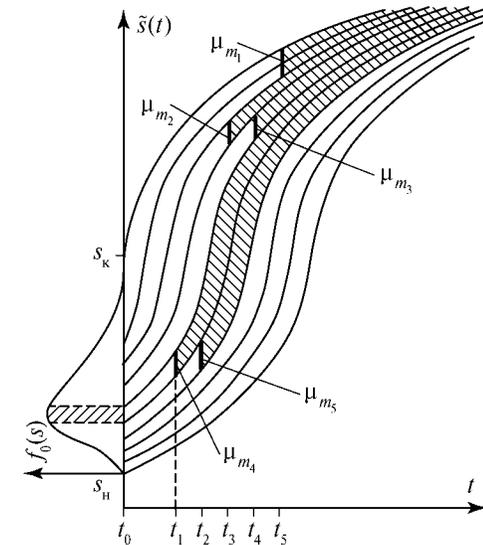


Рис. 2.7.1. Построение ПП в структуре 2

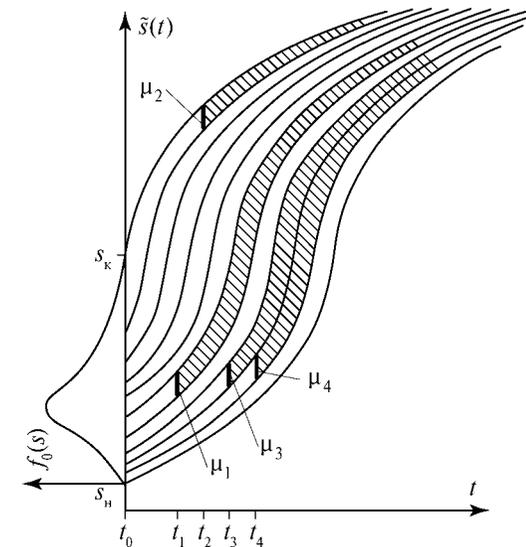


Рис. 2.7.2. Построение ПП в структуре 1

включенных в ПП на ранних ярусах, будут своевременно отсекаются при правильной организации вычислительного процесса.

Структура 2, как и структура 1, допускает переменность шага Δt_n , но величины Δt_n для всех n должны быть известны заранее. Если же размер шага Δt_n может быть определен только при переходе от μ_{n-1} к μ_n , то для решения задачи структура 2 не годится, тогда как структура 1 допускает рекурсию $\Delta t_n = \Delta t_n(\mu_{n-1})$.

Итак, структура 2 дерева решений позволяет получить как приближенное, так и точное решение, а структура 1 — практически только приближенное (приводимые ниже варианты приближенных процедур позволяют надеяться на хорошее приближение). Структура 1, кроме того, без каких-либо трудностей реализует переменный шаг следования элементов ПП.

Метод нахождения точного решения (в структуре 2). Первый ярус дерева содержит \bar{m} вершин. Первая вершина соответствует множеству решений, в которых первый (для определенности, сверху) слой КЭ контролируется в момент времени t_1 ; m -я вершина первого яруса соответствует множеству решений, в которых 1-й слой КЭ контролируется в момент времени t_m . Вершины второго яруса представляют множества решений, в которых 2-й слой контролируется в моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_{\bar{m}}$, за исключением момента, в который контролировался 1-й слой в соответствующей вершине.

Фиксация элемента ПП, контролирующего 1-й слой (вершина 1-го яруса), определяет опорную КЭ $\tilde{s}_{1\text{оп}}(t)$ для построения следующего элемента ПП. Фиксация элемента ПП, контролирующего 2-й слой КЭ (вершина второго яруса), определяет опорную КЭ $\tilde{s}_{2\text{оп}}(t)$ для построения 3-го элемента ПП и так далее. В n -м ярусе опорная КЭ — $\tilde{s}_{\text{ноп}}(t)$ (для каждой вершины своя). После каждого n -го этапа синтеза ПП область дальнейшего планирования поиска сужается до подсемейства КЭ $\sum_{t_0}^{s_n, \tilde{s}_{\text{ноп}}(t_0)} \subset \sum_{t_0}^{s_n, s_k}$ (см. п. 2.2), если слои отсчитываются сверху.

Оценка функционала $\hat{\Phi}$ в вершине n -го яруса вычисляется следующим образом:

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_1 + \hat{\Phi}_2, \quad (2.7.3)$$

$$\hat{\Phi}_1 = \Phi(M_n) = \left\{ \bigcup_{j=1}^n \mu_{m_j} \right\} = \sum_{j=1}^n (m_j - 1) \Delta t \int_{\mu_{m_j}(t_0)} f_0(s) ds.$$

Оставшаяся (после (2.7.3)) часть суммы (2.7.1), которую следует теперь оценить слагаемым $\hat{\Phi}_2$, имеет вид

$$\hat{\Phi}_2 = \Delta t \left\{ (m_{n+1} - 1) p_{m_{n+1}} + (m_{n+2} - 1) p_{m_{n+2}} + \dots + (m_{\bar{n}} - 1) p_{m_{\bar{n}}} \right\} = \Delta t A^T P, \quad (2.7.4)$$

где A — $(\bar{n} - n)$ -вектор с компонентами $a_j = (m_{n+j} - 1)$, а P — $(\bar{n} - n)$ -вектор с компонентами $p_{m_{n+j}} \geq 0$.

Без утраты общности предположим a_j в A (и, следовательно, в (2.7.4)) расположенными по возрастанию. Оценку снизу $\hat{\Phi}_2$ для Φ_2 можно получить, например, заменив неизвестный вектор P каким-либо известным вектором $\hat{P} \leq P$ (неравенство следует понимать поэлементно). Такой вектор $\hat{P} = (\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_j, \dots, \hat{p}_{\bar{n}-m})^T$ можно построить следующим образом, полагая $\bar{n} = \bar{m}$.

Для всех оставшихся свободными $\bar{m} - n$ моментов времени t_{m_j} (т. е. выбираемых из множества $\bigcup_{m=1}^{\bar{m}} t_m \setminus \bigcup_{l=1}^n t_l$) строим (временно) фиктивные элементы ПП, контролирующие очередной $(n + 1)$ -й слой КЭ, и проецируем их по КЭ на момент времени t_0 . μ_{n+1}^Φ — это фиктивный элемент с максимальной длиной проекции (по КЭ на ось s). Элемент μ_{n+1}^Φ временно присоединяем к ПП и проделываем такую же операцию для тех же $\bar{m} - n$ (*sic!*) моментов времени t_{m_j} в $(n + 2)$ -м слое КЭ. Получим фиктивный элемент ПП μ_{n+2}^Φ с максимальной длиной проекции, прилегающей к проекции $\mu_{n+1}^\Phi(t_0)$, и так далее. Вычислив аналогично элементы μ_{n+j}^Φ , $j = 3, \dots, \bar{J}$, $\bar{j} : \mu_{n+\bar{j}}^\Phi \cap \tilde{s}_n \neq \emptyset$, а для них

$$q_j = \int_{\mu_{n+j}^\Phi(t_0)} f_0(s) ds \quad (2.7.5)$$

и упорядочив q_j по убыванию, построим тем самым вектор $(\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_j, \dots, \hat{p}_{\bar{j}})^T$. Если $\bar{j} = \bar{m} - n$, искомым вектор \hat{P} найден. Если $\bar{j} < \bar{m} - n$, то, добавив к этому вектору $\bar{m} - n - \bar{j}$ нулей, получим искомую оценку \hat{P} .

Замечание 1. \bar{j} не может оказаться больше $\bar{m} - n$, иначе величина \bar{m} выбрана неправильно.

Замечание 2. Из построения вектора \hat{P} следует, что оцениваемая неизвестная составляющая (2.7.4) критерия Φ , как и требовалось, мажорирует оценку $\hat{\Phi}_2 = \Delta t A^T \hat{P}$.

Структура функционала (2.7.1) и ограничений задачи допускают применение ДПО (Вениаминов, 1984). Действительно, если для двух вершин n -го яруса дерева решений выполняются условия

$$\bigcup_{j=1}^n m_j^1 \subseteq \bigcup_{j=1}^n m_j^2, \quad \tilde{s}_{\text{ноп}}^1(t) \leq \tilde{s}_{\text{ноп}}^2(t) \quad \text{и} \quad \hat{\Phi}_1^1 \leq \hat{\Phi}_1^2, \quad (2.7.6)$$

то вершины \bar{G} -сравнимы и вторая вершина исключается из дальнейшего рассмотрения.

Путь построения приближенной процедуры подсказывает следующая ниже теорема, справедливость которой покажем для случая, когда можно пренебречь зависимостью интеграла в (2.7.1) от момента времени t_n привязки элемента ПП μ_n . Учитывая последнюю оговорку, которая уместна, например, при $t_{\bar{m}} - t_1 \ll T$ или при малом изменении производной $s'_i(t)$ в области планирования, условие оптимальности критерия (2.7.1) можно записать в виде

$$\Phi_{\min} = \min_P \sum_n (n-1) \Delta t p_{v_n} = \Delta t \min_P \sum_n (n-1) p_{v_n}, \quad (2.7.7)$$

где $P = (p_{v_1}, \dots, p_{v_n})$ — перестановка из заданного набора \bar{n} чисел $\{p_n\}$, $p_n = \int_{\mu_n(t_0)} f_0(s) ds$.

Теорема. В перестановке P_{\min} , доставляющей минимум значению функционала Φ , числа p_{v_n} должны монотонно убывать с ростом n .

Доказательство. Предположим противное, т. е., что в P_{\min} существуют $p_{v_{n^*}}$ и $p_{v_{n^*+1}}$ такие, что $p_{v_{n^*}} < p_{v_{n^*+1}}$. Пусть $p_{v_{n^*+1}} = p_{v_{n^*}} + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$. В таком случае $(n^* - 1)p_{v_{n^*}} + n^* p_{v_{n^*+1}} = n^* p_{v_{n^*}} - p_{v_{n^*}} + n^* p_{v_{n^*}} + n^* \varepsilon = (2n^* - 1)p_{v_{n^*}} + n^* \varepsilon$, тогда как $(n^* - 1)p_{v_{n^*+1}} + n^* p_{v_{n^*}} = n^* p_{v_{n^*}} - p_{v_{n^*}} + (n^* - 1)\varepsilon + n^* p_{v_{n^*}} = (2n^* - 1)p_{v_{n^*}} + (n^* - 1)\varepsilon$. Значит, поменяв местами $p_{v_{n^*}}$ и $p_{v_{n^*+1}}$ в P_{\min} , получим новую перестановку P' , для которой сумма в (2.7.7) на ε меньше, чем для P_{\min} , что противоречит определению P_{\min} и дезавуирует предположение. Теорема доказана.

Приближенный метод решения (в структуре 1). Изложим его для унимодальной функции $f_0(s)$. Для полимодальных функций распределения принцип синтеза ПП остается тем же, но подсемейства КЭ, контролируемые промежуточными частичными ПП, могут оказаться неоднозначными, причем в дальнейшем однозначность семейства КЭ, эквивалентного результирующему ПП, достигается часто в ущерб качеству последнего.

Кривую эквивалентности, проходящую через точку $\langle t_0, s_0 \rangle$, соответствующую максимуму $f_0(s)$, назовем центральной и обозначим $\tilde{s}_0(t)$. В качестве первого элемента ПП $\mu_1(t_1)$ выбираем вертикальный отрезок прямой длиной Δs с центром в точке $\langle t_1, \tilde{s}_0(t_1) \rangle$. Элементом μ_1 контролируется подсемейство КЭ $\sum_{t_1}^{s_{\text{н}}^1, s_{\text{к}}^1}$, где $s_{\text{н}}^1 = \tilde{s}_0(t_1) - \Delta s/2$, $s_{\text{к}}^1 = \tilde{s}_0(t_1) + \Delta s/2$. Кривые эквивалентности $\tilde{s}_{\text{н}}^1$ и $\tilde{s}_{\text{к}}^1$ являются опорными для построения очередных элементов ПП. Элемент $\mu_2(t_2)$ откладывается от одной из них в ту сторону, для которой интеграл $\int_{\mu_2(t_0)} f_0(s) ds$ имеет большее значение. Два построенных элемента μ_1 и μ_2 контролируют подсемейство КЭ $\sum_{t_2}^{s_{\text{н}}^2, s_{\text{к}}^2}$. Если μ_2 откладывается вверх, то $s_{\text{к}}^2$ — координата (ордината) s верхнего конца элемента μ_2 , а $s_{\text{н}}^2$ — координата (ордината) s нижнего конца элемента μ_1 , т. е. $s_{\text{н}}^1$, спроектированного по КЭ на момент времени t_2 . (Если вниз — то наоборот.) Следующий элемент ПП $\mu_3(t_3)$ опирается на одну из опорных КЭ $\tilde{s}_{\text{н}}^2(t)$ или $\tilde{s}_{\text{к}}^2(t)$ так, чтобы интеграл $\int_{\mu_3(t_0)} f_0(s) ds$ имел наибольшее значение, и так далее.

Таким образом, текущий частичный ПП $\bigcup_{m=1}^n \mu_m$ контролирует односвязное подсемейство КЭ $\sum_{t_n}^{s_{\text{н}}^n, s_{\text{к}}^n}$, заключённых между наиболее

удаленными одна от другой КЭ, пересекающими частичный ПП, $\tilde{s}_H^n(t)$ и $\tilde{s}_K^n(t)$. Последние являются опорными для последующих элементов ПП. Синтез ПП заканчивается, как только выполнится условие

$$\sum_{t_0}^{s_H, s_K} \subseteq \sum_{t_0}^{s_H^n, s_K^n}, \quad (2.7.8)$$

т. е. как только граничные КЭ $\tilde{s}_H(t)$ и $\tilde{s}_K(t)$ погрузятся в семейство $\sum_{t_0}^{s_H^n, s_K^n}$. Последовательность синтеза иллюстрируется рис. 2.7.3.

Изложенная приближенная процедура может использоваться как независимо, так и с целью получения начального рекорда в точном методе решения.

Обобщенная приближенная процедура (в структуре 1). В описанной выше приближенной процедуре синтез ПП начинался с центральной КЭ. При значительном диапазоне вариаций производной s'_t

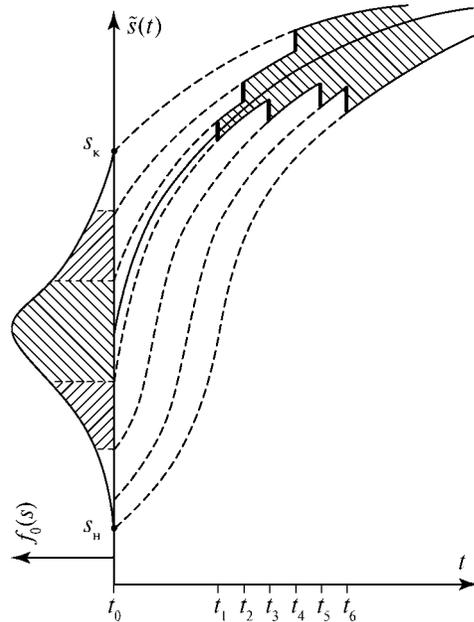


Рис. 2.7.3. Синтез субоптимального ПП в структуре 1

в пределах интервала планирования и специфических распределениях $f_0(s)$ положения объекта на интервале поиска ближе к оптимальному может оказаться план поиска, концентрирующийся около КЭ, отличной от центральной. Ввиду высокого быстродействия приближенной процедуры можно получить несколько приближенных решений M_i , синтез которых (по изложенной схеме) начинается с различных исходных КЭ, и выбрать наилучшее по значению критерия $\Phi(M_i)$.

2.8. Обнаружение объекта в кратчайшее время при неизвестном распределении его положения на интервале поиска

В основе методов ОПП, предложенных в п. 2.7, лежит использование информации о распределении вероятностей нахождения объекта на интервале $[s_H, s_K]$. В практических поисковых ситуациях распределение $f(s)$ часто бывает неизвестно или недостоверно. В таких случаях задача ОПП не вырождается, но решается другими методами и по видоизмененному критерию, хотя и в терминах аппарата КЭ.

Естественным критерием в таких случаях служит число элементов ПП, обеспечивающих гарантированное обнаружение объекта.

Идею подхода к решению задачи иллюстрирует рис. 2.8.1. При заданных моментах времени контроля траектории t_1 и t_2 ПП $M = \{\mu_1, \mu_2\}$ гарантирует обнаружение объекта к моменту времени t_2 (см. рис. 2.8.1a). План поиска, представленный на рис. 2.8.1б, обеспечивает эквивалентный контроль лишь меньшей части интервала поиска, что увеличивает время обнаружения по крайней мере на величину шага дискретности ПП по времени Δt . Таким образом, второй ПП явно хуже первого при любом распределении $f(s)$.

Теперь сформулируем правило построения ПП. Элемент μ_m , $m = 1, 2, \dots, \bar{m}$, размещается в области значений

$$s \in \sum_{t_0}^{s_H, s_K} \setminus \sum \left(\bigcup_{v=1}^{m-1} \mu_v \right)$$

с наименьшим значением производных $\tilde{s}'_t(t_m)$ от КЭ в точке t_m . Здесь $\Sigma(\cup \mu_v)$ — подсемейство КЭ всех точек объединения $\cup \mu_v$.

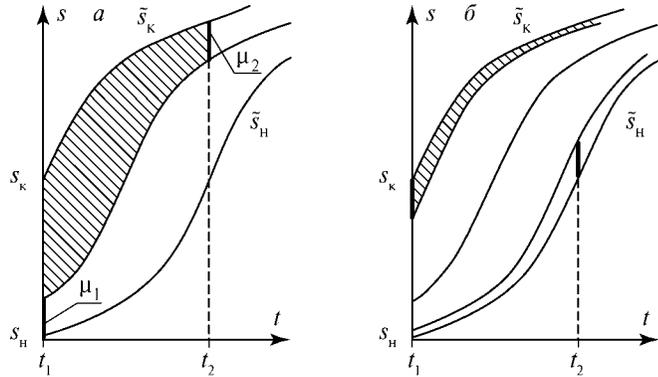


Рис. 2.8.1. Пример различия качества планов для 2-элементного ПП

Можно показать, что при естественных ограничениях в случае частного вида закона движения объекта (см. п. 2.4) это простое правило приводит к оптимальному ПП (с наименьшим числом элементов).

Одним из таких ограничений является начало наблюдений в момент времени t_1 . Рисунок 2.8.2 иллюстрирует «парадоксальный»

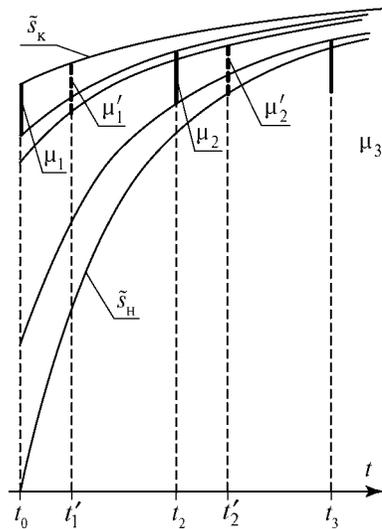


Рис. 2.8.2. «Парадоксальный» пример планирования

пример, когда снятие этого ограничения дает ПП с меньшим временем гарантированного обнаружения. В этом примере при заданном временном шаге дискретности ПП Δt начало поиска в более поздний момент времени ($t'_1 > t_1$) дает возможность уменьшить количество элементов ПП. Наилучший план можно найти, пользуясь тем же правилом в итерационной схеме по параметру t_1 .

Предложенные в п. 2.7 и 2.8 методы оптимального планирования поиска по критерию времени обнаружения применимы не только в случае циклического движения искомого объекта. Достаточно задать закон движения $s(t)$, базовый интервал начального нахождения объекта $\{s_H, s_K\}$, распределение на нем положения объекта $f_0(s)$ и ближайший момент времени t_1 возможного начала поиска. Разумеется, не должны нарушаться свойства КЭ 1, ..., 5 (см. п. 2.2) на рассматриваемом интервале.

2.9. Учет влияния ошибки в периоде движения объекта на планирование его поиска

Рассмотрим задачу ОПП при наличии ошибки в заданном периоде обращения объекта $T_0 = T + \Delta T$. Под влиянием этой ошибки истинная КЭ точки $\langle t_0, s_0 \rangle$ будет смещаться вдоль оси t на величину $\frac{\Delta T}{T} \psi(t - t_0)$, где ψ — монотонно возрастающая функция времени, причём

$$\psi(0) = 0, \quad \psi(t - t_0 + nT) = \psi(t - t_0 + nT), \quad (2.9.1)$$

где n — целое положительное.

Из (2.9.1) следует, что $\psi(nT) = nT$, а при симметричном распределении скорости $s'(t)$ относительно точки s_m , в которой она минимальна (частный вид закона движения объекта в п. 2.4), имеет место равенство $\psi\left(n\frac{T}{2}\right) = n\frac{T}{2}$, т. е. $\psi(t - t_0)$ совпадает с $t - t_0$ в узлах s_m и $s_{\max} = s_m \pm \frac{S}{2}$, если для определенности принять, что t_0 соответствует s_m или s_{\max} .

Уравнение (2.9.4) в терминах рис. 2.9.1 интерпретируется следующим образом. Значение второго слагаемого левой части уравнения $s'_i(t)$ (которое всегда неотрицательно) нужно компенсировать величиной катета ВС треугольника ABC, в котором $|AB| = (t - t_0)$, а гипотенуза AC параллельна касательной к кривой $s'_i(t)$ в точке t .

Ввиду периодичности функций $s'_i(t)$ и $s''_i(t)$ и линейного роста множителя $(t - t_0)$ при s''_i в последующих экстремумах для компенсации значений s'_i (ограниченных максимальным значением, одним и тем же для всех циклов) потребуется выбирать все меньшие и меньшие значения s''_i .

Таким образом, экстремальные точки функции $\delta s(t)$, оставаясь внутри области отрицательных значений $s''_i(t)$, с ростом t асимптотически стремятся к корням уравнения $\frac{d^2s}{dt^2} = 0$ (к экстремальным точкам функции $s'_i(t)$). Чем «глубже модулирована» $s(t)$, т. е. чем больше неравномерность распределения скорости движения объекта внутри цикла, тем быстрее сходимость. К левому краю заштрихованной области сходится $\max \delta s(t)$, к правому — $\min \delta s(t)$.

Асимптотически максимальное значение δs равно

$$\max \delta s(t) = \frac{\Delta T}{T} (t_{\max} - t_0) \left(\max_t s'_i(t, T) \right)$$

минимальное —

$$\begin{aligned} \min \delta s(t) &= \frac{\Delta T}{T} (t_{opt} - t_0) s'_i(t_{opt}, T) = \\ &= 0,5 \frac{\Delta T}{T} s'_i \frac{\tilde{s}_H^{-1}[s_m] + \tilde{s}_K^{-1}[s_m]}{2} \left(\tilde{s}_H^{-1}[s_m] + \tilde{s}_K^{-1}[s_m] - 2t_0 \right). \end{aligned} \quad (2.9.5)$$

Таким образом, мы только что доказали важную теорему.

Теорема: точка $\langle t_{opt}, s_m \rangle$ обладает двумя замечательными свойствами — в ее окрестности не только достигается оптимум ПП, но и влияние ошибки в периоде обращения объекта проявляется минимальным образом.

При планировании поиска циклически движущегося объекта влияние ошибки в определении периода его обращения проявляется через искажение КЭ семейства $\Sigma_{t_0}^{s_H, s_K}$. Компенсировать эти искажения можно двумя способами: а) увеличением времени экспозиции при реализации каждого элемента ПП, б) занижением расчетного размера контролируемой дуги Δs_p по сравнению с действительным Δs . Наконец, минимизировать влияние ошибки в периоде обращения КО на качество планирования его поиска можно, строя ПП в окрестности точки $\langle t_{opt}, s_m \rangle$.

В первом случае (а) время экспозиции увеличивается в обе стороны на величину $\frac{\Delta T}{T}(t - t_0)$. Во втором случае (б) при относительно малых значениях Δs расчетный размер дуги определяется из уравнения

$$\Delta s \approx 2s'_i(t, T) \frac{\Delta T}{T} (t - t_0) + \Delta s_p. \quad (2.9.6)$$

При значительных размерах однократно контролируемой дуги и существенных изменениях производной $s'_i(t)$ в пределах элемента μ_n коррекцию следует производить исходя из следующего расчета. Элемент μ_n должен быть расширен в сторону своего нижнего конца $\langle t_n, s_H^{\mu_n} \rangle$ на величину

$$\Delta s_H = \frac{\Delta T}{T} (t_n - t_0) \left. \frac{d\tilde{s}}{dt} \right|_{t: \tilde{s}(t) = s_H^{\mu_n}} \quad (2.9.7)$$

и в сторону своего верхнего конца $\langle t_n, s_K^{\mu_n} \rangle$ — на величину

$$\Delta s_K = \frac{\Delta T}{T} (t_n - t_0) \left. \frac{d\tilde{s}}{dt} \right|_{t: \tilde{s}(t) = s_K^{\mu_n}}. \quad (2.9.8)$$

Такой дискриминации концов μ_n не требуется при равномерном движении объекта, а величина Δs_p определяется как

$$\Delta s_p = \Delta s - 2S \frac{\Delta T}{(T - \Delta T)T} (t - t_0). \quad (2.9.9)$$

Во всех рассмотренных случаях в качестве ΔT следует брать максимальную ошибку определения T в начальный момент времени t_0 , тогда компенсация ошибки будет гарантированной.

В окрестности точки $\langle t_{opt}, s_m \rangle$ выгоднее пользоваться вторым способом компенсации искажений семейства КЭ ввиду наименьшего их проявления вблизи этой точки. Если нет возможности сдвинуть область планирования поиска в окрестность точки $\langle t_{opt}, s_m \rangle$, то в области больших значений производной s'_t лучше воспользоваться первым способом компенсации (а).

Итак, можно сделать выводы по этому разделу:

- Предложенная теория поиска циклически движущихся объектов позволяет построить удобную конструктивную методологию оптимального планирования поиска объектов средствами различных типов по основным диктуемым практикой критериям для самых разнообразных поисковых ситуаций.
- В целом ряде случаев построение ОПП сводится к решению задач дискретной оптимизации, допускающих применение ДПО (Вениаминов, 1984, 1986).
- Оптимальной в смысле экономического критерия областью поиска является окрестность точки $\langle t_{opt}, s_m \rangle$ с наименьшим значением производной $\frac{ds}{dt}$. В этой области не только достигается оптимум ПП, но и влияние ошибки в определении периода движения на качество ПП проявляется наименьшим образом.

3. ПОИСК ВЫСОКООРБИТАЛЬНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Как уже говорилось во введении, проблема поиска наиболее актуальна для ВОКО, поэтому настоящий раздел ориентирован прежде всего на этот класс ИСЗ. Тем не менее, если возникнет необходимость, предлагаемые здесь методы планирования поиска вполне применимы и к обнаружению ИСЗ других классов.

В настоящем разделе определяется совокупность задач контроля области высоких орбит, в которых возникают поисковые ситуации. На основе анализа особенностей проблемы обнаружения ВОКО и развитых в разд. 2 принципов и методологии планирования поиска циклически движущихся объектов, а также гибридных методов дискретного математического программирования (Вениаминов, 1984, 1986) разрабатываются научные основы и методология планирования поиска ВОКО по неполной (грубой) априорной информации об их орбитах, в том числе поиска ВОКО после маневра.

Рассматриваются пути повышения эффективности использования средств наблюдения и улучшения их оперативных характеристик при решении задач обнаружения ВОКО на основе разработанных методов.

3.1. Особенности проблемы обнаружения высокоорбитальных космических объектов

Особенности проблемы обнаружения ВОКО определяются особенностями их орбит, спецификой выполняемых ими задач, возможностями и условиями работы средств, позволяющих наблюдать объекты этого класса.

Во введении они уже частично рассматривались, и была обоснована необходимость обращения к принципу активного поиска при

решении поставленной проблемы в отличие от принципа пассивного обнаружения КО.

Этот принцип может быть реализован в виде методов двух типов: 1) регулярного просмотра (сканирования) области возможных орбит (в том числе постановки «барьеров») и 2) поиска КО по неполной (неточной, грубой) априорной орбитальной информации.

Принципиальное различие между ними состоит в том, что первые ориентированы на «безразличный», не связанный с конкретными КО просмотр заданной области пространства, а вторые — на оптимальную организацию поиска КО на основе предельно эффективного использования имеющейся, пусть неполной и грубой, информации об орбитах каждого их них.

Методы первого типа, обладая важным достоинством — глобальностью обзора, в то же время имеют следующие существенные недостатки:

- 1) они не отличаются экономичностью;
- 2) имеют сравнительно низкую оперативную эффективность;
- 3) не обеспечивают необходимых технологических условий обнаружения слабых полезных сигналов;
- 4) характеризуются большой связностью полного цикла сканирования, т. е. требуют непрерывности его реализации (а, следовательно, непрерывности благоприятных условий наблюдения в течение продолжительного интервала времени), что снижает возможности практической реализации основного достоинства методов обзора;
- 5) связаны с неизбежностью получения и идентификации множества лишних измерений, что негативно отражается на оперативности обнаружения;
- 6) область регулярного сканирования обычно располагается вблизи экваториальной плоскости, где скорость движения нестационарных ВОКО обычно слишком высока, что снижает точность угловых измерений и ухудшает условия концентрации и накопления энергии слабого полезного сигнала.

Устранить эти недостатки призвано ОПП с использованием априорной информации о КО. Даже в случае применения методов обзора на первой стадии обнаружения ВОКО далее, вследствие действия фактора малой мерной дуги, метеофакторов, маневрирования ВОКО и так далее, возникает необходимость в обращении к ОПП.

В результате реализации ОПП достигается не только экономия электроэнергии, фотоматериалов (для тех СН, в которых они используются), рабочего ресурса аппаратуры, занятости обслуживающего персонала, но и ускоряется процесс обнаружения новых и совершивших маневр КО, уменьшается вероятность срывов сопровождения КО (в том числе после маневра или коррекции орбиты), улучшаются условия идентификации измерений и КО, повышается чувствительность средств наблюдения всех типов к слабым полезным сигналам в режиме поиска, т. е. наряду с повышением эффективности использования средств наблюдения улучшаются основные характеристики контроля космического пространства.

На первом этапе обнаружения ВОКО действие фактора ММД по объективным причинам часто обуславливает недостаточную точность первоначальной орбиты, что приводит к низкой точности расчета эфемерид для следующего сеанса наблюдения, проводимого с целью достижения точности параметров орбиты, достаточной для внесения обнаруженного КО в каталог устойчиво сопровождаемых. Использование алгоритмов ОПП и грубых значений параметров первоначальной орбиты в качестве априорной информации дает возможность эффективно решить и эту проблему.

После осуществления точно не предсказуемых маневра или орбитальной коррекции вновь возникает задача поиска и обнаружения КО. В классе ВОКО это явление носит массовый характер, и применение методов ОПП дает значительный суммарный эффект.

Действие метеофакторов, радиолокационных и оптических помех и ряд других причин могут нарушать построенные заранее планы поиска полностью или частично. В таких случаях наилучшим выходом из ситуации является оптимальное перепланирование поиска с корректным учетом уже выполненной части прежнего плана.

Обнаружение КО на геостационарной орбите (если только его блеск не слишком слаб) облегчается рядом обстоятельств: узкий широтный пояс местонахождения таких КО, малая скорость их перемещения относительно наземного наблюдателя. Периодические глобальные обзоры приэкваториальной области широкоугольными оптическими средствами уже в значительной мере решают эту задачу (по известной статистике — для 70...80 % геостационарных КА). Однако маневры и систематические коррекции их орбит, а также довольно частые взрывы и прочие разрушения все же требуют

обращения к методам ОПП. Использование последних становится неизбежным также в случае малой яркости КО и при значительном отклонении их орбит от строго геостационарной.

С наибольшими трудностями сопряжены поиск и обнаружение нестационарных ВОКО и, в частности, ВЭКО. Трудности такого рода (в «поясе русских «Молний»») испытывают и действующие уже много лет посты ГЕОДСС (США) вследствие переменной скорости движения ВЭКО и частых коррекций орбит (Weber, 1979). Эффективное решение этой проблемы возможно лишь на базе методов ОПП с использованием априорной информации.

Особенно остро стоит вопрос об обнаружении ВОКО за пределами геостационарной орбиты. Обнаружение и контроль таких сверхвысоких КО практически возможны только с помощью узкополных (до долей угловой минуты) оптических и узколучевых радиолокационных средств по специальным поисковым программам. Но и после их обнаружения точность первоначального определения орбиты вследствие сильного проявления фактора ММД и ограничения сеанса наблюдения ночным временем на пункте наблюдения будет слишком низка для расчета эфемерид на очередной сеанс наблюдения. Так, например, при обнаружении КО на круговой орбите высотой $\sim 140\,000$ км ($T_\Omega = 6$ сут) по четырём измерениям двух углов (прямое восхождение α и склонение δ) с точностью $\sigma_{\alpha,\delta}$ (с.к.о.), равной $2''$, в течение шестичасовой ночи (мерная дуга 15°) будет получен вектор параметров орбиты с с.к.о., указанными в табл. 3.1.1 (σ_r — с.к.о. по радиус-вектору орбиты; σ_l — с.к.о. по касательной к орбите; σ_b — с.к.о. по бинормали; σ_T — с.к.о. периода обращения).

В этой же таблице приведены с.к.о. расчета эфемерид по этому вектору (α — прямое восхождение, δ — склонение, ρ — наклонная дальность) с прогнозом на время $\Delta t_{пр}$. Поскольку для надежного обнаружения КО угловые размеры поля зрения средства наблюдения должны превышать приблизительно 6 с.к.о. эфемерид (при прочих благоприятных условиях), то, как видно из таблицы, уже через несколько часов после окончания указанного сеанса обнаружения придется прибегнуть к поиску КО.

Есть еще одно принципиальное различие в основаниях для рациональной организации обнаружения НОКО и ВОКО. Процесс обнаружения НОКО обычно строится таким образом, что первоначаль-

ная орбита определяется по измерениям, полученным от одного или ряда радиолокационных средств в режимах независимых проводок. Такой принцип для НОКО оправдан тремя обстоятельствами: 1) НОКО пересекает зону действия РЛС за сравнительно короткое время; 2) энергетические затраты на получение измерения по НОКО значительно меньше, чем по ВОКО; 3) измерительной информации по НОКО достаточно.

Таблица 3.1.1. Точность расчета параметров α , δ , ρ с прогнозом на $\Delta t_{пр}$ по четырём измерениям ($\sigma_{\alpha,\delta} = 2''$) углового положения ВОКО с $T_\Omega = 6$ сут на интервале 6 ч

Точность определения орбиты		с.к.о.	$\Delta t_{пр}$, ч							
			0	2	4	6	8	12	16	22
σ_r , км	906	σ_α	2''	16''	30''	53''	1,6'	10'	24'	16'
σ_l , км	0,7	σ_δ	2''	6,6''	31''	1,3'	2,6'	5,2'	8,7'	30'
σ_b , км	20,8	σ_ρ , км	857	914	987	1076	1181	1427	1703	2167
$\sigma_{\dot{r}}$, м/с	7,2									
$\sigma_{\dot{l}}$, м/с	8,2									
$\sigma_{\dot{b}}$, м/с	0,12									
σ_{T_Ω} , с	16 800									

Условия обнаружения ВОКО с помощью РЛС имеют следующие отличия: 1) ВОКО может находиться в зоне действия РЛС сравнительно долго; 2) возможна реализация экономичного режима расхода энергии на сопровождение станцией обнаруженного ВОКО ввиду специфического распределения энергозатрат во времени в процессе проводки цели.

Рисунок 3.1.1 иллюстрирует и качественно поясняет последнее замечание. Из него видно, что наибольшие энергозатраты при обнаружении ВОКО приходится на начальный этап процесса обнаружения и автосопровождения. Затем, вследствие накопления координатной информации об обнаруженном объекте и, что особенно важно, увеличения мерной дуги точность определения его траектории прогрессивно возрастает, и, следовательно, частоту посылки пачек импульсов в процессе сопровождения можно соответственно прогрессивно снижать.

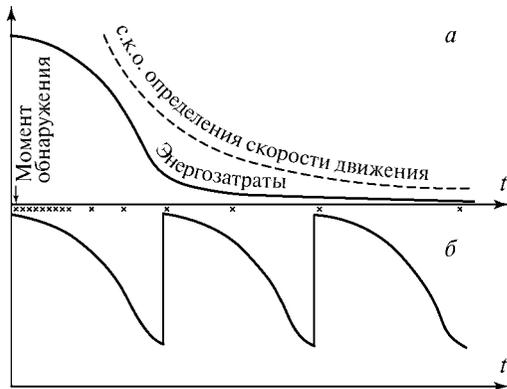


Рис. 3.1.1. Плотность распределения расхода энергии в режимах единой проводки (а) и независимых проводок (б) (качественное сравнение)

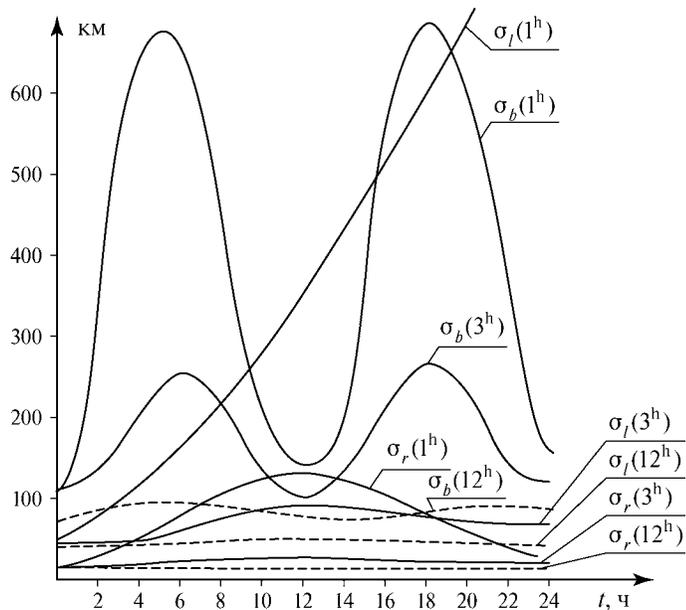


Рис. 3.1.2. Распределение точности прогнозирования параметров положения геостационарного КО в пределах первого витка для трех значений мерного интервала

В результате в режиме единой проводки все более значительное приращение точности параметров движения ВОКО будет достигаться при все меньших энергозатратах. В режиме независимых проводок каждое измерение получается при наибольших энергозатратах, соответствующих начальному этапу процесса обнаружения и автосопровождения (см. рис. 3.1.1б). Это следует учитывать при выборе стратегии обнаружения ВОКО и тактики использования средств. Кроме того, при планировании проводки цели в режиме обнаружения и автосопровождения целесообразно принимать во внимание такой эффект ММД как внутривитковая неравномерность распределения ошибок положения КО (рис. 3.1.2).

3.2. Поиск высокоорбитального космического объекта по аргументу широты

Как следует из уже сказанного, поиск ВОКО по аргументу широты является наиболее типичным и частым частным случаем поиска КО для поисковых ситуаций, возникающих в практике ККП.

Здесь будет дана интерпретация в терминах проблемы поиска ВОКО основных результатов разд. 2 и будут построены методы ОПП ВОКО для различных поисковых ситуаций, возникающих в процессе контроля высокоорбитальной области космического пространства. В основе большинства предлагаемых в данном разделе поисковых процедур лежат методы поиска по аргументу широты как при заданном, так и при неизвестном законе распределения положения КО на орбите.

3.2.1. Постановка задачи и трактовка основных понятий аппарата кривых эквивалентности

Орбита КО задана шестью кеплеровскими элементами — вектором состояния $R_0(t_0)$ и соответствующей ковариационной матрицей ошибок $K_0(t_0)$ для определенности и удобства дальнейших построений — на апсидальную точку (хотя в последнем нет крайней необходимости). Существенными предполагаются лишь ошибки задания параметра u . Исходя из угловых размеров поля зрения реальных средств наблюдения это предположение вполне обоснованно, о чем

свидетельствуют хотя бы данные табл. 1.1.1 и 1.1.2. Тем не менее далее будут рассмотрены и более общие ситуации.

Базовый интервал поиска $[u_n, u_k]$ в силу практической симметрии распределения ошибки в u относительно апсидальной точки, естественно, задается как

$$[u_n, u_k] = [u_0(t_0) - k\sigma_u(t_0); u_0(t_0) + k\sigma_u(t_0)], \quad (3.2.1.1)$$

где $\sigma_u(t_0)$ — с.к.о. значения параметра u , рассчитанное на момент времени t_0 , а коэффициент k определяется законом распределения ошибки в u и принятой доверительной вероятностью, с которой искомым КО предполагается находящимся на дуге орбиты $[u_n, u_k]$.

Аппарат КЭ, описанный в разд. 2, и все полученные там теоретические результаты полностью переносятся на случай движения КО подстановкой $s \equiv u$, $S \equiv 2\pi$, $T \equiv T_\Omega$ (драконический период обращения КО). Поскольку интерпретация теории раздела 2 в терминах движения и поиска КО очевидна, сделаем это только для основных понятий и выводов.

Произвольное множество точек $M = \{(t, u)\}$ плоскости tu интерпретируется как ПП. Далее будут рассматриваться только непрерывные, кусочно-непрерывные и ступенчатые ПП как физические осуществимые: $\tilde{u}_{t_0, u_0}(t)$ — КЭ точки $\langle t_0, u_0 \rangle$, которую можно трактовать как закон изменения во времени аргумента широты КО, движущегося по заданной орбите и в момент времени t_0 пересекающего широту u_0 . $\Sigma_{t_0, u_0}^{u_n, u_k} = \{\tilde{u}(t)\}_{t_0}^{u_n, u_k}$ — семейство КЭ \tilde{u}_{t_0, u_0} по параметру $u_0 \in [u_n, u_k]$ при фиксированном t_0 , которое обладает свойствами 1–5 из п. 2.2, так как движение КО является частным случаем циклического движения, исследованного в разд. 2 (см. также *Вениаминов*, 1983, 1984).

Из п. 2.2 ясно, что имеет смысл строить только полные неизбежные ПП в области плоскости tu , заключенной между КЭ $\tilde{u}_n \equiv \tilde{u}_{t_0, u_n}(t)$ и $\tilde{u}_k \equiv \tilde{u}_{t_0, u_k}(t)$, т. е. ПП, пересекающиеся с каждой КЭ из семейства $\Sigma_{t_0, u_0}^{u_n, u_k}$ ровно в одной точке. Реализация такого ПП гарантирует обнаружение КО с вероятностью, равной доверительной вероятности нахождения его на интервале $[u_n, u_k]$ в момент времени t_0 , при прочих благоприятных условиях, а это наибольшая вероятность в заданных условиях задачи.

Случай, когда в каждый момент времени может контролироваться лишь одна точка орбиты и закон контроля задается однозначной непрерывной дифференцируемой функцией $\bar{u}(t)$, представляет прежде всего теоретический и методический интерес. Кроме того, близкая к этой идеальная ситуация возникает, например, когда поиск КО осуществляется узкопольным средством с непрерывным перемещением поля зрения (луча). Вместе с тем, путем эквивалентной замены можно, естественно, с сохранением оптимальных свойств непрерывный однозначный ПП $\bar{u}(t)$ интерпретировать в терминах ступенчатой неоднозначной в обе стороны зависимости, характерной для поиска с помощью сравнительно широкоугольного оптического средства с дискретной во времени съемкой области пространства или РЛС с дискретным перенацеливанием зондирующего луча.

Поскольку скорость движения оси визирования реального наблюдательного прибора ограничена сверху некоторой величиной c_0 , на функцию $\bar{u}(t)$ наложим ограничение вида

$$\left| \frac{d}{dt} \bar{u}(t) \right| \leq c_0, \quad c_0 > 0, \quad (3.2.1.2)$$

или

$$\left| \frac{d}{dt} \varphi[\bar{u}(t)] \right| \leq c_0, \quad c_0 > 0, \quad (3.2.1.3)$$

где функция φ согласует действительное угловое перемещение скользящей по орбите оси визирования с соответствующим ему изменением параметра u .

Вообще говоря, необходимости в таком согласовании не было бы, если бы средство наблюдения было размещено в центре Земли. Для ВОКО, находящихся от наблюдателя на расстоянии в несколько радиусов Земли (они образуют основную массу КО рассматриваемого класса), функция φ практически близка к тождественной, поэтому для анализа идеальных непрерывных ПП ограничимся условием вида (3.2.1.2). Уточнение его, т. е. принятие ограничения вида (3.2.1.3), указало бы на еще большую эффективность ОПП, ибо неоптимальная область орбиты находится ближе к Земле, и ограничение на \bar{u}'_t должно быть более жестким, чем для более удаленной, оптимальной области. Так что полученные в п. 2.3 оптимальные условия поиска в пределах витка с учетом ограничения (3.2.1.2) вместо (3.2.1.3) — гарантированные.

Наконец, при переходе от идеализированных непрерывных ПП к реальным ступенчатым и существенно дискретным планам методы ОПП построены таким образом, что позволяют строго учитывать рассогласование между угловым размером наблюдаемой дуги орбиты $\Delta\gamma = |\varphi(u_2) - \varphi(u_1)|$ и соответствующим приращением аргумента широты $\Delta u = |u_2 - u_1|$ путем введения соответствующей компенсации в расчетное значение поля зрения прибора.

Согласно данным п. 2.3, будем считать ПП $\bar{u}(t)$ оптимальным, если проекция $\bar{u}(t)$ на ось t минимальна (здесь и далее — критерий 1). В соответствии с основной теоремой п. 2.3, 2.4, оптимальным ПП, удовлетворяющим ограничению (3.2.1.2), является заключенный между КЭ \tilde{u}_H и \tilde{u}_K отрезок $\bar{u}_{opt}^{\pi}(t)$ прямой

$$u_{opt}^{\pi}(t) = u_a - c_0(t - t_{opt}), \quad (3.2.1.4)$$

где $t_{opt} = \frac{\tilde{u}_H^{-1}[u_a] + \tilde{u}_K^{-1}[u_a]}{2}$; u_a — аргумент широты апогея. Таким образом, оптимальной областью поиска является окрестность апогея орбиты искомого КО. При построении и реализации ПП в окрестности апогея достигается наименьшее время занятости средств наблюдения независимо от того, известен закон распределения вероятностей положения искомого КО на интервале поиска $f(u)$ или нет. Для построения ОПП достаточно задать интервал $[u_H, u_K]$. Причем для фотографических средств наблюдения задание $f(u)$ ничего не дает, поскольку обнаружить КО можно только после реализации всего ПП (после проявления экспонированных фотоматериалов). То же справедливо и для любых типов средств, если нельзя пренебречь появлением в поле зрения посторонних КО. Если же есть возможность прекращения поиска сразу после попадания искомого КО в поле зрения прибора и его идентификации, информация об $f(u)$ служит резервом дальнейшего сокращения времени поиска. Соответствующий метод будет изложен в п. 3.3.

3.2.2. Дискретные планы поиска и практическое их использование

Реальное средство наблюдения может одновременно контролировать не одну точку орбиты, а сразу некоторый ее участок размером

Δu , и акты контроля могут следовать с дискретностью во времени $\Delta t \geq \Delta t_{доп}$. Такой режим характерен для большинства оптических, оптико-электронных и перспективных радиолокационных и лазерных средств наблюдения ВОКО, и ему соответствует дискретный ПП.

В плоскости tu акт контроля представляется элементом ПП μ_i в виде вертикального отрезка прямой размером Δu с центром в точке $\langle t_i, u_i \rangle$, а дискретный ПП — совокупностью элементов μ_i , чередующихся с шагом Δt_i по оси времени.

Простейший дискретный ПП, эквивалентный непрерывному ОПП (в смысле критерия 1), строится в виде «лесенки», начиная со средней ступеньки $\mu_{ср}$, центр которой совмещают с точкой $\langle t_{opt}, u_a \rangle$. Лесенку наращивают в обе стороны до КЭ \tilde{u}_H и \tilde{u}_K с шагом во времени Δt . Переходы между ступеньками осуществляются по КЭ: основание (начало) элемента μ_i соединяется с вершиной (концом) элемента μ_{i+1} вдоль соответствующей КЭ. При этом, если используются оскулирующие кеплеровские элементы орбит, достаточно внесения легко рассчитываемых линейных поправок в первые 5 компонент вектора состояния при переходе от одной КЭ к другой вдоль оси u . Если используются средние кеплеровские элементы орбит, внесения поправок не требуется.

Временной шаг следования элементов плана μ_i Δt включает время экспозиции (в прямом смысле для фотографических средств и в обобщенном для радиолокационных и оптико-электронных), время перенацеливания средства наблюдения и, возможно, служебные или программные временные затраты. Время экспозиции — это, прежде всего, время накопления энергии полезного сигнала на чувствительном элементе приемника.

Размер Δu_i элемента плана μ_i определяется, например, из уравнения

$$\sqrt{\left[\alpha \left(t_i, u_i + \frac{\Delta u_i}{2} \right) - \alpha \left(t_i, u_i - \frac{\Delta u_i}{2} \right) \right]^2 + \left[\delta \left(t_i, u_i + \frac{\Delta u_i}{2} \right) - \delta \left(t_i, u_i - \frac{\Delta u_i}{2} \right) \right]^2} = \Delta\gamma, \quad (3.2.2.1)$$

и при расстояниях от наблюдателя до контролируемой точки орбиты в несколько радиусов Земли можно положить $\Delta u_i = \Delta u \approx \Delta \gamma$. Здесь $\Delta \gamma$ — угловой размер поля зрения средства наблюдения (зондирующего луча), α и δ — экваториальные топоцентрические координаты начала и конца дуги орбиты, попадающей в поле зрения средства наблюдения при наведении его оси в момент времени t_i в точку орбиты u_i .

Режим «поиск на рубеже u^* » планируется на основе описанного в п. 2.4 дробления непрерывного ОПП и перехода к кусочно-непрерывному ПП с целью дальнейшего улучшения его качества в смысле критерия 1 (см. рис. 2.4.4). Далее непрерывные элементы предельного плана по эквивалентности преобразуются в вертикальные отрезки типа μ_i .

Практически ПП на рубеже u^* удобно строить, начиная, скажем, с последнего элемента $\mu_{\bar{i}}$, центр которого должен приходиться на широту u^* , а начало — опираться на КЭ \tilde{u}_n в точке

$$t = \tilde{u}_{t_0, u_n}^{-1} \left[u^* = \frac{\Delta u_i}{2} \right].$$

Центры всех остальных элементов плана μ_i располагаются на широте u^* , начало $\mu_{\bar{i}-n}$ совпадает с точкой пересечения КЭ конца элемента $\mu_{\bar{i}-(n-1)}$ с широтой $u = u^* - \frac{\Delta u_{\bar{i}-n}}{2}$. В случае, когда

$\Delta u_i = \Delta u = \text{const}$, достаточно построить единственный элемент плана μ_i и найти точку пересечения КЭ его конца

$$\left\langle \tilde{u}_{t_0, u_n}^{-1} \left[u^* - \frac{\Delta u}{2} \right], u^* \right\rangle$$

с широтой $u = u^* - \frac{\Delta u}{2}$, определив тем самым шаг Δt следования элементов ПП. Теперь тривиальность построения остальных элементов ПП μ_i очевидна (рис. 3.2.2.1).

Очевидно и то, что приближение u^* к u_a влечет повышение эффективности ПП.

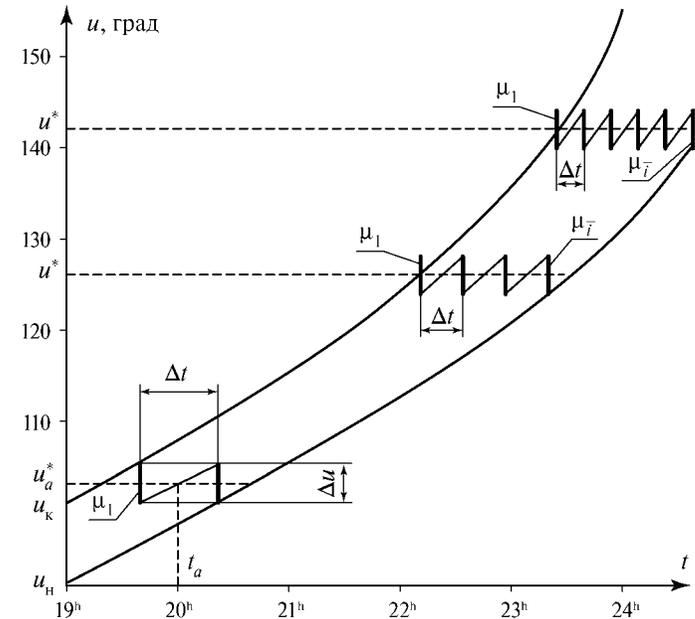


Рис. 3.2.2.1. Планирование поиска «на рубеже» для ВОКО типа SDS

Таким образом, достоинствами стратегии поиска на рубеже являются:

- простота построения ПП,
- малые вариации величины Δu ,
- постоянство точки нацеливания средства наблюдения,
- большая эффективность по сравнению с непрерывным ОПП и «лесенкой» (в смысле критерия 1) при $u^* = u_a$.

Если ПП предполагает несколько проводов, перерывы между исполнением элементов ПП каждой удобно использовать для реализации элементов других проводов на том же или близком к нему рубеже.

План поиска в любом из описанных видов, а также в рассматриваемых ниже, не является еще окончательным продуктом планирования поиска, для завершения которого в простейшем случае

рассчитываются условные эфемериды (целеуказания) на центры $\langle t_i, u_i \rangle$ элементов плана μ_i . Для этого используются условный вектор параметров орбиты, получаемый в результате прогнозирования исходного вектора состояния $R_0(t_0)$ на момент времени t_i и замены в нем значения аргумента широты $u_{R_0}(t_0)$ на u_i (при внесении линейных поправок в остальные пять элементов орбиты).

С целью обеспечения наиболее благоприятных условий для концентрации и накопления энергии слабого полезного сигнала в одной точке приемника поисковое средство должно реализовать не один фиксированный элемент ПП μ_i в момент времени t_i , а множество элементов в течение интервала экспозиции

$$\left(t_i^-, t_i^+ \right) \equiv \left(t_i - \frac{\Delta t_{\text{эксп}}}{2}; t_i + \frac{\Delta t_{\text{эксп}}}{2} \right)$$

продолжительностью $\Delta t_{\text{эксп}}$ (рис. 3.2.2.2).

На начало экспозиции t_i^- условная эфемерида (α, δ) рассчитывается по центру $\langle t_i^-, u_i^- \rangle$ элемента μ_i^- , являющегося КЭ-проекцией элемента плана μ_i на момент времени t_i^- . С этого момента приемнику сигнала должно быть сообщено движение (со скоростью, соответствующей условной скорости изменения широты u вдоль центральной КЭ), которое приведет его через время $\Delta t_{\text{эксп}}$ в положение, соответствующее элементу μ_i^+ , являющемуся КЭ-проекцией элемента плана μ_i на момент времени t_i^+ (конец экспозиции).

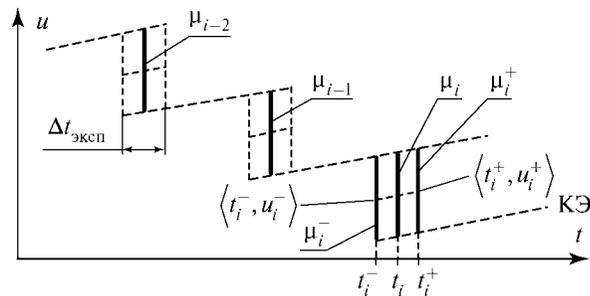


Рис. 3.2.2.2. План поиска с компенсацией движения КО

При сравнительно небольших $\Delta t_{\text{эксп}}$ достаточно рассчитать условные координаты КО α и δ на центр элемента μ_i^- и скорости их изменения $\dot{\alpha}$ и $\dot{\delta}$, в соответствии с которыми и придается движение приемнику. При значительных величинах $\Delta t_{\text{эксп}}$ значения скоростей должны периодически корректироваться в процессе экспозиции.

Таким образом, построенный ранее элемент ПП μ_i как бы «размазывается» вдоль КЭ, проходящей через его центр, и средство наблюдения реализует эти «мазки». Описанную методику можно применять не только при поиске КО, но и с целью наблюдения КО со слабым блеском и быстро движущихся в поле зрения средства наблюдения, даже если имеются точные целеуказания.

3.2.3. Учет реальных условий наблюдения в плоскости tu

В предыдущих разделах были определены оптимальные условия поиска КО без учета реальных ограничений на процесс наблюдения, за исключением ограничения (3.2.1.2). Однако для каждого пункта наблюдения существуют свои астрономические условия видимости. Кроме того, в каждый момент времени наблюдателю доступна лишь ограниченная часть орбиты КО, зависящая от времени. Местные сумерки, например, представляются в плоскости tu вертикальными полосами Q (см. рис. 2.4.2). Условия угловой видимости орбиты с данного пункта представляются более произвольными и сложными по конфигурации областями R (см. рис. 2.4.2).

Если на время планирования известен прогноз неблагоприятных метеорологических условий наблюдения в определенной части неба (а такой прогноз вполне надежен, если планирование поиска КО осуществляется непосредственно перед наблюдением или в процессе его), то благоприятные условия наблюдения тоже можно нанести в плоскости tu в виде областей R_1, R_2 и так далее (см. рис. 2.4.2). Реализована может быть только часть ПП, принадлежащая области $P = Q \cap R \cap R_1 \cap R_2, \dots$, которую часто бывает необходимо корректировать с учётом фазы освещенности КО.

Если построенный ПП на данном витке полностью не погружается в область P , то оставшуюся не реализованной часть ПП можно

по эквивалентности перенести на следующие витки (см. рис. 2.4.2). Чтобы избежать переноса части ПП на следующие витки (следующую ночь), можно ценой некоторого отступления от оптимальности попытаться погрузить ПП в ближайшую область P .

3.2.4. Поиск высокоорбитального космического объекта при наличии значительных ошибок в нескольких элементах орбиты

Мы уже знаем, что в практике ККП задача поиска ВОКО часто сводится к поиску по аргументу широты в одну проводку. Однако при обращении к априорной орбитальной информации, в которой ошибки вызваны не строго баллистическими причинами или эволюцией ошибок вектора состояния, ОНТП КО может характеризоваться значительными размерами и сложной структурой, что обусловлено наличием заметных ошибок не только в аргументе широты, но и в других элементах орбиты.

В этом случае можно разбить область поиска на «слои» орбит, исходя из углового размера поля зрения средства наблюдения, и поиск производить в несколько проводок (по числу слоев). Наиболее просто разбиение на слои осуществляется с помощью таблиц типа табл. 3.2.4.1, в которых приведены максимальные значения ошибок в эфемеридах ($\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$), вызванных различными ошибками в кеплеровских элементах a, e, i, Ω, ω типовых орбит ВОКО. В таких случаях при построении ПП следует в качестве расчетных брать заниженные размеры поля зрения с тем, чтобы неучтенная часть поля компенсировала отклонения вследствие ошибок в значениях указанных элементов.

Таблица 3.2.4.1. Максимальные ошибки расчета эфемерид квазистационарного КО ($a_0 = 42\ 106$ км, $e_0 = 0,001$, $i_0 = 0,002^\circ$, $\omega_0 = 0^\circ$, $\Omega_0 = 270^\circ$), вызванные ошибками в элементах орбиты (здесь $\Delta \equiv \sqrt{\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2}$)

Δa , км	ΔT	Δ_{max}	Δe	Δ_{max}	Δi	Δ_{max}	$\Delta\omega$	Δ_{max}	$\Delta\Omega$	Δ_{max}	$\Delta\delta_{max}$
0,65	2 с	0,5"	0,0 ³ 33	0,1"	4"	4,5"	40'	0",37	2'	2'15"	1,5"
1,3	4 с	1"	0,0 ⁴ 1	0,3"	20"	22",5	1°	0",55	10'	11'17"	6,5"
2	6 с	1,47"	0,0 ³ 1	3"	40"	44",7	2°	1'11"	20'	22'30"	13"
3,3	10 с	2,5"	0,0 ³ 2	6"	1'	1'07"	4°	2'23"	40'	44'50"	26"
11	337 с	8,43"	0,0 ³ 5	15"	2'	2'14"	6°	3'35"	1°	1°03'	40"

Продолжение табл. 3.2.4.1

Δa , км	ΔT	Δ_{max}	Δe	Δ_{max}	Δi	Δ_{max}	$\Delta\omega$	Δ_{max}	$\Delta\Omega$	Δ_{max}	$\Delta\delta_{max}$
39	120 с	30"	0,001	30"	10'	11'10"	10°	6'			
110	337 с	1'25"	0,002	1'	30'	33'30"	20°	12'			
220	675 с	2'50"	0,0033	1'39"							
66	34 мин	8'30"	0,0075	3'22"							
3300	2,8 ч	42'	0,01	4'34"							

Продолжение табл. 3.2.4.1

Максимальные ошибки расчета эфемерид ВЭКО ($a = 26\ 554$ км; $e_0 = 0,734$; $i_0 = 62^\circ,9$; $\omega_0 = 318,2^\circ$; $\Omega_0 = 102^\circ$) в апогее орбиты (здесь $\Delta \equiv \sqrt{\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2}$)

Δa , км	ΔT	Δ_{max}	Δe	Δ_{max}	Δi	Δ_{max}	$\Delta\omega$	Δ_{max}	$\Delta\Omega$	Δ_{max}	$\Delta\delta_{max}$
0,411	1 с	0,5"	0,0 ³ 33	6"	4"	4,3"	30"	0,001"	20"	22"	1"
0,822	2 с	1"	0,001	18",3	10"	11"	1,5'	0,01"	1'	1'06"	3"
1,23	3 с	1,47"	0,002	36",5	30"	32,5"	10'	0,35"	5'	5'30"	15"
1,64	4 с	2"	0,004	1'13"	1'	1'05"	30'	3,3"	10'	11'	30"
2,1	5 с	2,45"	0,006	1'40"	2'	2'09"	1°	13,3"	20'	22'	1'
4,1	10 с	5"	0,01	3'	10'	11'	1,5°	30"	1°	1°06'	3'
14	34 с	16,7"	0,02	6'	20'	21',5	2°	53"			
70	170 с	1'23"	0,04	12'	1°	1°05'	3°	2'			
140	341 с	2'47"	0,1	30'			5°	5'32"			
210	8,5 мин	4'					10°	22'10"			

Окончание табл. 3.2.4.1

Максимальные ошибки расчета эфемерид того же ВЭКО вне окрестности апогея (здесь $\Delta \equiv \sqrt{\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2}$)

	Δa , км	ΔT , с	Δ_{max}	Δe	Δ_{max}	$\Delta\omega$	Δ_{max}
$u_a - 45^\circ$	0,411	1	1,15"	0,0 ³ 33	42"	30"	12"
				0,001	2'05"	1,5'	35"
				0,01	22'	10'	4'
$u_a - 90^\circ$	0,411	1	2,3"	0,0 ³ 33	2'37"	30"	16"
	0,82	2	4,5"	0,001	8'	1,5'	47"
				0,01	1°22'	10'	5,2'

Более трудоемким, но более гибким путем является адаптация схемы разбиения области поиска на слои к конкретным условиям поиска: вместо обращения к табл. 3.2.4.1 для данного класса орбит, для выбранной области поиска, для данного пункта наблюдения (если он выбран заранее) и данных характеристик средств (размер поля зрения и т. п.) по ковариационной матрице ошибок или максимальным ошибкам в элементах орбиты рассчитываются соответствующие значения ошибок в прямом восхождении и склонении.

Из анализа влияния ошибок в элементах орбиты a , e , ω на точность расчета эфемерид ВОКО следует еще одно важное свойство оптимальной области поиска: ошибки в этих элементах орбиты сказываются наименьшим образом при планировании поиска ВОКО в окрестности апогея. Например, из табл. 3.2.4.1 видно, что для ВЭКО типа SDS или «Молния» ошибка $\Delta\omega = 30''$ приводит в окрестности апогея к ошибкам в α и δ , не превышающим $0,001''$, а при отклонении от апогея на 45° — к ошибке $12''$, т. е. в 10 000 раз больше. Ошибки в долготе восходящего узла Ω для ВОКО практически полностью переносятся в $\Delta\alpha$, т. е. $\Delta\Omega \approx \Delta\alpha$, причем для квазистационарных КО — в Δu . В последнем случае ошибка в Ω легко учитывается расширением интервала поиска $[u_n, u_k]$ на величину $\Delta\Omega$ в обе стороны.

В общем случае ($i \neq 0$) ПП строят, как показано на рис. 3.2.4.1, т. е. каждый элемент плана μ_n размножается КЭ-проецированием до группы $\{\mu_{n,k}\}$, $k = -\bar{k}, \dots, 0, \dots, \bar{k}$. Величина \bar{k} выбирается из

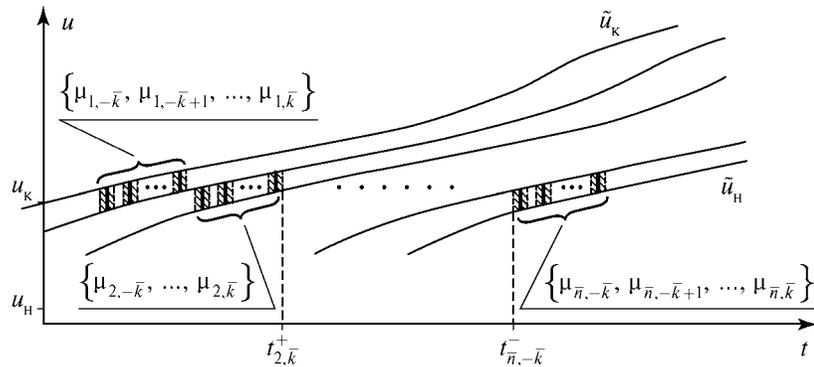


Рис. 3.2.4.1. Построение сложного ПП, компенсирующего движение КО и ошибку задания элемента Ω

условия $(2\bar{k} + 1)\Delta\gamma = \Delta\Omega$. По центрам $\langle t_{n,k}, u_{n,k} \rangle$ элементов $\mu_{n,k}$ по обычной методике (см. п. 3.2.2) рассчитываются опорные эфемериды $(\alpha_{n,k}, \delta_{n,k})$, в которых прямое восхождение затем корректируется путем добавления величины $k\Delta\gamma$. Скорректированную опорную эфемериду $((\alpha_{n,k} + k\Delta\gamma), \delta_{n,k})$ можно реализовать в виде «мазка» (см. п. 3.2.2 и 3.2.4.1).

Рассмотрим возможности повышения экономичности сложного (в несколько проводок) ПП при значительных ошибках во всех элементах орбиты. Введем необходимые обозначения:

$M_m \equiv \{\mu_n^m\}$ — произвольный возможный ПП m -й проводки, $m = 0, 1, 2, \dots, \bar{m}$; $n = 0, 1, 2, \dots, \bar{n}$;

$\bigcup_{k=0}^{\bar{k}} \widetilde{M}_k \equiv \bigcup_{k=0}^{\bar{k}} \{\tilde{\mu}_n^k\}$ — сложный ПП (в \bar{k} проводок), построенный по независимым разбиениям интервалов возможных значений элементов орбит (как описано выше);

A_t — плоскость экваториальных топоцентрических координат (α, δ) , сопоставленная с моментом времени t ;

$a^M(\mu(t), t_0)$ — совокупность экваториальных топоцентрических координат (α, δ) , контролируемых КЭ^(M)-проекцией элемента ПП $\mu \in M$ на момент времени t_0 ;

точка $\langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}}$ какого-либо элемента $\tilde{\mu}$ плана \widetilde{M}_k соконтролируема элементом μ_n^m плана M_m (обозначается $\langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}} \nearrow \mu_n^m$), если $a^{\widetilde{M}_k}(\langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}}, t_n^m) \subseteq a^{M_m}(\mu_n^m, t_n^m)$, где $\langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}}^{\widetilde{M}_k}$ — КЭ ^{\widetilde{M}_k} -проекция точки $\langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}}$ на момент времени t_n^m ;

$\tilde{\mu} \nearrow M$, если $\forall \langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}} \in \tilde{\mu} \exists \mu' \in M : \langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}} \nearrow \mu'$;

$\widetilde{M} \nearrow M$, если $\tilde{\mu} \in \widetilde{M} \Rightarrow \tilde{\mu} \nearrow M$;

$\widetilde{M} \nearrow \bigcup_{m=0}^{\bar{m}} M_m$, если $\forall \langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}} \in \tilde{\mu} \exists M_m : \langle t, u \rangle_{\tilde{\mu}} \nearrow M_m$;

$\bigcup_{k=0}^{\bar{k}} \widetilde{M}_k \nearrow \bigcup_{m=0}^{\bar{m}} M_m$, если $\forall k \widetilde{M}_k \nearrow \bigcup_{m=0}^{\bar{m}} M_m$.

Сформулируем теперь оптимизационную задачу:

$$\sum_{m=0}^{\bar{m}} |M_m| \Rightarrow \min \quad (3.2.2.1)$$

при условии

$$\bigcup_{k=0}^{\bar{k}} \widetilde{M}_k \nearrow \bigcup_{m=0}^{\bar{m}} M_m. \quad (3.2.2.2)$$

Принцип построения субоптимальных ПП. Для получения приближенного решения задачи (3.2.2.1)–(3.2.2.2) сначала строится опорный ПП \widetilde{M}_0 по начальному вектору R_0 . Каждый последующий ПП k -й проводки \widetilde{M}_k корректируется следующим образом. Элемент $\tilde{\mu}_n^k$ включается в скорректированный ПП $\widetilde{M}_k^* = \{\tilde{\mu}_s^k\} \subseteq \widetilde{M}_k$ только в том случае, если нарушается условие

$$\tilde{\mu}_n^k \nearrow \widetilde{M}_0 \cup \left(\bigcup_{v=1}^{k-1} \widetilde{M}_v^* \right) \cup \left(\bigcup_{s=1}^{n-1} \tilde{\mu}_s^k \right) \equiv M_{k-1, n-1}^*. \quad (3.2.2.3)$$

Решением служит объединение ПП

$$\widetilde{M}_0 \cup \left(\bigcup_{k=0}^{\bar{k}} \widetilde{M}_k^* \right).$$

Можно предложить более эффективную методику, отличающуюся от изложенной «активной» операцией проверки условия (3.2.2.3): в случае его нарушения $\tilde{\mu}_n^k$ корректируется таким образом, чтобы его $a^{\widetilde{M}_k}$ -образ $a^{\widetilde{M}_k} \left(\tilde{\mu}_n^k(t), t_p^v \right)$ максимально возможно (с учетом размеров всего поля зрения) сдвинулся в область $A_{t_p^v} \setminus a^{\widetilde{M}_v^*} \left(\tilde{\mu}_p^v(t), t_p^v \right)$ при условии

$$a^{\widetilde{M}_k} \left(\tilde{\mu}_n^k(t), t_p^v \right) \setminus a^{\widetilde{M}_v^*} \left(\tilde{\mu}_p^v(t), t_p^v \right) \subseteq a^{\widetilde{M}_k} \left(\tilde{\mu}_p^v(t), t_p^v \right), \quad (3.2.2.4)$$

где $\tilde{\mu}_p^v(t)$ — элемент ПП \widetilde{M}_v^* , которым соконтролируема часть $\tilde{\mu}_p^k$.

Можно еще больше повысить эффективность коррекции, очевидным образом распространив условие (3.2.2.4) на остальные элементы $M_{k-1, n-1}^*$.

Громоздкость введенной здесь символики не следует рассматривать как недостаток, ибо именно ей полученные соотношения обязаны ясностью и простотой расшифровки. Однако при всей ясности смысла предлагаемых операций еще предстоит добиться их конструктивности. Кроме того, при планировании поиска ВОКО с очень слабым блеском по данным методикам необходимо, наряду с проверкой условия (3.2.2.3), проверить также аналогичное условие относительно скорости, что, конечно, усложнит процедуру.

Но заметим, что более стройно и радикально при наличии больших ошибок во всех элементах орбиты проблема поиска решается с единых теоретических позиций с появлением общей методологии планирования поиска КО по неточной априорной информации без ограничений на распределение ошибки исходного вектора состояния КО по его компонентам (Veniaminov et al., 1998, 2005a; Veniaminov, 2009; Veniaminov, Lapukhin, 2007; Aksenov et al., 2009, 2010a, b) (см. разд. 4).

Отрицательные результаты наблюдений являются информацией не менее полезной, чем априорная информация какого-либо другого рода. При планировании поиска КО целесообразно учитывать и отрицательный исход проведенных ранее наблюдений, что способствует сужению области поиска и повышает эффективность ПП. При этом апостериорная функция плотности распределения $f(u)$ может оказаться кусочной, а базовый интервал поиска много связным.

В п. 2.4 уже был изложен способ учета информации, полученной в предшествующих циклах наблюдения, при переходе к очередному (см. рис. 2.4.2).

Описанную здесь процедуру планирования поиска КО по грубо заданному вектору состояния можно рассматривать как общую методику планирования поиска КО после «маневра» любым из 6 элементов орбиты. Использование дополнительной информации о маневре дает более экономичную методику (см. п. 3.4 и 3.6).

3.3. Планирование поиска высокоорбитального космического объекта по критерию времени обнаружения

В отличие от «экономического» критерия 1 (см. 3.2.1, 3.2.2), существуют показатели, отражающие оперативные свойства ПП, например, математическое ожидание времени обнаружения КО при заданном моменте времени возможного начала наблюдения t_0 (здесь и далее критерий 2). В некоторых случаях критерии 1 и 2 противостоят друг другу (например, когда момент времени t_0 слишком удален от времени прохождения ВОКО через апогей орбиты), что объясняется различными целями, преследуемыми при решении задачи обнаружения по каждому из этих критериев.

По заданной ковариационной матрице ошибок $K_0(t_0)$ можно восстановить функцию $f_0(u)$ плотности распределения вероятностей положения искомого КО на интервале поиска на момент времени t_0 . При известной $f_0(u)$ задача ОПП по критерию 2 изоморфна задаче, подробно исследованной в п. 2.7, где даются точный метод ее решения по схеме «ветвей и границ» с применением ДПО и при-

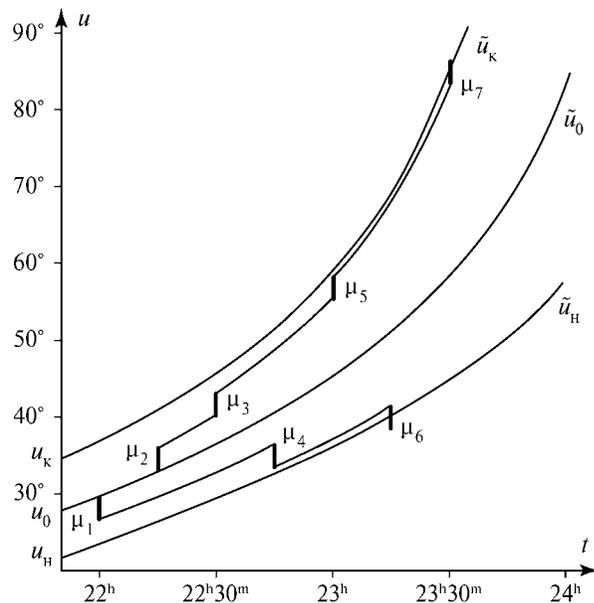


Рис. 3.3.1. ОПП ВЭКО типа SDS по критерию 2

ближенные методы. Поэтому здесь повторять их нет смысла: достаточно в п. 2.7 заменить переменную s на переменную u .

По поводу обнаружения КО в кратчайшее время при неизвестном законе распределения $f_0(u)$ сошлемся на аналогичные комментарии в п. 2.8.

На рис. 3.3.1 показана последовательность синтеза ОПП ВЭКО типа SDS для оптических средств с угловым размером поля зрения 3° и темпом съемки 15 мин при базовом интервале поиска размером 12° , заданным в окрестности апогея.

Предложенный метод ОПП по критерию 2 обладает важным практическим свойством: реализация ОПП, построенного при завышенном значении σ_{0u} , для нормального закона распределения ошибки в аргументе широты u (на момент прохождения апсиды) гарантирует минимальное время обнаружения КО. Иными словами, произвольное завышение значения ошибки в аргументе широты сохраняет оптимальные свойства плана поиска.

3.4. Планирование поиска высокоорбитального космического объекта после маневра (общий случай)

В большинстве случаев маневр движения ВОКО осуществляется в плоскости орбиты путем изменения периода его обращения T_Ω . В отсутствие сведений о величине изменения периода ΔT можно рассчитать ΔT_{\max} исходя из номинального значения географической долготы восходящего узла $\lambda_{\text{ном}}$, текущего его значения и ширины диапазона допустимых значений λ (при орбитальной коррекции).

В случае маневра перевода геостационарного КО в другую точку стояния величину ΔT (ΔT_{\max}) можно рассчитать исходя из номинальной или максимальной скорости дрейфа КО по долготе, в крайнем случае, из предельно возможного корректирующего импульса.

Будем предполагать, что при маневре значением периода T_Ω остальные кеплеровские элементы орбиты во время маневра практически не изменяются. Для такой ситуации справедливы допущения (2.9.2)

и результаты подразд. 2.9, где показано, что при наличии отклонения расчетного значения T от действительного вызываемые им искажения семейства КЭ, в котором строится ПП, оказываются наименьшими вблизи точек с минимальным значением производной \tilde{u}'_t . Следовательно, оптимальные условия поиска ВОКО после маневра или орбитальной коррекции создаются в области, непосредственно предшествующей апогею орбиты, причем оптимум этой области на последующих витках сходится к точке с минимальным значением \tilde{u}'_t .

Пусть на момент времени t_0 вектор параметров орбиты $R_0(t_0)$ известен практически точно. Движение ВОКО в плоскости tu представлено КЭ $\tilde{u}_0(t_0, T_0)$, где T_0 — период обращения КО до маневра. Теперь будем рассматривать T как параметр семейства КЭ: $\tilde{u}_{t_0, u_0}(t, T)$.

Зададимся нижней оценкой момента времени маневра t_0^{\min} , в качестве которой выберем, если нет другой информации, момент времени, когда КО наблюдался в последний раз на прежней орбите. В п. 3.6 показано, как эту оценку можно уточнить. Задачу исследуем для различных типов информации о маневре.

1. Известен минимум информации о маневре, т. е. абсолютная величина изменения периода $|\Delta T|_{\max}$. План поиска строится на пучке КЭ, исходящих из точки $\langle t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0) \rangle$ (рис. 3.4.1):

$$\Sigma_{t_0^{\min}}^{T_0 \pm |\Delta T|_{\max}} = \left\{ \tilde{u}_{t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0)}(t, T) \right\}_{T \in [T_0 - |\Delta T|_{\max}; T_0 + |\Delta T|_{\max}]} \quad (3.4.1)$$

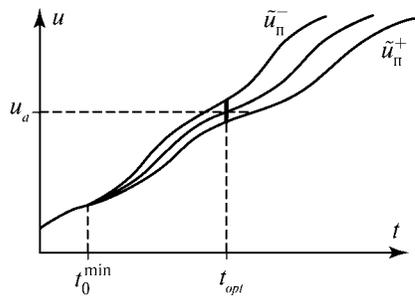


Рис. 3.4.1. Построение ПП на пучке КЭ

Оптимальная область контроля, согласно 2.9, имеет асимптотический центр в точке с минимальным значением производной $\frac{\partial}{\partial t} \tilde{u}_0(t, T_0)$, т. е. в точке $\langle t_{opt}, u_a \rangle$. Для этой точки размер подлежащей контролю дуги равен

$$\Delta u_{opt}^{\Pi} = \tilde{u}_{\Pi}^-(t_{opt}) - \tilde{u}_{\Pi}^+(t_{opt}) = 2\tilde{u}'_{0t}(t_{opt}, T_0) \frac{|\Delta T|_{\max}}{T_0} (t_{opt} - t_0^{\min}), \quad (3.4.2)$$

где $\tilde{u}_{\Pi}^- \equiv \tilde{u}_{t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0)}(t, T_0 - |\Delta T|_{\max})$,

$\tilde{u}_{\Pi}^+ \equiv \tilde{u}_{t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0)}(t, T_0 + |\Delta T|_{\max})$.

Если Δu_{opt}^{Π} превышает угловой размер поля зрения средства наблюдения, можно реализовать режим поиска на рубеже $u^* = u_a$ с последовательным дроблением исходного ПП μ_0 (рис. 3.4.2). На первом этапе дробления получим элементы ПП μ_{01} и μ_{02} с координатами центров $u_{01} = u_{02} = u_a$, $t_{01} = t_{opt} - 0,5 \frac{|\Delta T|_{\max}}{T_0} (t_{opt} - t_0^{\min})$,

$t_{02} = t_{opt} + 0,5 \frac{|\Delta T|_{\max}}{T_0} (t_{opt} - t_0^{\min})$ и размерами элементов ПП

$$\Delta u_{01} = \Delta u_{02} = \tilde{u}_{\Pi}^-(t_{01}) - \tilde{u}_0(t_{01}, T_0) < 0,5 \Delta u_{opt}^{\Pi}. \quad (3.4.3)$$

Если Δu_{01} (и Δu_{02}) все еще велико, дробление можно продолжить. Из неравенства (3.4.3) следует, что размер однократно контролируемой дуги в процессе дробления ПП убывает быстрее функции $2^{-n} \Delta u_{opt}^{\Pi}$, где n — номер этапа дробления ПП.

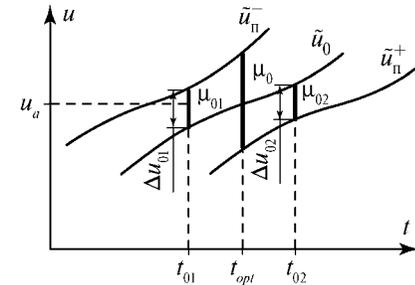


Рис. 3.4.2. Режим поиска «на рубеже»

2. Известны максимально и минимально возможные значения изменения периода ΔT_{\max} и ΔT_{\min} , и они одного знака, для определенности, отрицательного (разумеется, $|\Delta T_{\max}| > |\Delta T_{\min}|$).

Пусть t_0^{\min} — самый ранний, а t_0^{\max} — самый поздний из возможных моментов времени приложения импульса маневра. В этом случае ПП строится на псевдопучке КЭ (рис. 3.4.3):

$$\Sigma_{t_0^{\min}, t_0^{\max}}^{T_0 + \Delta T_{\min}, T_0 + \Delta T_{\max}} = \left\{ \tilde{u}_{t^0, \tilde{u}_0(t^0, T_0)}(t, T) \right\}, \quad (3.4.4)$$

где $t^0 \in [t_0^{\min}, t_0^{\max}]$, $T \in [T_{\min}, T_{\max}]$, $T_{\min} = T_0 + \Delta T_{\max}$,

$$T_{\max} = T_0 + \Delta T_{\min}, \quad \tilde{u}_{\text{ПП}}^- = \tilde{u}_{t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0)}(t, T_{\min}),$$

$$\tilde{u}_{\text{ПП}}^+ = \tilde{u}_{t_0^{\max}, \tilde{u}_0(t_0^{\max}, T_0)}(t, T_{\max}).$$

Оптимальные области контроля имеют центры в точках

$$\langle t_{\text{opt}}^{\text{ПП}}(n), u_a + 2\pi n \rangle = \frac{(\tilde{u}_{\text{ПП}}^-)^{-1}[u_a + 2\pi n] + (\tilde{u}_{\text{ПП}}^+)^{-1}[u_a + 2\pi n]}{2}. \quad (3.4.5)$$

В дальнейшем слагаемые в квадратных скобках числителя правой части равенства (3.4.5) будем опускать, понимая u_a обобщенно.

Размер начального элемента ПП μ_0 определится как

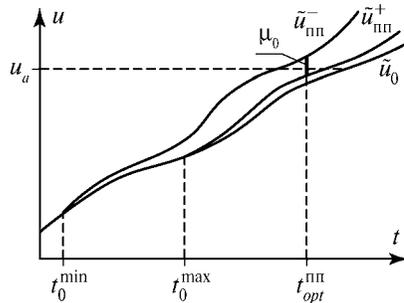


Рис. 3.4.3. Построение ПП на псевдопучке КЭ

$$\begin{aligned} \Delta u_{\text{opt}}^{\text{ПП}} &= \tilde{u}_{\text{ПП}}^-(t_{\text{opt}}^{\text{ПП}}) - \tilde{u}_{\text{ПП}}^+(t_{\text{opt}}^{\text{ПП}}) = \\ &= \frac{1}{T_0} \left[\left| \Delta T_{\max} \right| \left(t_{\text{opt}}^{\text{ПП}} - t_0^{\min} \right) \tilde{u}'_{t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min})} \left(t_{\text{opt}}^{\text{ПП}}, T_0 + \Delta T_{\max} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left| \Delta T_{\min} \right| \left(t_{\text{opt}}^{\text{ПП}} - t_0^{\max} \right) \tilde{u}'_{t_0^{\max}, \tilde{u}_0(t_0^{\max})} \left(t_{\text{opt}}^{\text{ПП}}, T_0 + \Delta T_{\max} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

Если $\Delta u_{\text{opt}}^{\text{ПП}}$ превышает угловой размер поля зрения средства наблюдения, как и в предыдущем случае, реализуется режим поиска на рубеже $u^* = u_a$ с последовательным дроблением исходного ПП. Правда, здесь это осуществить несколько сложнее ввиду нетривиальности структуры псевдопучка (3.4.4). Строго говоря, деление псевдопучка на два слоя (точнее, псевдослоя) должно производиться его кривой эквивалентности $\tilde{u}_{t_{\text{opt}}^{\text{ПП}}, u_a}$ с минимально возможным значением периода T^* , заключенным между $T_0 + \Delta T_{\max}$ и $T_0 + \Delta T_{\min}$, и моментом времени изменения периода с T_0 на T^* , заключенным между t_0^{\min} и t_0^{\max} . Однако, если это вызывает затруднения, практически можно воспользоваться более удобовычислимой КЭ псевдопучка.

Структуру псевдопучка несколько поясняет рис. 3.4.4, на котором изображен простейший псевдопучок, описывающий маневр КО на круговой орбите. Все КЭ здесь прямолинейны. КЭ \tilde{u}_1 и \tilde{u}_2 принадлежат псевдопучку, хотя они и пересекаются внутри него (в частности, в этом отличие псевдопучка от пучка). Сам псевдопучок можно разложить на пучки: структурно он представляет собой объединение

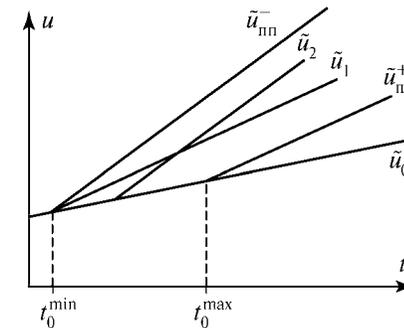


Рис. 3.4.4. Структура псевдопучка КЭ при маневре КО на круговой орбите

пучков КЭ с граничными КЭ, параллельными $\tilde{u}_{\text{ПП}}^-$ и $\tilde{u}_{\text{ПП}}^+$, исходящими из точки $\langle t^*, u^* \rangle$, пробегающей отрезок КЭ \tilde{u}_0 от t_0^{\min} до t_0^{\max} . Для эксцентрических орбит структура псевдопучка маневра, конечно, сложнее. Однако это не мешает пользоваться приведенным методом ОПП в силу его большой общности. Для случая $T_{\min} > 0$, $T_{\max} > 0$ соответствующие формулы выводятся аналогично.

3. Известны предельные изменения периода обращения КО в результате маневра ΔT^- и ΔT^+ , и они разных знаков: $\Delta T^- \leq 0$, $\Delta T^+ \geq 0$. Этот случай проще предыдущего, так как ПП строится на пучке кривых эквивалентности, исходящих из точки $\langle t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0) \rangle$. Отличие от пучка (3.4.1) здесь состоит в отсутствии симметрии пучка относительно центральной КЭ \tilde{u}_0 . В связи с этим изменятся и соответствующие формулы:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{\text{П}}^- &\equiv \tilde{u}_{t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0)}(t, T_0 + \Delta T^-), \\ \tilde{u}_{\text{П}}^+ &\equiv \tilde{u}_{t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0)}(t, T_0 + \Delta T^+), \\ \sum_{t_0^{\min}}^{T_0 + \Delta T^-, T_0 + \Delta T^+} &= \left\{ \tilde{u}_{t_0^{\min}, \tilde{u}_0(t_0^{\min}, T_0)}(t, T) \right\}_{T \in [T_0 + \Delta T^-; T_0 + \Delta T^+]}. \end{aligned} \quad (3.4.7)$$

Оптимальная область контроля имеет центр в точке

$$\langle t_{\text{opt}}^{\text{П}}, u_a \rangle, \quad t_{\text{opt}}^{\text{П}} = \frac{(\tilde{u}_{\text{П}}^-)^{-1}[u_a] + (\tilde{u}_{\text{П}}^+)^{-1}[u_a]}{2}.$$

Размер начального элемента ПП μ_0 равен

$$\begin{aligned} \Delta u_{\text{opt}}^{\text{ПП}} &= \frac{T_{\text{cp}} - T_{\min}}{T_{\text{cp}}} (t_{\text{opt}}^{\text{П}} - t_0^{\min}) \tilde{u}'_{0t}(t_{\text{opt}}^{\text{П}}, T_0 - |\Delta T^-|) + \\ &+ \frac{T_{\max} - T_{\text{cp}}}{T_{\text{cp}}} (t_{\text{opt}}^{\text{П}} - t_0^{\min}) \tilde{u}'_{0t}(t_{\text{opt}}^{\text{П}}, T_0 + \Delta T^+) = \\ &= \frac{\Delta T^+ + |\Delta T^-|}{2 \left(T_0 + \frac{\Delta T^- + \Delta T^+}{2} \right)} (t_{\text{opt}}^{\text{П}} - t_0^{\min}) \left[\tilde{u}'_{0t}(t_{\text{opt}}^{\text{П}}, T_0 - |\Delta T^-|) \right] + \\ &+ \tilde{u}'_{0t}(t_{\text{opt}}^{\text{П}}, T_0 + \Delta T^+), \quad T_{\text{cp}} = 0,5(\Delta T_{\max} + \Delta T_{\min}). \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

4. Случай круговой орбиты. Прежде всего заметим, что для круговых орбит не существует локально-оптимальных областей построения ПП. Тем не менее аппарат КЭ позволяет легко осмыслить ситуацию и построить полный неизбыточный и предельно экономичный в данной ситуации план поиска. Для круговых орбит вы рождается лишь одно из полезных свойств ОПП.

Для рассмотренных типов информации о маневре соответствующие формулы примут следующий вид:

$$\Delta u^{\text{П}}(t) = 4\pi \frac{|\Delta T|_{\max}}{T_0^2} (t - t_0^{\min}), \quad (3.4.2')$$

$$\Delta u^{\text{ПП}}(t) = \frac{2\pi}{T_0} \left[\frac{|\Delta T|_{\max}}{T_0 + \Delta T_{\max}} (t - t_0^{\min}) - \frac{|\Delta T|_{\min}}{T_0 + \Delta T_{\min}} (t - t_0^{\max}) \right], \quad (3.4.6')$$

$$\begin{aligned} \Delta u^{\text{П}}(t) &= \frac{\pi}{T_0 + \frac{\Delta T^- + \Delta T^+}{2}} (\Delta T^+ + |\Delta T^-|) (t - t_0^{\min}) \times \\ &\times \left(\frac{1}{T_0 + \Delta T^-} + \frac{1}{T_0 + \Delta T^+} \right) = \frac{2\pi (\Delta T^+ + |\Delta T^-|)}{(T_0 + \Delta T^-)(T_0 + \Delta T^+)} (t - t_0^{\min}). \end{aligned} \quad (3.4.8')$$

Рисунок 3.4.5 наглядно иллюстрирует процесс дробления ПП на рубеже u^* в псевдопучке для круговой орбиты.

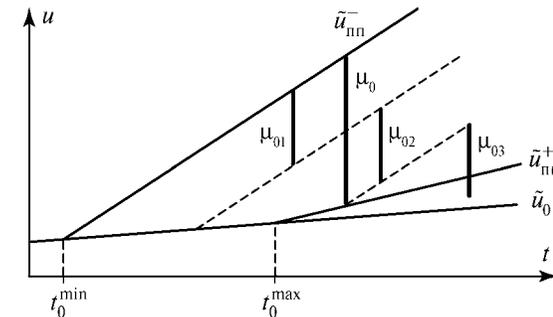


Рис. 3.4.5. Дробление ПП «на рубеже» в псевдопучке для круговой орбиты

3.5. Учет ошибки в периоде обращения космического объекта при планировании его поиска

Задача учета ошибки в периоде обращения КО при планировании его поиска по своему смыслу близка к задаче поиска КО после маневра. Влияние ошибки ΔT на каждую КЭ, начиная с момента t_0 , равносильно влиянию коррекции периода на ту же величину в тот же момент времени. Различие состоит в том, что в последней задаче игнорируется неопределенность положения КО до маневра, а в первой требуется учесть возможные искажения ПП, построенного именно с целью устранения этой неопределенности. Компенсация последствий ошибки в периоде производится, в соответствии с предписаниями п. 2.9, либо увеличением времени экспозиции, либо уменьшением расчетного размера элемента ПП μ для эксцентрических орбит по формулам (2.9.4)–(2.9.8), для круговых орбит — по формуле (2.9.9), которая в данном случае принимает вид

$$\Delta u_p = \Delta u - 4\pi \frac{\Delta T}{(T - \Delta T)T} (t - t_0), \quad (3.5.1)$$

где t_0 — момент времени привязки интервала поиска; t — время привязки корректируемого элемента ПП μ .

3.6. Планирование поиска геостационарного космического объекта после коррекции его орбиты

Наряду с общей методологией оптимального планирования поиска КО после маневра, изложенной в разд. 3.4, иногда удобно пользоваться специальной процедурой планирования поиска геостационарного КО после орбитальной коррекции, построенной с учетом специфики последней.

Точно предсказать время проведения коррекции орбиты обычно невозможно ввиду априорной неопределенности расчета корректирующего импульса и ряда других причин. По статистическим данным ошибка заблаговременного предсказания времени очередной коррекции может составлять десятки суток, однако пренебрегать статистической информацией о моментах времени $t_{к.о}^i$ уже проведенных коррекций не следует.

Гистограммы распределения интервалов времени $\Delta t_{к.о}^i = t_{к.о}^i - t_{к.о}^{i-1}$ между последовательными коррекциями периода обращения различных геостационарных КО и ВЭКО приведены на рис. 3.6.1.

Имея распределение значений интервала $\Delta t_{к.о}^i$, можно рассчитать интервал времени $I_{кор}$, на котором коррекция произойдет с заданной доверительной вероятностью. Исходя из требований к точности контроля движения КО и закономерностей эволюции ошибки прогноза его положения при условии возможной коррекции, можно построить план наблюдения КО в пределах интервала $I_{кор}$ с целью предотвращения срыва его сопровождения.

Принцип построения плана поясняется рис. 3.6.2, на котором:

$I_{кор} \equiv (a, b)$; t_0 — эпоха привязки последнего известного вектора параметров орбиты;

$t_1, t_2, \dots, t_i, \dots$ — моменты времени планируемых контрольных наблюдений;

$\lambda_{t_0}(t)$ — математическое ожидание эволюции географической долготы подспутниковой точки λ ;

$\{\lambda_{t_0}^{пр}(t)\}$ — пучок траекторий в пределах $\lambda_{t_0}(t) \pm 3\sigma_{пр}$;

$\sigma_{пр}$ — среднеквадратическая ошибка прогнозирования движения КО, не возмущенного коррекцией орбиты;

$\lambda_{t_i}^k(t)$ — ожидаемое изменение λ после гипотетической коррекции орбиты в момент времени t_i ;

σ_k — с.к.о. прогнозирования величины $\lambda_{t_i}^k(t)$;

Σ_i^{\max} — максимальная ошибка определения углового положения КО в результате непредвиденной коррекции орбиты на интервале (t_{i-1}, t_i) .

Зная границы допустимых значений λ (определяемые либо статистически, либо исходя из назначения КО), для каждого момента времени t_i можно построить псевдопучок возможных траекторий подспутниковой точки $\{\lambda_{t_i}(t)\}$, исходящих из точек $(t_i, \{\lambda_{t_0}^{пр}(t_i)\})$.

Моменты времени выбираются таким образом, чтобы суммарная упрежденная ошибка Σ_i^{\max} не превышала допустимой величины.

После того как на некотором этапе реализации плана контрольных наблюдений будет обнаружен факт коррекции (отсутствие КО в поле зрения), поиск КО осуществляется по приводимой ниже методике.

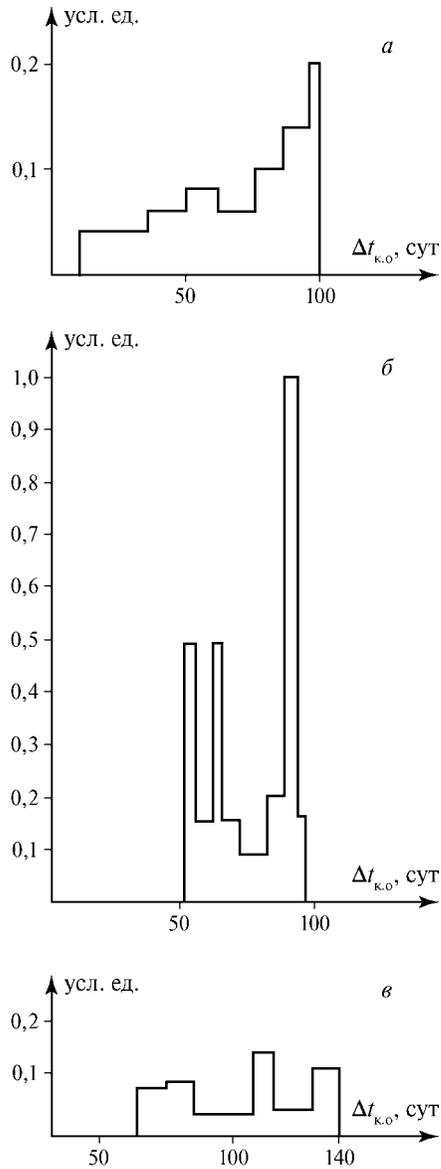


Рис. 3.6.1. Гистограммы распределения интервалов времени $\Delta t_{к.о.}^i$ между последовательными коррекциями периода обращения трех реальных ВОКО

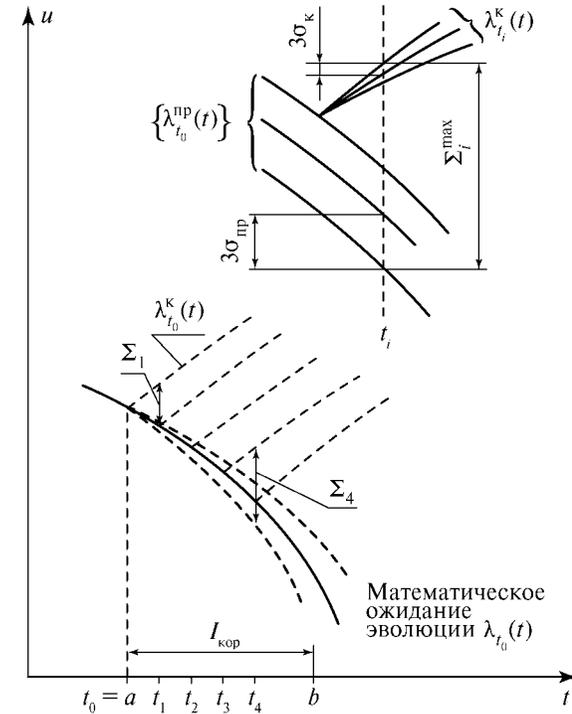


Рис. 3.6.2. Принцип построения плана наблюдения ВОКО в пределах интервала коррекции $I_{кор}$

Рассмотрим возможное изменение параметра λ на интервале времени (t_i, t_{i+1}) между двумя смежными контрольными наблюдениями, на котором обнаружен факт коррекции (рис. 3.6.3).

Ввиду того, что коррекция периода (и эксцентриситета) по своему смыслу и из энергетических соображений должна осуществляться в перигее или апогее орбиты (где именно, устанавливается по форме и взаимному расположению корректируемой и номинальной орбит (Эрике, 1963), легко рассчитать возможные моменты времени коррекции $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_j, \dots, \tau_{\bar{j}}$ на интервале (t_i, t_{i+1}) .

Если есть априорная информация для определения функции $\lambda_{\tau_j}^k(t)$ после коррекции в момент времени τ_j (например, верхняя (нижняя)

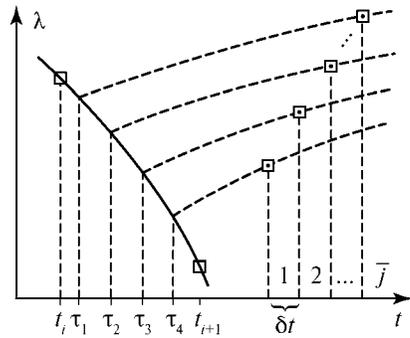


Рис. 3.6.3. «Оптимистический» план поиска

граница диапазона допустимых значений λ), то для обнаружения КО достаточно после неудачного контрольного наблюдения в момент времени t_{i+1} произвести не более \bar{j} поисковых наблюдений с шагом по времени δt , определяемым возможностями средств наблюдения (см. рис. 3.6.3). Тогда КО будет обнаружен в течение времени, не превышающего величины $\Delta T_{\text{обн}}^{\text{max}} = \bar{j} \delta t$.

Если отсутствует достаточная априорная информация для определения функции $\lambda_{\tau_j}^k(t)$, рассчитывается ее оценка сверху $\hat{\lambda}_{\tau_j}^k(t)$ для τ_1 , и «пессимистический» план (в отличие от «оптимистического», показанного на рис. 3.6.3) строится так, как показано на рис. 3.6.4. «Пессимистический» план гарантирует обнаружение КО и в том случае, если коррекция осуществлена не в штатных точках τ_j . Максимальное время обнаружения КО по этому плану равно

$$\Delta T_{\text{обн}}^{\text{max}} = \left(E \left[\frac{\Delta \lambda - \delta \lambda}{\delta \lambda} \right] + 1 \right),$$

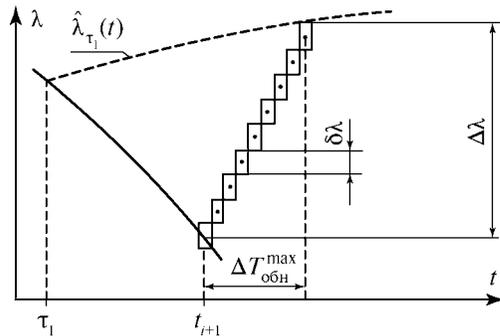


Рис. 3.6.4. «Пессимистический» план поиска

где $\delta \lambda$ — угловой размер дуги геостационарной орбиты, контролируемой полем зрения средства наблюдения; $E[x]$ — целая часть числа x ; $\Delta \lambda = \sum_i^{\text{max}}$ (см. также рис. 3.6.2). Разумеется, существует и средний, компромиссный ПП, если есть возможность построить оценки снизу и сверху для функций $\lambda_{\tau_j}(t)$, $j = 1, 2, \dots, \bar{j}$.

Из рассмотренной схемы поиска видно, что по поводу каждой коррекции приходится проводить целую серию наблюдений. Но это все же намного экономичнее общих, неспециализированных поисковых процедур.

Пример. Для контроля маневра синхронного КО (тип б на рис. 3.6.1), удерживаемого в двухградусном диапазоне по долготе, при темпе контроля на интервале $I_{\text{кор}}$ одно наблюдение в трое суток потребуется в среднем восемь контрольных наблюдений в течение 45 сут и три поисковых наблюдения по «оптимистическому» ПП после установления факта маневра. «Пессимистический» план потребует столько же контрольных наблюдений и не более 6...10 поисковых для средства с полем зрения $6 \times 6'$.

3.7. Оптимизация поиска космического объекта и группы космических объектов группой пунктов наблюдения

Наличие группы средств наблюдения позволяет распределить поисковые усилия между различными средствами, что признается целесообразным во многих отношениях (Weber, 1979).

Для определенности, под средствами наблюдения здесь будем понимать оптические и оптико-электронные, хотя это и не принципиально. Если допустить и другие виды средств, то в данном изложении лишь следует индексом i нумеровать не ночи, а витки движения КО (прежде всего, здесь имеются в виду ВОКО).

Итак, пусть для поиска КО разрешается в течение \bar{i} ночей привлечь \bar{j} пунктов наблюдения, характеризующихся географическим положением, стоимостью эксплуатации, размерами поля зрения и т. п. Задачу будем решать в два этапа. На первом для каждого j -го пункта на каждую i -ю ночь в соответствии с п. 3.2, 2.3 и 2.4 построим оптимальный или субоптимальный ПП с учетом физических условий наблюдений, и спроецируем каждый ПП по КЭ

на базовый интервал поиска $[u_n, u_k]$. В результате будут получены интервалы поисковых возможностей, которые, как и в п. 2.5, будем кодировать парой индексов (j/i) , соответствующих пункту и ночи наблюдения.

Тем самым задача поиска КО \bar{j} пунктами за \bar{i} ночей будет сведена к задаче второго этапа — разбиения базового интервала на подынтервалы, каждый из которых погружен в какой-либо интервал поисковых возможностей (Вениаминов, 1983).

Конкретизируем необходимые понятия и обозначения:

j — условный номер пункта наблюдения, $j = 1, 2, \dots, \bar{j}$;

i — порядковый номер ночи наблюдения, $i = 1, 2, \dots, \bar{i}$;

δ_j — стоимость привлечения j -го пункта или взятая с обратным знаком вероятность ясного ночного неба на j -м пункте в период поиска КО;

μ_i — штраф за работу в i -ю ночь;

ω_i — поощрение за работу в i -ю ночь (например, $\omega_i = -\mu_i$);

γ_{ji} — стоимость текущей эксплуатации j -го пункта в i -ю ночь.

Смысл прочих обозначений сохранен тем же, что и в п. 2.5, где дается решение задачи по ряду критериев (экономических, оперативных и смешанных). Эти критерии в зависимости от ситуации и преследуемой цели можно разнообразить и придавать им различные содержательные оттенки. Например, если под δ_j понимать взятую со знаком минус вероятность ясного ночного неба на j -м пункте, критерии (2.5.3)–(2.5.6) приобретают вероятностный смысл, отражающий свойство надежности реализации ПП.

Если в критерий (2.5.6) вместо ω_i ввести $-\delta_{j_m}$ (вероятность ясного ночного неба на j -м пункте, контролирующем подынтервал I_m базового интервала поиска), то критерий (2.5.6) примет смысл математического ожидания вероятности обнаружения КО по данному ПП. Решение задачи уже не будет столь простым, как рекомендованное в п. 2.5 для критерия вида (2.5.6). Но, поскольку она изоморфна прежней задаче, ее нужно решать модифицированным методом ВГ (Вениаминов, 1984; Вениаминов, Глебов, 1988) по схеме, данной в п. 2.5 для критериев смешанного типа (2.5.4) и (2.5.5), причем вычисление оценок целевой функции $\hat{\Phi}$ упрощается.

Решение задачи ОПП по критериям (2.5.4) и (2.5.5) подробно описано в п. 2.5, и нет смысла здесь его повторять. Принятое в математической постановке задачи допущение является естественным в рассматриваемом здесь случае и оправдывается, в частности, тем, что, если j -й пункт привлекается для наблюдения в i -ю ночь, то разумно использовать все его поисковые возможности по искомому КО в течение этой ночи (которые могут быть заявлены и с учетом других работ).

Для уяснения процедуры оптимизации второго этапа рассмотрим пример (Вениаминов, 1983). Исходные данные: $\bar{j} = 3$, $\bar{i} = 3$, $\delta_1 = 10$, $\delta_2 = 15$, $\delta_3 = 20$, $\mu_1 = 10$, $\mu_2 = 50$, $\mu_3 = 100$ (т. е. приоритет отдается оперативным свойствам ПП — времени обнаружения), $\gamma_{ji} = 5$ для всех j и i . Интервалы возможностей, расположенные слоями, показаны на рис. 3.7.1.

В соответствии с рекомендациями п. 2.5 строим приближенное решение, каковым оказывается разбиение интервала поиска $[u_n, u_k]$, задаваемое концами интервалов (1/1), (1/2), (2/2), (2/1), (3/2), (3/1). Соответствующие погружения элементов разбиения в интервалы возможностей показаны на рис. 3.7.1 жирными линиями. Фиксируем полученное приближенное решение в качестве рекордного и вычислим значение рекорда: $\Phi_{\text{рек}} = (10 + 15 + 20) + (10 + 50) + 6 \times 5 = 135$. На рис. 3.7.2 показан процесс развития и отсечения ветвей дерева решений, в котором применены как основное правило отсечения (ОПО) (Land, Doig, 1960), так и дополнительное

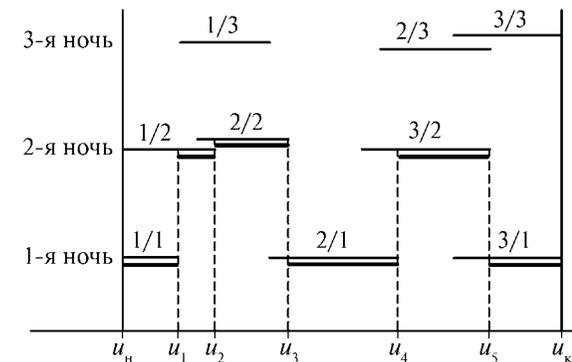


Рис. 3.7.1. Интервалы возможностей и план поиска

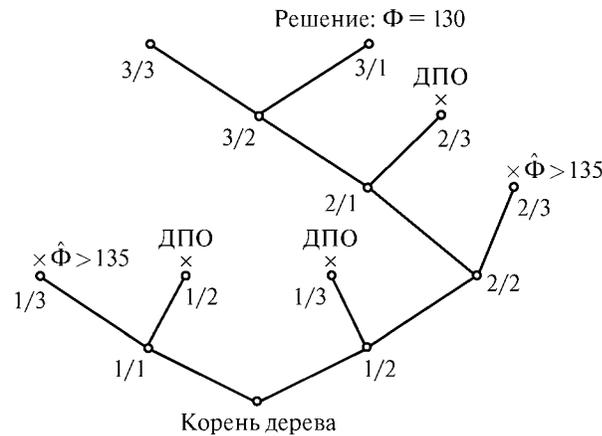


Рис. 3.7.2. Дерево решений

(Вениаминов, 1984). Эффективность последнего очевидна: из пяти отсечений ветвей три приходятся на ДПО, причем два на самом раннем из возможных ярусов (втором). Пример наглядно показывает превосходство ДПО над ОПО при решении задач данного класса. Оптимальное решение: (1/2), (2/2), (2/1), (3/2), (3/1) со значением функционала $\Phi_{\text{опт}} = (10 + 15 + 20) + (10 + 50) + 5 \times 5 = 130$. Решение расшифровывается следующим образом:

интервал $[u_1, u_2]$ контролируется пунктом 1 во вторую ночь,
интервал $[u_2, u_3]$ контролируется пунктом 2 во вторую ночь,
интервал $[u_3, u_4]$ контролируется пунктом 2 в первую ночь,
интервал $[u_4, u_5]$ контролируется пунктом 3 во вторую ночь,
интервал $[u_5, u_k]$ контролируется пунктом 3 в первую ночь.

Теперь несколько слов о поиске группы КО группой средств наблюдения. Реальным примером задачи этого рода, причем весьма актуальным, является задача обнаружения космической системы. Некоторые соображения по первому (подготовительному) этапу ее решения приведены в п. 1.1. Постановку задачи и метод решения, предложенные в п. 2.6, можно рассматривать как второй этап ее решения. Здесь, как и δ_j в предыдущей задаче, w_j может быть не только стоимостью привлечения j -го пункта наблюдения, но и вероятностью неблагоприятных метеоусловий наблюдения на j -м пункте.

Тогда критерий (2.6.1) будет характеризовать надежность обнаружения КО по данному ПП (в обратной пропорции) в зависимости от условий наблюдения на пунктах.

В качестве w_j можно принять также какой-либо показатель загруженности j -го пункта. В этом случае решение задачи обнаружения упорядоченных по важности КО очень естественно синтезируется в виде последовательности решений задач планирования поиска КА очередной КО с коррекцией параметров $\{w_j\}$ в соответствии с предшествующим ПП: если M_k — план поиска аппаратов k -й КО, построенный по значениям параметров $w^k = (w_1^k, w_2^k, \dots, w_j^k, \dots, w_j^k)$, то $w^{k+1} = f(w^k, M_k)$.

При большом числе КО и средств наблюдения и значительной неопределенности в значениях параметров их орбит размерность задачи может оказаться очень большой. Например, при поиске 30 КО число переменных в задаче дискретной оптимизации обычно превышает 100, что уже вынуждает апеллировать к гибридной схеме ВГ с применением ДПО (Вениаминов, 1984, 1986). Если же каждый КО наблюдаем в среднем пятью средствами, а в каждом ПП в среднем три элемента, то число переменных достигнет 450.

3.8. Оценка эффективности предлагаемой методологии планирования поиска космического объекта

Дадим сначала общую качественную картину последовательного сокращения обследуемой области возможного положения искомого КО, достигаемого применением предложенной методологии ОПП. В этом процессе можно выделить несколько этапов, которые в зависимости от поставленной задачи можно реализовать и самостоятельно, независимо от других.

1. Для каждого искомого КО в плоскости tu выделяется область Λ , заключенная между КЭ \tilde{y}_n и \tilde{y}_k , в которой и только в которой имеет смысл планировать поиск КО.
2. На этой области вводится структура: Λ представляется как семейство КЭ $\sum_{t_0}^{u_n, u_k}$, пучок КЭ $\sum_{t_0}^{T_0 + \Delta T^-, t_0 + \Delta T^+}$ или псевдопучок КЭ $\sum_{t_0}^{T_0 + \Delta T_{\min}^-, T_0 + \Delta T_{\max}^+}$. Особенность этой структуры состоит в

том, что для гарантированного (с доверительной вероятностью, связанной с интервалом поиска) обнаружения искомого КО необходимо и достаточно проконтролировать каждую КЭ $\tilde{y}(t)$ из семейства (пучка, псевдопучка) в единственной, причем произвольной ее точке.

3. Такие предварительные построения открывают далее широкие пути для оптимизации выбора точек контроля по различным критериям с учетом возможностей средств наблюдения и специфики задачи.
4. Далее, если стоит задача обнаружения КО, КС или группы КО (КС) группой средств, после того как для каждого КО и для каждого средства с учетом условий наблюдаемости КО построены ОПП (или субоптимальные ПП), решается оптимизационная задача планирования поиска КО, КС группой средств наблюдения или последовательность задач поиска упорядоченных по приоритету КО (КС).

Приведем теперь некоторые количественные характеристики эффективности предложенных в этом разделе методов ОПП.

В зависимости от конкретных значений параметров орбиты, точности ее задания, технических характеристик средств контроля траектории и т. п. выигрыш в значении показателя качества, доставляемый оптимальными условиями поиска (построением ПП в определенной области), будет различным. Для круговых орбит, например, вследствие постоянства скорости движения КО условия оптимальности поиска одним пунктом в пределах витка выражаются при сохранении, однако, всех прочих достоинств ОПП. Увеличение эксцентриситета орбиты повышает эффективность оптимального (по критерию 1) решения, т. е. степень сокращения контролируемой в процессе поиска дуги и времени поиска в окрестности оптимальной точки.

Для высокоэллиптических орбит КО типа «Молния», SDS ($e \approx 0,7...0,73$) интервалу поиска в окрестности перигея размером, скажем, в 98° соответствует интервал поиска в окрестности апогея размером в 3° . С учетом разности высот для ВОКО этого класса различие видимых угловых размеров области поиска в апогее и перигее может увеличиться еще в 15...17 раз. В частности, это значит, что для обнаружения КО путем фотографирования или электронной регистрации (с помощью телевизионной или ПЗС-аппаратуры) траектории в окрестности апогея достаточно сделать один сни-

мок с помощью камеры с полем зрения 3° , тогда как в другой части траектории таких снимков придется сделать до 10 и более.

По поводу эффективности ОПП «на рубеже» можно привести следующие данные. При поиске ВЭКО типа «Молния» отклонение оси прибора с полем зрения 2° от оптимального направления на 26° повышает трудоемкость поиска приблизительно в два раза, отклонение на 40° — в три раза, на 70° и более — уже в десятки раз. С учетом уменьшения расчетного поля зрения сравнение будет еще контрастнее.

Смещение ПП в неоптимальную область нежелательно не только ввиду экономической нецелесообразности, но и в связи с тем, что с уменьшением Δt и Δu возникает опасность невозможности физической реализации плана (можно не успеть его реализовать).

При поиске по аргументу широты ВЭКО типа SDS или «Молния» (при величине базисного интервала поиска в окрестности перигея приблизительно равным 170°) средством с предельно допустимой скоростью перемещения оси визирования 100 угл.с/с переход от неоптимального ПП типа M_{s_k} (см. п. 2.2) к ОПП (по критерию 1) типа (3.2.1.4) при размещении обоих планов в оптимальной области плоскости tu сокращает время обнаружения в 12,5 раза. Вне апогейной области этот выигрыш меньше. При этом нужно учитывать ослабление полезного сигнала вследствие относительного (встречного) движения оси средства наблюдения и КО. Если такое ослабление нежелательно, можно перейти к дискретному ПП и создать условия накопления энергии сигнала в пределах каждого элемента ПП (см. рис. 3.2.2.2).

Эффективность поиска ВЭКО в оптимальной области при наличии значительных ошибок во всех элементах орбиты оценивается степенью снижения влияния этих ошибок на точность расчета элементов ПП при переходе от неоптимальной области к оптимальной. Таблица 3.2.4.1 показывает, что значение этого показателя может достигать, например, по $T - 5$, по $e - 27$, по $\omega - 1600$. Это равносильно повышению экономичности ПП для средств наблюдения с очень малым полем зрения в 216 000. При этом еще не учтено повышение эффективности поиска по аргументу широты и увеличение размера элемента ПП Δu . Так что результирующая эффективность может значительно превысить 1 000 000.

Интересно, что с уменьшением поля зрения значение этого показателя прогрессивно возрастает. Это последнее свойство и высокие значения эффективности ОПП служат базой для положительного решения вопроса о реализуемости функций обнаружения КО с помощью узкопольных (узколучевых) средств контроля космоса.

Пример. При задании орбиты с точностью $\sigma_T = 2$ с, $\sigma_e = 0,001$, $\sigma_l = 2''$, $\sigma_\Omega = 2''$, $\sigma_\omega = 20'$, $\sigma_u = 2'$ для практически гарантированного обнаружения ВЭКО типа SDS или «Молния» в неоптимальной области ($u_a = 90^\circ$) средством наблюдения с полем зрения $36 \times 36''$ ПП должен содержать $\sim 14\,000\,000$ элементов, тогда как ОПП (в окрестности апогея) содержит всего 16 элементов, т. е. вполне реализуем.

Эффективность ОПП определяется не только экономией энергозатрат, сокращением времени занятости средств наблюдения и обслуживающего персонала, что оценивается рассмотренными выше временными показателями реализации ОПП. Кроме того, ОПП увеличивает возможности средств наблюдения КО и в других направлениях, в частности, расширяет (по дальности, яркости, скорости перемещения) класс обнаруживаемых КО. Это достигается за счет следующих свойств предлагаемой методологии планирования поиска.

При сравнительно грубых априорных данных об орбите значительные трудности связаны с созданием наилучших условий концентрации и накопления энергии полезного сигнала (что необходимо при поиске быстродвижущихся в поле зрения или имеющих слабый блеск КО). Качество этих условий определяется точностью задания проекции вектора скорости КО на плоскость, перпендикулярную оси визирования, т. е. практически возможной вариацией производной $\frac{du}{dt}$ в пределах каждого элемента ПП μ_i . Если поле зрения мало, μ_i контролирует узкий слой КЭ при малой возможной вариации скоростей, обеспечивая тем самым высокое качество условий концентрации и накопления энергии сигнала. ОПП снижает неопределенность априорной информации о векторе скорости КО пропорционально числу элементов ПП (точнее, обратно пропорционально расчетному значению размера Δu элемента ПП по оси u) и, следовательно, в той же пропорции повышает качество условий концентрации энергии сигнала на чувствительном элементе приемника.

Таким образом, даже при очень грубой информации об орбите в рамках предлагаемой методологии планирования поиска можно синтезировать благоприятные условия регистрации полезного сигнала, обеспечивая их для каждого элемента ПП в отдельности.

При больших угловых размерах учитываемого поля зрения средства наблюдения расчетная компенсация движения искомого КО оказывается сильно усредненной, так что поиск объектов малой яркости или быстро перемещающихся целесообразно планировать для узкопольных (узколучевых) средств *или сознательно использовать малую часть широкого поля*. А поскольку количество элементов ПП и возможная вариация скоростей минимальны в оптимальной области планирования поиска, то там же достигается наиболее экономичный синтез оптимальных условий регистрации сигнала. В этом смысле наиболее выгоден ОПП на рубеже u_a .

Представляет интерес сравнение эффективности методов ОПП и весьма распространенного метода спирального поиска. Прежде всего ОПП значительно экономичнее. Метод спирального поиска принципиально изотропен, т. е. поисковые усилия распределяются равномерно во всех направлениях (рис. 3.8.1), тогда как в большинстве реальных поисковых ситуаций область неопределенности положения ВОКО сильно вытянута вдоль траектории.

Учёт (автоматический в ОПП) этой информации позволяет, например, в случае поиска ВЭКО через сутки после четырехкратного измерения его углового положения на мерном интервале 3 ч ($\sigma_r = 22$ км, $\sigma_l = 140$ км, $\sigma_b = 1,2$ км) построить ОПП, по крайней мере, в 6–7 раз экономичнее (7 элементов ПП против 47 при поле зрения $10 \times 10'$).

Кроме того, спиральный поиск:

- характеризуется значительно большим интегралом углового перемещения оси визирования средства (перенацеливания);
- при больших значениях σ_u не гарантирует обнаружения искомого КО и может оказаться физически не реализуемым;
- становится еще менее экономичным ввиду необходимости учета сокращения расчетного поля зрения при увеличении временно-го (дугового) интервала поиска.

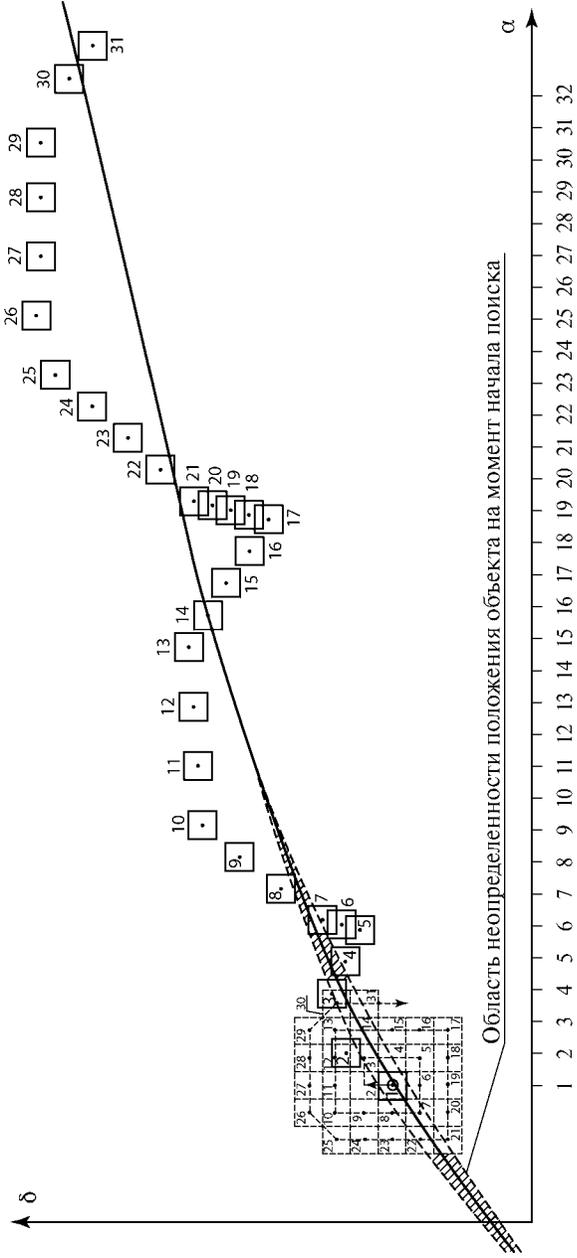


Рис. 3.8.1. Развертка спирального плана поиска с учетом движения искомого объекта

Наконец, спиральный поиск не обеспечивает наилучших условий концентрации и накопления энергии слабого полезного сигнала, а развертка спирали происходит со средней скоростью движения центра области неопределенности текущего положения КО без учета ее деформации.

4. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ПОСТАНОВКИ ПРОБЛЕМЫ ПОИСКА КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ПО НЕТОЧНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

В предыдущих разделах задачи поиска КО в различных поисковых ситуациях решались, главным образом, в предположении наличия априорной информации об орбите искомого КО со значительной ошибкой только вдоль траектории движения КО, тогда как остальными ошибками можно было пренебречь.

В результате этого довольно жесткого допущения удалось разработать достаточно простую, наглядную, гибкую, изящную и в то же время эффективную методологию ОПП КО, сводящуюся к удобным построениям в плоскости tu .

Однако, как мы уже видели раньше, существуют важные поисковые ситуации, в которых априорная информация об орбите КО характеризуется значительными ошибками не только в аргументе широты, но и в других элементах орбиты. А в этих случаях грамотно учитывать структурную динамику ОНТП КО гораздо сложнее.

Для построения ПП в таких ситуациях до сих пор предлагались (см, например, п. 3.3.4) довольно искусственные приемы, далекие от оптимальных именно из-за отсутствия единого строгого теоретического подхода к учету структурной деформации ОНТП КО в процессе синтеза плана поиска при любом характере ошибок в априорных данных об орбите.

Итак, выражаясь образно, в таком серьезном и актуальном деле, как поиск КО в интересах глобального мониторинга ОКП, все возникающие поисковые ситуации вправе рассчитывать на обслуживание методами глубокой математически обоснованной фундаментальной теории поиска КО по неточной априорной информации. Основы такой теории предполагается развить в настоящем разделе.

4.1. Временная структурная трансформация области неопределённости текущего положения космического объекта

Ретроспективный анализ всего того, что уже было сделано в данной области, приводит к мысли, что коренным вопросом построения такой теории является строгое математическое вскрытие «анатомии» процесса временной структурной трансформации ОНТП КО.

Сложность проблемы связана с тем, что процесс реализации плана поиска КО накладывается на процесс движения искомого КО и деформации его ОНТП в одном и том же пространстве. С изменением времени уже проконтролированные сенсором точки ОНТП КО и еще не проконтролированные претерпевают сложную взаимную динамику. Они перемешиваются в окрестности границ проконтролированного района в форме поля зрения сенсора (точнее, образа поля зрения в ОНТП КО), что выражается в его геометрическом искажении и размывании границ. Именно это явление необходимо не только отслеживать, но и строго учитывать при построении плана поиска КО.

Игнорирование этого явления приводит к возникновению ошибок 1-го и 2-го рода:

- образованию «щелей» между элементами ПП, в которые может «провалиться» искомый КО;
- излишним перекрытиям элементов ПП, приводящим к неэкономичному расходованию поискового ресурса СН.

4.2. Некоторые основные понятия, определения и обозначения

Итак, пусть на момент времени t_1 имеется грубая информация об орбите искомого КО в виде математического ожидания его вектора состояния в геоцентрической системе координат

$$R(t_1) = \| X_1, Y_1, Z_1, V_{x_1}, V_{y_1}, V_{z_1} \| ^T$$

и соответствующей ковариационной матрицы ошибок

$$K(t_1) = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} & \sigma_{XV_x} & \sigma_{XV_y} & \sigma_{XV_z} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} & \sigma_{YV_x} & \sigma_{YV_y} & \sigma_{YV_z} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_Z^2 & \sigma_{ZV_x} & \sigma_{ZV_y} & \sigma_{ZV_z} \\ \sigma_{XV_x} & \sigma_{YV_x} & \sigma_{ZV_x} & \sigma_{V_x}^2 & \sigma_{V_xV_y} & \sigma_{V_xV_z} \\ \sigma_{XV_y} & \sigma_{YV_y} & \sigma_{ZV_y} & \sigma_{V_xV_y} & \sigma_{V_y}^2 & \sigma_{V_yV_z} \\ \sigma_{XV_z} & \sigma_{YV_z} & \sigma_{ZV_z} & \sigma_{V_xV_z} & \sigma_{V_yV_z} & \sigma_{V_z}^2 \end{pmatrix}.$$

Наличие такой априорной информации задает на момент времени t_1 (при некоторых довольно слабых допущениях) ОНТП искомого КО, т. е. множество практически всех возможных значений его вектора параметров орбиты (вектора состояния), и соответствующую функцию плотности распределения вероятностей над ОНТП $f(R)$. Для определенности, пусть это будет 6-мерный эллипсоид с полуосями, равными конечному числу с.к.о. соответствующих компонент вектора состояния (например, трем).

Далее, во всех теоретических рассуждениях и построениях будем придерживаться теоретико-множественного подхода и соответствующей терминологии и математического аппарата, как это делалось в разд. 2.

В этом свете, нужно привыкнуть почти зрительно представлять ОНТП КО как совокупность возможных значений вектора состояния КО, т. е. поточечно (повекторно), причем как в привязке к определенному моменту времени, так и в динамике.

Математическое ожидание вектора состояния КО и его ковариационная матрица ошибок — это характеристики ОНТП КО в целом. Для решения же нашей проблемы необходимо уметь оперировать с ОНТП поточечно и в статике, и в динамике.

Теоретически, если по каждому 6-мерному вектору из ОНТП КО рассчитать эфемериды и навести по ним сенсор, можно проверить, есть ли там КО или нет. В конце концов, мы гарантированно (с точностью до принятых допущений относительно доверительной вероятности нахождения искомого КО в ОНТП) найдем КО.

Задача построения ОПП, эквивалентного такому теоретическому просмотру всей 6-мерной ОНТП, состоит в том, чтобы определить, как это сделать конструктивно, причем полно и избыточно (т. е. проконтролировать каждый вектор из ОНТП, не контролируя дважды ни один из них). Иными словами, ОПП должен обеспечить гарантированное и предельно экономичное обнаружение искомого КО. Это оптимизационная задача. Вообще говоря, это лишь первый уровень оптимизации. При наличии альтернатив, а они бывают практически всегда, возможны и более высокие уровни оптимизации.

На самом деле наблюдатели имеют дело не с 6-мерным эллипсоидом неопределенности в фазовом пространстве, а с 3-мерным и даже с двумерной его проекцией в картинную плоскость (это касается в первую очередь оптических наблюдателей). Кстати, в этом и заключается главная причина проблем, связанных с планированием поиска КО.

Картинную плоскость (КП) определим как плоскость, проходящую через центр масс КО перпендикулярно оси его визирования наблюдателем. Рассмотрим проекцию 6-мерного эллипсоида неопределенности положения КО в КП t , т. е. в картинную плоскость, положение которой соответствует моменту времени t . Это эллипс. Введем систему прямоугольных координат, связанных с КП t , с началом в центре эллипсоида (совпадающим с центром масс КО). Ось α направлена вдоль главной оси визирования (оси наблюдатель — центр ОНТП КО) из центра системы координат от наблюдателя (т. е. перпендикулярно к КП), ось γ — вертикально вверх в КП, ось β — вдоль горизонта вправо (рис. 4.2.1).

Для гарантированного обнаружения КО необходимо проконтролировать все точки ОНТП КО, для чего составляют план поиска. Он представляет собой последовательность условных эфемерид, покрывающих после реализации ПП (с учетом размеров поля зрения сенсора) всю ОНТП КО в ее динамике.

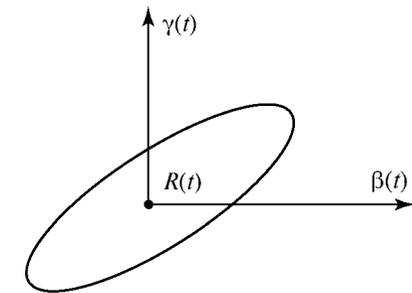


Рис. 4.2.1. Проекция эллипсоида неопределенности в картинную плоскость и оси связанной с КП системы координат

Каждый элемент ПП μ_i (условная эфемерида) привязан к определенному моменту времени t_i . Величина интервала времени между смежными элементами плана $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ определяется временем экспозиции (временем накопления энергии полезного сигнала в приемнике, временем внутрикадрового электронного сканирования поля зрения), временем перенацеливания сенсора по очередной эфемериде и так далее.

Задача планирования поиска КО данным СН состоит в выборе комплекта условных эфемерид $\{\mu_i\}$, обеспечивающих контроль всех точек ОНТП КО, удовлетворяющего заданным требованиям (сформулированным исходя из возможностей и технических характеристик СН и общих условий задачи) и доставляющего оптимум принятому критерию качества ПП $\Phi\{\mu_i\}$ (см. п. 1.3).

Эфемерида μ_i для оптических средств представляет собой совокупность момента времени t_i и угловых координат положения оси визирования СН (для радиолокационных средств добавляются еще координаты контролируемого диапазона дальности). Эфемерида μ_i и технические характеристики СН определяют контролируемую этим СН в момент времени t_i область пространства $d_k^{0i}(t_i)$. Здесь $k = 3$ для радиолокационных и лазерных СН, $k = 2$ для оптических, и тогда $d_2^{0i}(t_i)$ — контролируемая оптическим СН область в КП. $D_k(t_i)$ — k -мерная проекция ОНТП КО $D_6(t_i)$, являющейся областью возможных значений вектора параметров движения КО на момент времени t_i , определяемой математическим ожиданием вектора состояния КО и ковариационной матрицей ошибок исходных данных.

Итак, ПП представляет собой набор условных эфемерид

$$\{\mu_i\} = \{\mu_i(t_i)\}, \quad i = 1, 2, \dots, \bar{i},$$

реализуемых СН последовательно в моменты времени

$$t_i, \quad i = 1, 2, \dots, \bar{i}.$$

При реализации в момент времени t_i каждого i -го элемента ПП осуществляется контроль (просмотр) некоторого компактного 3-мерного множества точек ОНТП КО $s_i = s(\mu_i(t_i))$.

Понятно, что множество s_i и его проекция в КП $s_i^{КП} = d_2^{0i}(t_i)$ трансформируются во времени вслед за динамикой ОНТП КО и самой КП. Это происходит вследствие изменения в процессе движения КО ракурса визирования множества s_i (и ОНТП КО в целом), эволюции распределения ошибок положения и скорости КО, изменения положения КО в пространстве.

Проекцию множества s_i в картинную плоскость КП t_i мы ранее обозначили $s_i^{КП}$, а проекцию трансформации s_i на момент времени t_j в КП t_j обозначим $s_{ij}^{КП} \equiv s_i^{КП t_j}$ (естественно, $i < j$).

Очевидно, что элемент ПП, привязанный к моменту времени t_i , — это эфемерида μ_i вместе с областью $s_i^{КП}$.

Размер и форма множества s_i определяются размерами и формой визируемой области СН. Для определенности условимся считать последнюю правильной прямоугольной пирамидой с вершиной в фокусе СН, основанием в КП, угловыми размерами $\Delta\psi$, а поле зрения — квадратом.

Точнее, область контроля в одном акте наблюдения представляет собой тело s_i , являющееся пересечением указанной пирамиды с эллипсоидом неопределенности положения КО. Но наблюдатель в момент времени t_i наблюдает проекцию этого тела в КП t_i , т. е. квадрат $s_i^{КП}$.

При планировании поиска КО с учетом неточной априорной информации о его векторе состояния возникает противоречивая ситуация. С одной стороны, для скорейшего обнаружения искомого КО нужно стремиться к тому, чтобы каждый очередной элемент плана поиска накрывал по возможности только не контролировавшиеся предыдущими элементами точки ОНТП КО. С другой стороны, для гарантированного обнаружения КО должны быть проконтролированы все точки ОНТП. В то же время, в процессе движения ОНТП КО и эволюции ошибок происходит трансформация и деформация ее внутренней структуры и изменение ее ракурса относительно наблюдателя, что влечет, как увидим ниже, сложное взаимное перемещение проконтролированных и не проконтролированных точек, прежде всего, в окрестности границ реализованных элементов ПП. Это последнее явление практически не позволяет избежать

повторного наблюдения некоторых точек области поиска. Следовательно, можно только ставить задачу минимизации таких повторений.

Если в КП t_1 наблюдатель (в момент времени t_1) проконтролировал точку $A^{КПt_1}(t_1)$ и не обнаружил в ней искомого КО, то, чтобы в момент времени t_2 в соответствии с принципом эквивалентности не контролировать ее образ повторно (что, действительно, лишнее), необходимо знать, во что она отобразится в КП t_2 (при переходе к моменту времени t_2), т. е. нужно спрогнозировать образ точки $A^{КПt_1}(t_1)$, эквивалентный ей в момент времени t_2 , и построить его в КП t_2 (обозначим его $A^{КПt_1}(t_2)$).

Мы умеем легко прогнозировать 6-мерный вектор R_6 в фазовом пространстве с любого времени t_1 на любое время t_2 , используя законы небесной механики F_6 : $R_6(t_2) = F_6(R_6(t_1))$. Значит, нужно из точки $A^{КПt_1}(t_1)$ (для краткости, $A(t_1)$) восстановить ее прообраз сначала 3-мерный — $R_3^A(t_1)$, затем 6-мерный вектор состояния $R_6^A(t_1)$, далее спрогнозировать его на момент времени t_2 :

$$R_6^A(t_2) = F_6[t_1, R_6^A(t_1), t_2]$$

и, наконец, спроецировать его в КП t_2 .

Однако практически сделать это все совсем не просто.

4.3. Временная трансформация точки в картинной плоскости

Пусть, как и раньше, на момент времени t_1 заданы математическое ожидание вектора состояния искомого КО $R(t_1)$ и ковариационная матрица ошибок $K(t_1)$.

Итак, выберем в КП t_1 в пределах проекции ОНТП КО произвольную визируемую наблюдателем точку (рис. 4.3.1)

$$A(t_1) \equiv A^{КПt_1}(t_1) \equiv (\beta(t_1), \gamma(t_1)).$$

Этой точке соответствует в трёхмерном пространстве XYZ (инерционная геоцентрическая система координат) отрезок прямой, заданный его концами:

$$[A_H(t_1) \equiv (X_H(t_1), Y_H(t_1), Z_H(t_1)); A_K(t_1) \equiv (X_K(t_1), Y_K(t_1), Z_K(t_1))].$$

Этот отрезок является пересечением прямой, перпендикулярной КП t_1 в точке $A(t_1)$, и 3-мерного эллипсоида неопределенности положения КО. Иными словами, все точки этого отрезка из ОНТП КО проецируются по оси визирования в точку $A(t_1)$.

Концы отрезка $A_H(t_1)$ и $A_K(t_1)$ имеют, соответственно, фазовые координаты

$$R_{A_H}(t_1) = \begin{pmatrix} X_{A_H}(t_1) \\ Y_{A_H}(t_1) \\ Z_{A_H}(t_1) \\ \{\dot{X}_{A_H}(t_1)\} \\ \{\dot{Y}_{A_H}(t_1)\} \\ \{\dot{Z}_{A_H}(t_1)\} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad R_{A_K}(t_1) = \begin{pmatrix} X_{A_K}(t_1) \\ Y_{A_K}(t_1) \\ Z_{A_K}(t_1) \\ \{\dot{X}_{A_K}(t_1)\} \\ \{\dot{Y}_{A_K}(t_1)\} \\ \{\dot{Z}_{A_K}(t_1)\} \end{pmatrix}. \quad (4.3.1)$$

При этом первые три координаты (позиционные) этих векторов имеют определенные числовые значения, определяемые в результате решения совместной системы уравнений прямой $[A_H(t_1); A_K(t_1)]$ и поверхности эллипсоида неопределенности (в инерциальной геоцентрической системе координат XYZ). Три остальные координаты (скорости) имеют неопределенные значения (по этой причине они взяты в фигурные скобки), точнее, некоторое множество возможных значений. А информация о границах этой неопределенности, о множестве возможных значений скоростей содержится в ковариационной матрице

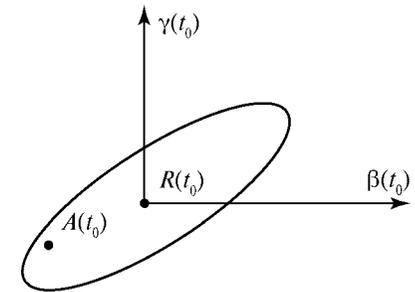


Рис. 4.3.1. Выбор произвольной точки A в проекции ОНТП КО в КП

ошибок. Однако извлечь эту информацию о скоростях именно для выбранной точки $A(t_1)$ оказалось непростой задачей.

Здесь предлагается оценить эти значения с помощью следующего приема. На основе 6-мерных фазовых векторов (4.3.1) построим их трёхмерные подвекторы:

$$R_3^{A_h}(t_1) = \left\| X_{A_h}(t_1), Y_{A_h}(t_1), Z_{A_h}(t_1) \right\|^T$$

и

$$R_3^{A_k}(t_1) = \left\| X_{A_k}(t_1), Y_{A_k}(t_1), Z_{A_k}(t_1) \right\|^T$$

и будем рассматривать их как псевдоизмерения положения КО с практически нулевыми ковариационными матрицами ошибок (трёхмерными). Такое право нам дает тот факт, что выбранная изначально точка $A(t_1)$ в КП представляет возможное (в пределах проекции ОНТП КО) положение искомого КО в момент времени t_1 .

Далее решим последовательно задачу уточнения начального 6-мерного вектора состояния $R(t_1)$ и ковариационной матрицы $K(t_1)$ по трёхмерному псевдоизмерению сначала для $A_h(t_1)$, затем для $A_k(t_1)$. В результате решения этой задачи получим соответственно два уточненных («псевдоуточненных») вектора фазовых координат для точек $A_h(t_1)$ и $A_k(t_1)$:

$$R_{A_h}^y(t_1) = \begin{pmatrix} X_{A_h}(t_1) \\ Y_{A_h}(t_1) \\ Z_{A_h}(t_1) \\ \left\{ \dot{X}_{A_h}^y(t_1) \right\} \\ \left\{ \dot{Y}_{A_h}^y(t_1) \right\} \\ \left\{ \dot{Z}_{A_h}^y(t_1) \right\} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad R_{A_k}^y(t_1) = \begin{pmatrix} X_{A_k}(t_1) \\ Y_{A_k}(t_1) \\ Z_{A_k}(t_1) \\ \left\{ \dot{X}_{A_k}^y(t_1) \right\} \\ \left\{ \dot{Y}_{A_k}^y(t_1) \right\} \\ \left\{ \dot{Z}_{A_k}^y(t_1) \right\} \end{pmatrix}$$

с ковариационными матрицами $K_{A_h}^y(t_1)$ и $K_{A_k}^y(t_1)$, компоненты которых уже значительно меньше компонент исходной матрицы $K(t_1)$.

Теперь с помощью модели движения КО (F) можно спрогнозировать векторы $R_{A_h}^y(t_1)$ и $R_{A_k}^y(t_1)$ на момент времени t_2 . Получим, соответственно,

$$R_{A_h}^y(t_2) = \begin{pmatrix} X_{A_h}(t_2) \\ Y_{A_h}(t_2) \\ Z_{A_h}(t_2) \\ \left\{ \dot{X}_{A_h}^y(t_2) \right\} \\ \left\{ \dot{Y}_{A_h}^y(t_2) \right\} \\ \left\{ \dot{Z}_{A_h}^y(t_2) \right\} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad R_{A_k}^y(t_2) = \begin{pmatrix} X_{A_k}(t_2) \\ Y_{A_k}(t_2) \\ Z_{A_k}(t_2) \\ \left\{ \dot{X}_{A_k}^y(t_2) \right\} \\ \left\{ \dot{Y}_{A_k}^y(t_2) \right\} \\ \left\{ \dot{Z}_{A_k}^y(t_2) \right\} \end{pmatrix}$$

и ковариационные матрицы их ошибок $K_{A_h}^y(t_2)$ и $K_{A_k}^y(t_2)$.

Проецируя эти векторы в КП t_2 с системой координат $\beta(t_2), \gamma(t_2)$, получим в ней две точки $A_h(t_2) \equiv A_h^{КПt_2}(t_2)$ и $A_k(t_2) \equiv A_k^{КПt_2}(t_2)$, в которые отображаются при прогнозировании и проецировании концы исходного отрезка неопределенности $A_h(t_1)$ и $A_k(t_1)$. Точнее, это лишь центры соответствующих областей (проекций малых эллипсоидов неопределенности), в которые переводятся точки $A_h(t_1)$ и $A_k(t_1)$.

А во что же переводится сама исходная точка $A(t_1)$? Строго говоря, так, как мы поступили с концами отрезка $[A_h(t_1); A_k(t_1)]$, нужно поступить со всеми его точками. Тогда получим строгую область в КП t_2 , в которую отображается при прогнозировании с момента времени t_1 на момент времени t_2 начальная точка $A(t_1)$. Однако это не конструктивно.

Практически, можно заполнить отрезок $[A_h(t_1); A_k(t_1)]$ некоторым числом промежуточных точек с некоторым шагом (т. е. дискретизировать отрезок) и с каждой из них проделать описанную выше процедуру. В результате получим приближенную область отображения точки $A(t_1)$ в новую картинную плоскость КП t_2 (рис. 4.3.2). Остается провести огибающую.

На рис. 4.3.2 показана трансформация точки $A(t_1) \in КПt_1$ при переходе от t_1 к t_2 и дано ее математическое описание («анатомия» трансформации), включающее следующие этапы:

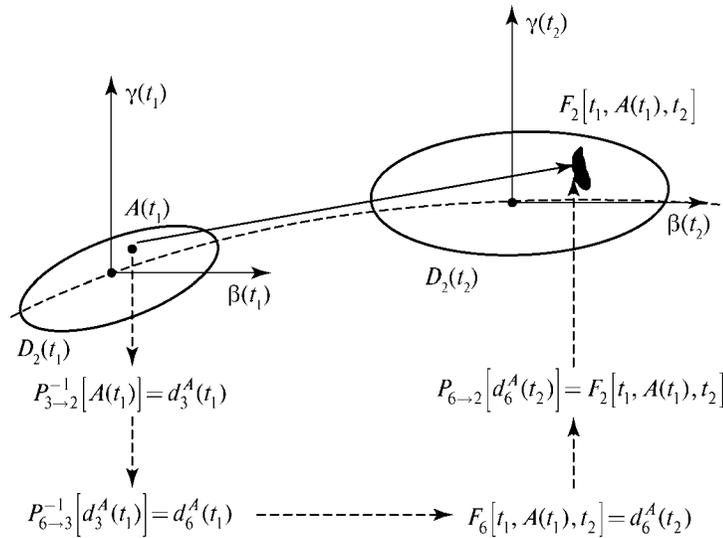


Рис. 4.3.2. Трансформация точки $A(t_1) \in \text{КП}t_1$ при переходе к $\text{КП}t_2$

восстановление 3-мерного прообраза точки $A(t_1)$:

$$P_{3 \rightarrow 2}^{-1}[A(t_1)] = d_3^A(t_1);$$

восстановление 6-мерного прообраза точки $A(t_1)$:

$$P_{6 \rightarrow 3}^{-1}[d_3^A(t_1)] = d_6^A(t_1);$$

уточнение 6-мерного прообраза по псевдоизмерению:

$$d_6^{A_{\text{гр}}}(t_1);$$

прогнозирование уточненного прообраза на t_2 :

$$d_6^{A_{\text{гр}}}(t_2) = F[t_1, d_6^{A_{\text{гр}}}(t_1), t_2];$$

проецирование $d_6^{A_{\text{гр}}}(t_2)$ в $\text{КП}t_2$:

$$P_{6 \rightarrow 2}[d_6^{A_{\text{гр}}}(t_2)] = F_2[t_1, a(t_1), t_2].$$

Здесь P — оператор проецирования.

Главным результатом этого подраздела служит вывод о том, что образом точки $A(t_1) \in \text{КП}t_1$ при переходе к $\text{КП}t_2$ является не точка, а некая фигура $F_2[t_1, A(t_1), t_2]$. Дело в том, что просто найти отображение точки $A(t_1) \in \text{КП}t_1$ в $\text{КП}t_2$, используя модель движения КО, не удастся ввиду того, что в точку $A(t_1)$ из 6-мерной ОНТП КО $D_6(t_1)$ проецируется сложное множество векторов состояния КО. И нужно прогнозировать на момент времени t_2 все эти вектора для того, чтобы воспроизвести полный образ точки $A(t_1)$ в $\text{КП}t_2$.

Итак, обнаружено явление, лежащее в основе другого, более фундаментального, имеющего прямое отношение к нашей проблеме, — явления деградации плана поиска КО в процессе реализации последнего.

4.4. Явление деградации плана поиска космического объекта в процессе его реализации

Для одной точки $A(t_1)$ в КП обоснованность употребления термина «деградация» не так очевидна, и, возможно, более уместным было бы использование нейтрального термина «трансформация». Но описанная здесь модель трансформации точки проекции ОНТП КО в КП необходима для вскрытия, воспроизводства и исследования явления деградации полного плана поиска КО в процессе его реализации. Как будет показано ниже, без учета этого явления планирование поиска КО по неточной априорной информации не может быть выполнено математически и физически корректно (с точки зрения противодействия ошибкам 1-го и 2-го рода).

Поскольку расстояние от наблюдателя до КО изменяется во времени, размеры основания пирамиды (зоны действия сенсора), т. е. контролируемой в момент времени t_i области $\text{КП}t_i$ $s_i^{\text{КП}}$, не будут постоянными (постоянны только угловые размеры поля зрения).

Но сначала, для упрощения понимания этого сложного процесса деградации ПП, допустим, что с течением времени (в пределах последовательности моментов времени привязки элементов ПП $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_{\bar{i}}$) можно пренебречь удалением или приближением КП и, как следствие, изменением размеров просмотренных участков области поиска. Иными словами, допускается, что в процессе реализации последовательности элементов ПП они остаются квадратами с сохранением размеров сторон.

Вообще говоря, такая линейзация процессов трансформации элементов ПП вполне оправдана для небольших интервалов времени. В дальнейшем, если потребуются, при переходе к интерактивному синтезу ПП на значительных интервалах времени придется отказаться от этого допущения, и это сделать не так уж сложно.

На рис. 4.4.1 показано положение поля зрения СН в КП на момент времени t_1 , связанное с первым элементом ПП. Введем понятие

эффективной проконтролированной площади S_i^+ i -го акта контроля области $s_i^{КП}$. По определению, это площадь гарантированно проконтролированной в i -м акте контроля (т. е. по элементу ПП μ_i) части проекции ОНТП КО, иными словами, участка области, относительно которого можно утверждать об отсутствии или присутствии в нем искомого КО с вероятностью, практически равной 1 (в принятых выше допущениях).

Как иллюстрируется рис. 4.4.1, в момент времени t_1 ЭПП первого акта контроля S_1^+ равна площади квадрата $s_1^{КП}$, являющегося пересечением КПП t_1 и четырехугольной правильной пирамиды с вершиной в фокусе СН и гранями, ограничивающими действительный пространственный угол зрения СН (здесь $s_1^{КП t_1} \equiv s_1^{P(t_1)}$ и $s_1^{КП t_2} \equiv s_1^{P(t_2)} \equiv s_{1,2}^{КП}$).

В момент времени t_2 (начало реализации второго элемента ПП) в силу уже известных процессов трансформации и деформации во времени ОНТП КО область $s_1 = s(\mu(t_1))$, точнее, ее образ, спрогнозированный на момент времени t_2 , проецируется в КПП t_2 в виде довольно сложной фигуры $s_{1,2}^{КП}$ с размытыми границами (см. рис. 4.4.1).

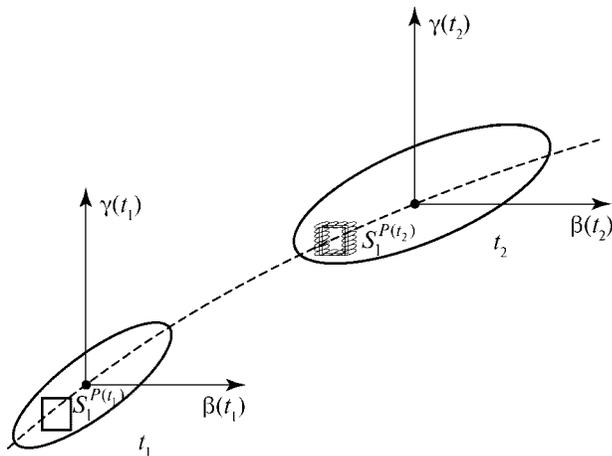


Рис. 4.4.1. Преобразование первого элемента плана поиска $s_1^{КП t_1}$ во времени

Вследствие одного только изменения ракурса ОНТП относительно наблюдателя при переходе от КПП t_1 к КПП t_2 с изменением угла визирования на величину $\Delta\varphi$ (т. е. даже без учета эволюции ошибок положения и скорости КО) размытость границ будет измеряться величиной

$$l_{\mu_1} \sin \Delta\varphi,$$

где l_{μ_1} — длина отрезка прямой, являющегося пересечением оси визирования по эфемериде μ_1 с эллипсоидом неопределенности положения КО.

Однако ввиду принятых выше упрощающих допущений, математическое ожидание результирующей фигуры $s_{1,2}^{КП}$ по-прежнему будет квадратом тех же размеров.

Для определения преобразования ЭПП S_1^+ на момент времени t_2 (т. е. $S_1^+(t_2)$) нужно в фигуру $s_{1,2}^{КП}$ вписать прямоугольник*, касающийся сторонами размытых границ фигуры $s_{1,2}^{КП}$ изнутри, и найти площадь последнего:

$$S_1^+(t_2) = a(s_{1,2}^{КП}) b(s_{1,2}^{КП}),$$

где $a(s_{1,2}^{КП})$ и $b(s_{1,2}^{КП})$ — соответственно, размеры горизонтальной и вертикальной сторон вписанного прямоугольника.

Аналогично придется поступить и с образами s_1 в моменты времени $t_3, t_4, \dots, t_i, \dots, t_{\bar{i}}$. Причем с ростом i размытость границ $s_1^{КП}$ будет увеличиваться.

Итак, важный вывод из предшествующего анализа состоит в том, что величина S_1^+ зависит от времени:

$$S_1^+ = S_1^+(t).$$

И не просто зависит, а монотонно убывает, так как, по крайней мере, это убывание пропорционально изменению угла визирования $\Delta\varphi$.

* Горизонтальная и вертикальная границы квадрата размываются по-разному, так как рост ошибки положения КО вдоль орбиты доминирует.

А это уже главный симптом явления деградации ПП КО в процессе его реализации. В действительности же это убывание будет еще более прогрессивным, если учесть, что размываются все стороны исходного квадрата s_i^{KP} . На этот процесс еще накладываются нелинейности деформации структуры ОНТП КО.

Это принципиально новый постулат в отличие от используемых аксиоматик традиционных классических подходов к планированию поиска КО и в том числе обзорного сканирования области пространства, где величина S_1^+ предполагалась (как правило, молчаливо) не зависящей от времени.

Итак, мы ввели фундаментальную для нашего исследования функцию $S_i^+(t)$ для $t > t_i$, характеризующую изменяющуюся эффективную площадь гарантированно проконтролированной части ОНТП КО с момента реализации i -го элемента ПП.

Теперь введем понятие коэффициента эффективности i -го элемента ПП $K_i^{эф}$ на момент времени t , для чего опишем прямоугольник около фигуры s_i^{KP} и вычислим его площадь $S_i^0(t)$.

По определению,

$$K_i^{эф}(t) = \frac{S_i^+(t)}{S_i^0(t)}.$$

Определим коэффициент деградации i -го элемента ПП на момент времени t как

$$K_i^{дег}(t) = \frac{1}{K_i^{эф}(t)}.$$

Очень важная задача — исследование поведения этих двух коэффициентов во времени. Если окажется, что $K_i^{эф}(t) \rightarrow 0$ и этот процесс развивается быстро в пределах интервала поиска, то это будет означать вырождение ПП, по крайней мере, в части его i -го элемента.

Теперь посмотрим, какое влияние это явление оказывает на планирование поиска, как его корректно учитывать и можно ли и, если да, то как противодействовать явлению деградации ПП.

4.5. Возможности противодействия явлению деградации плана поиска

Планирование поиска КО начинается с выбора параметров первого элемента ПП — времени его реализации (производства наблюдения) и положения элемента в пределах проекции ОНТП КО в КП на это время.

Следующие шаги — выбор параметров 2-го и последующих элементов ПП. Ввиду размывания границ элементов ПП для гарантии исключения ошибок 1-го рода при стыковке j -го и i -го элементов ПП ($j > i$) необходимо, чтобы сторона j -го элемента касалась размывтой границы i -го элемента изнутри последнего.

С учетом явления деградации ПП очередной его элемент следует хотя бы одной стороной погружать в размывтую часть предшествующих элементов. Дело в том, что тем самым уже наступившая деградация частично нейтрализуется (компенсируется). Во всяком случае, негативное ее действие прекращается в окрестности погруженной стороны.

Это, пожалуй, единственный оптимистический фактор механизма деградации, который нужно использовать при планировании поиска КО для борьбы с этим явлением, кроме возможных способов ускорения процесса поиска, что также снижает негативное проявление деградации.

Ввиду различных скоростей роста ошибок определения положения КО в различных направлениях размывание границ элементов ПП происходит для каждой границы со своей скоростью. Поэтому естественно стремиться к скорейшему погружению в очередной элемент ПП наиболее быстро размывающейся границы одного из предшествующих элементов. Этот компенсационный прием следует учитывать при расчете общего показателя деградации ПП $K_{\Sigma}^{дег}$ на момент времени t .

Предположим, что к этому моменту времени уже синтезировано несколько элементов ПП (рис. 4.5.1).

Приведенная суммарная ЭПП плана поиска на момент времени t определится выражением

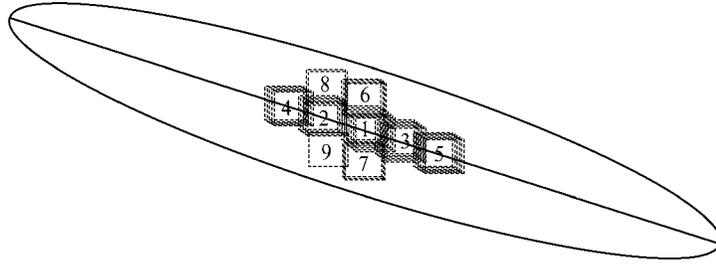


Рис. 4.5.1. Интерактивное субоптимальное размещение элементов плана поиска

$$S_{\Sigma}^{+}(t) = \sum_i S_i^{+}(t) + S_{\Sigma}^{-}(t) = \sum_i \left(S_i^{+}(t_i) - \Delta S_i^{+}(t) \right) + S_{\Sigma}^{-}(t),$$

где $\Delta S_i^{+}(t)$ — поправка, учитывающая размывание границы i -го элемента. Это фактически площадь размытой границы i -го элемента на момент времени t . $S_{\Sigma}^{-}(t)$ — суммарная площадь смежных размытых границ на момент времени t .

Именно слагаемое $S_{\Sigma}^{-}(t)$ определяет степень компенсации явления деградации ПП в используемом методе планирования.

Опорная приведенная площадь ПП, по определению, есть сумма площадей всех элементов ПП, синтезированных (реализованных) к моменту времени t :

$$S_{\Sigma}^0(t) = n_t a^2,$$

где n_t — общее количество синтезированных к моменту времени t элементов ПП; a — длина стороны квадрата поля зрения СН в КП. Этот показатель характеризует затраченный к моменту времени t наблюдательный ресурс.

В качестве суммарного показателя эффективности ПП на момент времени t , по определению, примем величину

$$K_{\Sigma}^{\text{эф}}(t) = \frac{S_{\Sigma}^{+}(t)}{S_{\Sigma}^0(t)},$$

А суммарный коэффициент деградации ПП равен

$$K_{\Sigma}^{\text{дег}}(t) = \frac{1}{K_{\Sigma}^{\text{эф}}(t)}.$$

4.6. Оптимизация планирования поиска космического объекта с частичной компенсацией деградации плана поиска

На данном этапе изученности явления деградации ПП уже можно рекомендовать конструктивную рациональную процедуру синтеза ПП с учетом этого явления и, по крайней мере, частичной компенсацией его последствий.

Как было сказано выше, одним из инструментов борьбы с явлением деградации ПП могут служить какие-либо способы ускорения процесса поиска, поскольку размывание границ элементов ПП и, следовательно, степень деградации пропорциональны времени.

Совершенствование конструкции средств наблюдения не входит в круг исследуемых здесь вопросов. Так что доступными для нас остаются только принципы формирования ПП. Например, можно выбирать параметры последовательности элементов ПП так, чтобы скорость роста вероятности обнаружения искомого КО была наибольшей.

Конструктивно, для получения субоптимального решения, это можно сделать следующим образом. Первый элемент $(\mu_1, s_1^{\text{КП}})$ плана $\{(\mu_i, s_i^{\text{КП}})\}$ привязывается к центру ОНТП КО, где вероятность обнаружения КО наибольшая (например, при нормальном законе распределения ошибок исходных данных о параметрах движения КО). Далее все последующие элементы ПП размещаются в участках проекции ОНТП с наибольшей плотностью вероятности обнаружения КО, а при наличии альтернативы — с покрытием наиболее размытой границы предыдущих элементов ПП.

Правда, строго говоря, наибольшая размытость границ не обязательно свидетельствует о наибольшей скорости размывания. Сильно размытые границы могут быть и у элемента $s_{i,j}^{\text{КП}}$ при большом значении разности $t_j - t_i$. Это тоже следует учитывать при размещении очередного элемента ПП.

Эта последовательная процедура синтеза ПП иллюстрируется рис. 4.5.1, а изображенная на нем проконтролированная к моменту времени t_j часть проекции ОНТП КО математически выразится как

$$\bigcup_{i=1}^j s_{ij}^{\text{КП}}.$$

Важное замечание. Продолжающееся размывание границ элементов ПП *внутри* накрытой ими части проекции ОНТП КО уже не вносит негативного вклада в процесс деградации ПП, т. е. не наносит ущерба результату поиска при использовании предложенного метода планирования.

В данном случае в качестве критерия эффективности ПП естественно взять математическое ожидание времени обнаружения искомого КО с момента начала реализации ПП:

$$M[T_{\text{обн}}] = \Delta t \sum_{i=1}^{\bar{i}} i P_i = \Delta t \sum_{i=1}^{\bar{i}} i \int_{s_i^{\text{КП}}} f(s) ds,$$

где P_i — вероятность обнаружения КО при реализации i -го элемента плана; $f(s)$ — плотность распределения вероятностей нахождения КО в точке $s \in s_i^{\text{КП}}$. Эта формула приближенная, так как не учитывает перекрывание размытой границы очередным элементом ПП и тем самым несколько завышает оценку.

Более точная формула выглядит следующим образом:

$$M[T_{\text{обн}}] = \Delta t \sum_{i=1}^{\bar{i}} i \left[\int_{s_i^{\text{КП}}} f(s) ds - \sum_{j < i} \int_{s_i^{\text{КП}} \cap s_j^{\text{КП}}} f(s) ds \right].$$

Однако она гораздо сложнее поддается вычислению.

Уже на этом этапе можно сделать определенные выводы. Процесс деградации образов реализованных элементов ПП неизбежен, но его можно существенно смягчить и в значительной степени нейтрализовать за счет рациональной организации последовательного контроля ОНТП КО, грамотно учитывающей этот процесс. Возможность и эффективность такой нейтрализации зависит от темпа следования актов зондирования ОНТП КО (определяемого техническими возможностями СН, параметрами орбиты искомого КО), распределения ошибок априорных данных об орбите и, разумеется, от способа планирования поиска КО.

Литература

- Абчук В. А., Суздаль В. Г. (1977) Поиск объектов. М.: Сов. радио, 1977.
- Аксенов Е. П. (1977) Теория движения ИСЗ. М.: Наука, 1977.
- Альсведе Р., Вегенер И. (1982) Задачи поиска. М.: Мир, 1982.
- Бажинов И. К., Почукаев В. Н. (1976) Оптимальное планирование навигационных измерений в космическом полете. М.: Машиностроение, 1976.
- Бакут П. А., Жулина Ю. В., Иванчук Н. А. (1980) Обнаружение движущихся объектов. М.: Сов. радио, 1980.
- Бахшиян Б. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е. Определение и коррекция движения. М.: Наука, 1980.
- Вашковьяк М. А. (1971) Численно-аналитический метод расчета движения стационарных ИСЗ: Препринт. М.: ИПМ АН СССР, 1971. № 34, 35.
- Вашковьяк М. А. (1983) О численно-аналитическом методе расчета движения 12-часовых ИСЗ по почти круговым орбитам // Космич. исслед. 1983. Т. 21. № 6.
- Вениаминов С. С. (1983) Оптимальное планирование поиска ИСЗ группой пунктов наблюдения // Астрометрия и астрофизика. Вып. 49. АН УССР, Киев, 1983.
- Вениаминов С. С. (1984) Дополнительное правило отсечения для метода ветвей и границ // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1984. № 3.
- Вениаминов С. С. (1984) Оптимизация поиска объекта, движущегося циклически по замкнутой траектории // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1984. № 1.
- Вениаминов С. С. (1986) Об эффективности гибридного метода решения задач дискретной оптимизации // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1986. № 1.
- Вениаминов С. С. (1987) Оптимизация поиска ИСЗ узкопольным телескопом по критерию времени обнаружения // АН УССР. Кинематика и физика небесных тел. 1987. № 1.
- Вениаминов С. С., Глебов М. В. (1988) О расширении областей применимости принципа доминирования // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1988. № 1.

- Вениаминов С. С., Соколов Г. А. (1975) Составление оптимального графика работы для одного класса сложных систем // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1975. № 5.
- Здор С. У., Широков В. Б. (1973) Оптический поиск и распознавание. М.: Наука, 1973.
- Катыс Г. П. (1966) Автоматический обзор и поиск в оптическом диапазоне. М.: Наука, 1966.
- Катыс Г. П. (1970) Автоматическое сканирование. М.: Машиностроение, 1970.
- Корбут А. А., Малков У. Х., Сигал И. Х., Финкельштейн Ю. Ю. (1983) О современном состоянии и перспективах развития вычислительных методов и программ решения задач ЦЛП // Принятие оптимальных решений в экономич. системах. Горький, 1983.
- Корбут А. А., Сигал И. Х., Финкельштейн Ю. Ю. (1977) Метод ветвей и границ. Обзор теории алгоритмов, программ и приложений // *Mathematische Operationsforschung und Statistik. Ser. Optimization*. 1977. V. 8. N. 2. P. 253–280.
- Лидов М. Л. (1978) Полуаналитические методы расчета движения спутников // Тр. ИТА АН СССР. 1978. Вып. 17.
- Назаренко А. И., Скребушевский Б. С. (1981) Эволюция и устойчивость спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1981.
- Новожилова Л. М. (1979) Некоторые модели поиска движущегося объекта // Управление, надежность и навигация. Вып. 5. Саранск, 1979.
- Паркинсон Б. У., Гилберт С. У. (1983) Десятилетие разработки программы Navstar. М.: ГИИЭР. 1983. Т. 71. № 10.
- Саврасов Ю. С. (1981) Методы определения орбит космических объектов. М.: Наука, 1981.
- Соловьев А. А. (1974) Полуаналитический метод расчета движения резонансных ИСЗ с большим эксцентриситетом: Препринт. М.: ИПМ АН СССР. 1974. № 86, 87.
- Сочилина А. С. (1981) О влиянии резонансных возмущений от гравитационного поля планеты на движение спутника // Бюл. ИТА АН СССР. 1981. Т. 15. № 2.
- Сочилина А. С. (1984а) О движении геостационарных спутников в гравитационном поле Земли // Бюл. ИТА АН СССР. 1984. Т. 15. № 5.
- Сочилина А. С. (1984б) Об эволюции высоких почти круговых орбит спутников с критическим наклоном // Бюл. ИТА АН СССР. 1984. Т. 15. № 5.
- Хеллман О. (1985) Введение в теорию оптимального поиска. М.: Наука, 1985.
- Чернявский Г. М., Бартнев В. А. (1978) Орбиты спутников связи. М.: Связь, 1978.
- Ширяев А. Н. (1969) Статистический последовательный анализ. М.: Наука, 1969.
- Эльясберг П. Е. (1965) Введение в теорию полета ИСЗ. М.: Наука, 1965.

- Эльясберг П. Е. (1976) Определение движения по результатам измерений. М.: Наука, 1976.
- Эрике К. (1963) Космический полет. Ч. 2. Кн. 1. 1963.
- Aksenov O., Veniaminov S., Chervonov A. (2010a) New Approaches to Organizing the Operation of the Space Surveillance Facilities // Proc. 8th US/Russian Space Surveillance Workshop. Maui, Hawaii, 2010.
- Aksenov O., Veniaminov S., Lapukhin V. (2009) Optimum Planning of the Search for a Space Object Taking into Account the Temporal Structural Transformation of the Space Object Current Position Uncertainty Domain // Proc. 5th European Conf. on Space Debris. Darmstadt, Germany, 2009.
- Aksenov O., Veniaminov S., Lapukhin V. (2010b) A Phenomenon of the Search Plan Degradation During its Realization and Taking it into Account When Planning the Search for a Space Object // Proc. 8th US/Russian Space Surveillance Workshop. Maui, Hawaii, 2010.
- Charnes A., Cooper W. (1961) The Theory of Search // *Management Science*. 1958. V. 6. N. 1.
- Danskin J. (1962) A theory of reconnaissance // *J. Operational Research*. 1962. V. 9. N. 3.
- Donath T., Schildknecht T. et al. (2005) Proposal for a European Space Surveillance System // 4th European Conf. on Space Debris. ESA, Darmstadt, Germany. 2005.
- Guenin J. (1961) Optimum distribution of efforts // *J. Operational Research*. 1961. V. 9.
- Interagency Report on Orbital Debris (1995) Executive Office of the President of the US. White House, Washington DC, USA. 1995.
- Koopman B. (1953) The optimum distribution of effort // *J. Operational Research Soc. America*. 1953. V. 1.
- Koopman B. (1956) The Theory of Search // *J. Operational Research*. 1956. V. 4. 1957. V. 5.
- Land A. H., Doig A. G. (1960) An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems // *Econometrica*. 1960. V. 28. N. 3.
- Mela D. (1961) Information Theory and Search Theory as Special Cases of Decision Theory // *J. Operational Research*. 1961. V. 9. N. 6.
- Miehle W. (1954) Numerical Solution of the Problem of Optimum Distribution of Effort // *J. Operational Research. Soc. America*. 1954. V. 2. N. 4.
- Report on Orbital Debris by Interagency Group (SPACE) (1989) National Security Council. Washington DC, USA. 1989.
- Schildknecht Th., Flohrer T., Musci R. (2005) Optical Observations in a Proposed European Space Surveillance Network // Proc. 6th US/Russian Space Surveillance Workshop. St. Petersburg, 2005.
- Stone L. (1975) Theory of Optimal Search. Acad. Press, USA, 1975.
- Veniaminov S. (1993) The Methods and Experience of Detecting Small and Weakly-Contrasting Space Objects // 1st European Conf. on Space Debris. ESA, Darmstadt, Germany. 1993.

- Veniaminov S.* (2009) On Generalization of the Principle of Equivalence of the Search Plan Elements for different times // Proc. 5th European Conf. on Space Debris. Darmstadt, Germany, 2009.
- Veniaminov S., Lapukhin V.* (2007) On Some Difficulties of Planning the Search for a Space Object by Narrow-Angled Sensors // Proc. 7th US/Russian Workshop on Space Surveillance. Monterey, USA, 2007.
- Veniaminov S., Pyrin V., Tretyakov Yu., Lapukhin V.* (2005a) On the Theory and Some Specific Methods for Searching Space Objects by Rough Orbital Information // Proc. 6th US/Russian Workshop on Space Surveillance. St. Petersburg, 2005.
- Veniaminov S., Pyrin V., Tretyakov Yu.* (2005b) Some Results of Testing the New Program for Searching Space Objects in Deep Space // Proc. 4th European Conf. on Space Debris. Darmstadt, 2005.
- Veniaminov S., Seidelmann P. K., Cefola P. J.* (1998) Enhancing the Efficiency of Search for Deep-Space Objects by Using Available A Priori Orbital Information — New Theory and Methods. Pt. 1 — New General Theoretical Approach // 3rd US/Russian Space Surveillance Workshop. USNO. Washington DC, USA. 1998.
- Weber R.* (1979) Passive Ground-Based Electro-Optical Detection of Artificial Earth Satellites // Optical Engineering. 1979. V. 18. N. 1.